

1 Imię i Nazwisko

Marek Rams

2 Posiadane dyplomy i stopnie naukowe

- Stopień doktora nauk fizycznych w zakresie fizyki, Uniwersytet Jagielloński, Kraków, 2011 r.
Tytuł rozprawy: Quantum phase transitions.
Promotor: Prof. dr hab. Jacek Dziarmaga.
- Stopień magistra fizyki, Uniwersytet Jagielloński, Kraków, 2007 r.
Tytuł rozprawy: Correlation functions and entropy of entanglement in dynamic quantum phase transition.
Promotor: Prof. dr hab. Jacek Dziarmaga.

3 Informacje o zatrudnieniu w jednostkach naukowych

- od października 2014: adiunkt, Uniwersytet Jagielloński, Kraków.
- wrzesień 2012 – wrzesień 2014: adiunkt, Politechnika Krakowska.
(urlop naukowy od września 2012 do marca 2014)
- styczeń 2012 – luty 2014: postdoc, Uniwersytet Wiedeński, Austria.
- grudzień 2009 – grudzień 2011: graduate research assistant, Los Alamos National Laboratory, USA.
- październik 2007 – wrzesień 2011: doktorant, Uniwersytet Jagielloński, Kraków.

4 Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki

Jako osiągnięcie naukowe przedstawiam cykl 5 publikacji na temat: “Aspekty adiabatywności w kwantowych zjawiskach krytycznych”.

- [1] M. Mohseni, J. Strumpfer, **M. M. Rams**, *New J. Phys.* **20** 105002, pp. 19 (2018), *Engineering non-equilibrium quantum phase transitions via causally gapped Hamiltonians*. 1 cytowanie. Impact Factor: 3.579
- [2] **M. M. Rams**, P. Sierant, O. Dutta, P. Horodecki, J. Zakrzewski, *Phys. Rev. X*, **8**, 021022, pp. 16 (2018), *At the limits of criticality-based quantum metrology: apparent super-Heisenberg scaling revisited*. 1 cytowanie. Impact Factor: 14.385
- [3] **M. M. Rams**, M. Mohseni, A. del Campo, *New J. Phys.* **18**, 123034, pp. 12 (2016), *Inhomogeneous quasi-adiabatic driving of quantum critical dynamics in weakly disordered spin chains*. 13 cytowań. Impact Factor: 3.786

- [4] B. Damski, **M. M. Rams**, *J. Phys. A: Math. Theor.* **47**, 025303, pp. 14 (2014), *Exact results for fidelity susceptibility of the quantum Ising model: The interplay between parity, system size, and magnetic field.*
23 cytowania. Impact Factor: 1.583
- [5] A. del Campo, **M. M. Rams**, W.H. Zurek, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 115703, pp. 5 (2012), *Assisted finite-rate adiabatic passage across a quantum critical point: Exact solution for the quantum Ising model.*
134 cytowania. Impact Factor: 7.943

4.1 Wprowadzenie

Kontrola dynamiki kwantowych układów wielu ciał jest jednym z głównych wyzwań stojących przed współczesną fizyką fazy skondensowanej i dziedziną symulacji kwantowych. Układy takie są opisywane przez astronomiczną liczbę parametrów oraz posiadają skomplikowane diagramy fazowe. Powoduje to, że z jednej strony niezwykle trudno jest je symulować a z drugiej strony kontrolować – szczególnie kiedy są one przeprowadzane przez punkty krytyczne z jednej fazy do drugiej.

Ewolucja adiabaticzna stanowi podstawowy paradygmat stojący za przygotowaniem pożądaných stanów w symulatorach kwantowych oraz przeprowadzanie obliczeń w adiabaticznych komputerach kwantowych [25, 26, 27]. W ramach obu tych podejść układ jest inicjowany w prostym do przygotowania stanie podstawowym początkowego Hamiltonianu, którego parametry są następnie powoli modyfikowane aż do uzyskania oczekiwanego Hamiltonianu którego stan podstawowy nas interesuje. Jeśli w ramach takiego podejścia chwilowy stan podstawowy jest oddzielony przerwą energetyczną od reszty spektrum to twierdzenie adiabaticzne gwarantuje że odpowiednio wolna ewolucja z dużym prawdopodobieństwem zakończy się w oczekiwanym stanie podstawowym końcowego Hamiltonianu.

Fundamentalne ograniczenie dla takiego podejścia stanowi obecność punktów krytycznych, które objawiają się między innymi przez zanik przerwy energetycznej. Ewolucja układu przez taki punkt prowadzi w nieunikniony sposób do generacji wzbudzeń. Ciągły postęp eksperymentalny powoduje, że takie fundamentalne ograniczenia zaczynają odgrywać coraz większą praktyczną rolę, co zaczęło być już uznawane za problem przez czołowe grupy eksperymentalne [28].

W ramach tej rozprawy skupimy się na przejściach ciągłych dla których punkt krytyczny jest charakteryzowany przez rozbieżność długości korelacji ξ w układzie [29]. Cechą charakterystyczną takich przejść jest ich uniwersalność. Objawia się ona między innymi przez związek pomiędzy charakterystycznymi skalami długości i czasu τ w takich układach. Dany jest on zazwyczaj przez zależność potęgową

$$\tau \sim \xi^z, \quad (1)$$

gdzie z jest wykładnikiem krytycznym charakteryzującym punkt krytyczny. W przedstawionych rozważaniach jednostki są dobrane tak, że wszystkie wzory będą podawane przy użyciu wielkości bezwymiarowych. W zerowej temperaturze τ jest odwrotnie proporcjonalne do przerwy energetycznej Δ . W okolicach punktu krytycznego długość korelacji typowo wybucha w sposób potęgowy w funkcji odległości od punktu krytycznego

$$\xi \sim |\lambda - \lambda_c|^{-\nu}, \quad (2)$$

co definiuje wykładnik krytyczny ν . W powyższym $|\lambda - \lambda_c|$ jest odległością od punktu krytycznego λ_c w przestrzeni parametrów Hamiltonianu. Dla uproszczenia zakładamy dodatkowo że zaburzenie które generuje przejście przez punkt krytyczny ma dobrze zdefiniowany wymiar krytyczny [29], co powoduje że w problemie nie pojawiają się inne istotne

skale długości i charakteryzujące je wykładniki. Co istotne pojawiające się powyżej wykładniki z i ν są takie same dla całych klas układów – zwanych klasami uniwersalności. Zależą one przede wszystkim od symetrii i wymiaru problemu, a nie od konkretnej postaci mikroskopowych oddziaływań pojawiających się w Hamiltonianie. Oznacza to, że zachowania krytyczne można często badać w uproszczonych prototypowych modelach i na tej podstawie wyciągać dużo bardziej ogólne wnioski.

Załamanie się adiabaticzności przy przekraczaniu ciągłych punktów krytycznych jest jakościowo opisywane przez mechanizm Kibbla-Zurka [30, 31, 32, 33, 34]. Poprzez zestawienie potęgowej rozbieżności charakterystycznych skal długości w problemie ze skończoną prędkością przejścia przez punkt krytyczny, przewiduje on skalowanie gęstość wzbudzeń generowanych w czasie takiego przejścia. Założmy, że zmianę w czasie parametru λ kontrolującego przejście można w okolicy punktu krytycznego przybliżyć przez zachowanie liniowe

$$\lambda(t) - \lambda_c \approx t/\tau_Q, \quad (3)$$

gdzie τ_Q jest charakterystyczną skalą czasową na której odbywa się przejście, a punkt krytyczny jest przekraczany w chwili $t = 0$. Podążając za argumentem Zurka, w celu znalezienia chwili czasu dla której – dla ustalonego τ_Q – układ przestaje podążać za stanem podstawowym, porównujemy chwilowy czas relaksacji układu $\tau(t)$ ze skalą czasu na jakiej Hamiltonian dochodzi do punktu krytycznego $(\lambda(t) - \lambda_c)/\frac{d}{dt}(\lambda(t) - \lambda_c)$. Porównanie tych dwóch wielkości daje charakterystyczną skalę czasu Kibbla-Zurka

$$\hat{t} \sim \tau_Q^{\frac{z\nu}{1+z\nu}}. \quad (4)$$

Rozdziela ona dynamikę na część adiabaticzną, gdy daleko od punktu krytycznego układ podąża za stanem podstawowym oraz impulsową, gdzie stan układu nie jest już w stanie nadążać za zmieniającymi się parametrami Hamiltonianu i w zerowym rzędzie przybliżenia jest efektywnie zamrożony. Odpowiadająca jej skala długości skaluje się jak

$$\hat{\xi} \sim \tau_Q^{\frac{\nu}{1+z\nu}}. \quad (5)$$

Skale tę można użyć do oszacowania gęstości wzbudzeń generowanych w czasie przejścia. W klasycznym argumentie Kibbla-Zurka $\hat{\xi}$ daje oszacowanie na wielkość domen pojawiających się po przejściu do fazy o złamanej symetrii. W efekcie gęstość wzbudzonych defektów topologicznych zanika jak $n_{ex} \sim \hat{\xi}^{-d}$, gdzie d jest przestrzennym wymiarem układu. Argument ten zakłada że defekty nie relaksują za szybko podczas – już nieuniwersalnej – nierównowagowej dynamiki układu po przekroczeniu punktu krytycznego (stąd użycie terminu topologiczne). W rezultacie efekty uniwersalne związane z przekraczaniem punktu krytycznego ze skończoną prędkością pozostają w tym przypadku dominujące.

Argument ten pokazuje, że znajomość równowagowych wykładników z i ν pozwala na scharakteryzowanie nierównowagowej dynamiki związanej z odstępstwem od zachowania adiabaticznego w okolicy punktu krytycznego. Charakteryzują one między innymi uniwersalną zależność istotnych skal pojawiających się w problemie od czasu przejścia τ_Q . Zależności te stanowią esencję mechanizmu Kibbla-Zurka. Powyższy argument można rozwinąć w pełną dynamiczną hipotezę skalowania, która opisuje uniwersalne zachowanie układu w czasie przechodzenia przez punkt krytyczny ze skończoną prędkością [35, 36, 37].

Uniwersalny charakter powyższych przewidywań pozwala badać je dla prototypowych modeli gdzie rozwiązanie zależnego od czasu równania Schrödingera jest możliwe. Sztandarowym modelem który jest rozważany w tym kontekście jest jednowymiarowy kwantowy

model Isinga w poprzecznym polu magnetycznym $\lambda(t)$ [38, 39, 40],

$$\hat{H}(t) = - \sum_{n=1}^N \hat{\sigma}_n^z \hat{\sigma}_{n+1}^z - \lambda(t) \sum_n \hat{\sigma}_n^x. \quad (6)$$

Posiada on punkt krytyczny dla $\lambda_c = 1$ charakteryzowany przez wykładniki krytyczne $\nu = z = 1$. Model ten mapuje się na układ nieoddziałujących fermionów przy użyciu transformacji Jordana-Wignera, a jego translacyjna niezmienniczość oznacza z kolei że można wykorzystać transformację Fouriera żeby rozprząc dynamikę dla modów o różnych pędach. Pozwala to na w pełni analityczne rozwiązanie problemu dynamiki przejścia w tym przypadku [40]. W szczególności rozwiązanie to w pełni potwierdza przewidywanie mechanizmu Kibbla-Zurka, który stwierdza, że ilość defektów topologicznych dla odpowiednio długich czasów przejścia powinna zanikać jak $n_{ex} \sim \tau_Q^{-1/2}$. Niedawno scenariusz Kibbla-Zurka w tym prototypowym modelu doczekał się dokładnej symulacji w symulatorze kwantowym zbudowanym na bazie 51 ultrazimnych atomów Rydberga [41], której wyniki są w pełnej zgodzie z przewidywaniami teoretycznymi.

Powyższe wzbudzenia generowane w układzie podczas przechodzenia z jednej fazy do drugiej to dokładnie coś czego chcielibyśmy uniknąć w adiabatycznych symulatorach i komputerach kwantowych. Fakt, że argument Kibbla-Zurka jest bardzo ogólny, powoduje że jest to trudny problem wymagający efektywnie znalezienia sposobu na “obejście” punktu krytycznego. Mimo to zaproponowano szereg strategii jak można próbować tego dokonać. Wymienianie takich podejść można rozpocząć od wykorzystania skończonej przerwy energetycznej występującym w skończonym układzie wielociałowym, sprzężeniu interesującego systemu do zewnętrznego rezerwuaru [42], dostosowaniu szybkości przejścia do odległości od punktu krytycznego [43, 44], wykorzystaniu narzędzi z teorii optymalnej kontroli [45, 46], wprowadzeniu modulacji przestrzennych do stopniowy przeprowadzania układu między fazami [20, 47], czy wreszcie aranżowanie pomocniczych Hamiltonianów mających stłumić powstawanie wzbudzeń [5, 48, 49]. Podejścia te łączą się pod wspólnym szerokim szyldem *skrótów do adiabatywności*. Rozważanie aspektów niektórych z nich oraz ogólniej czułości punktu krytycznego na zewnętrzne zaburzenia stanowią zasadniczą część omówionych poniżej prac.

4.2 Wspomaganie przejścia przez punkt krytyczny przy pomocy Hamiltonianu pomocniczego

W tym rozdziale pokrótce opiszę wyniki pracy [5]. Jest to pierwsza praca która rozważa tak zwany Hamiltonian kontra-adiabatyczny jako *skrót do adiabatywności* w kontekście kwantowych układów wielu ciał i ich punktów krytycznych. Podejście tego typu zostało zaproponowane po raz pierwszy niezależnie przez Demirplak’a i Rice [50] oraz przez Berry’ego [51]. Dobrze jest je wytłumaczyć na przykładzie dwupoziomowego problemu Landaua-Zenera. W tym przypadku Hamiltonian systemu ma postać

$$\hat{H}_0(t) = \begin{pmatrix} \lambda(t) & \Delta \\ \Delta & -\lambda(t) \end{pmatrix} = \lambda(t)\sigma^z + \Delta\sigma^x, \quad (7)$$

gdzie σ^x oraz σ^z to standardowe macierze Pauliego, Δ decyduje o rozmiarze minimalnej przerwy energetycznej osiąganego dla $\lambda = 0$, a $\lambda(t)$ jest polem zewnętrznym które możemy kontrolować. Prace [50, 51] zadają pytanie jaką postać miałby pomocniczy Hamiltonian $\hat{H}_1(t)$, który wymuszałby taką ewolucja układu w czasie – generowana przez całkowity Hamiltonian $\hat{H}(t) = \hat{H}_0(t) + \hat{H}_1(t)$, żeby podążał on za chwilowym stanem własnym $\hat{H}_0(t)$.

Prosty rachunek pozwala sprawdzić, że warunek taki spełnia Hamiltonian postaci

$$\hat{H}_1(t) = i\lambda'(t) \sum_n |\partial_\lambda n\rangle \langle n| - \langle n | \partial_\lambda n \rangle |n\rangle \langle n|, \quad (8)$$

gdzie n numeruje chwilowe stany własne $|n(\lambda)\rangle$ wyjściowego Hamiltonianu $\hat{H}_0(\lambda)$. Dla przypadku problemu Landaua-Zenera można tę ogólną postać zapisać explicite jako [50, 51]

$$\hat{H}_1(t) = -\lambda'(t) \frac{1}{2} \frac{\Delta}{\Delta^2 + \lambda(t)^2} \sigma^y. \quad (9)$$

Pierwszy eksperymentalny test takiego podejścia został wykonany w pracy [52], w której model Landaua-Zenera pojawia się w efektywnym opisie kondensatu Bosego-Einsteina spuląpkowanego w sieci optycznej.

Prosta forma równania (9) wynika wprost z ograniczenia się w opisie do jednego spinu $-1/2$, czyli do dwuwymiarowej przestrzeni Hilberta. Znalezienie postaci równania (8) dla ogólnego Hamiltonianu w 2^N wymiarowej przestrzeni Hilberta jest potencjalnie tak samo skomplikowane jak rozwiązanie odpowiadającego jej Hamiltonianu $\hat{H}_0(t)$. Celem pracy [5] było znalezienie postaci $\hat{H}_1(t)$ dla klasy prototypowych Hamiltonianów rozwiązywalnych przy pomocy mapowania na układ swobodnych fermionów i poczynienie na tej podstawie ogólnych obserwacji na temat ich własności.

W szczególności w pracy skupiamy się na modelu Isinga z równania (6). Model ten daje się zdiagonalizować poprzez kombinacje transformacji Jordana-Wignera $\sigma_n^z = 1 - 2c_n^\dagger c_n$, $(\sigma_n^x + i\sigma_n^y) = 2c_n \prod_{l < n} (1 - 2c_l^\dagger c_l)$, gdzie c_n to fermionowe operatory anihilacji oraz transformaty Fouriera $c_n \sim \sum_k c_k e^{ikn}$. W bazie operatorów c_k Hamiltonian Isinga upraszcza się do postaci

$$\hat{H}_0 = 2 \sum_{k>0} \psi_k^\dagger [\sigma_k^z (\lambda - \cos k) + \sigma_k^x \sin k] \psi_k, \quad (10)$$

gdzie $\psi_k^\dagger \equiv (c_k^\dagger, c_{-k})$. Porównanie z równaniem (7) uwidacznia, że Hamiltonian Isinga rozkłada się na serie niezależnych przejść Landaua-Zenera. Zostało to zauważone i wykorzystane w pracy [40] do analitycznego rozwiązania scenariusza Kibbla-Zurka w tym przypadku.

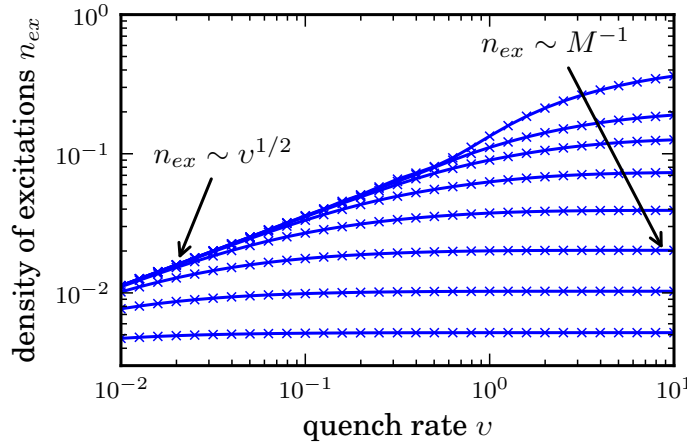
W pracy [5] składamy wszystkie powyższe elementy, żeby uzyskać postać pomocniczego Hamiltonianu wymuszającego adiabatyczne przejście w tym modelu,

$$\hat{H}_1(\lambda) = -\lambda'(t) \sum_{k>0} \frac{1}{2} \frac{\sin k}{\lambda^2 + 1 - 2\lambda \cos k} \psi_k^\dagger \sigma_k^y \psi_k. \quad (11)$$

Bardziej ogólnie, pokazujemy, że podejście to odnosi się do całej klasy d -wymiarowych Hamiltonianów postaci $\hat{H}_0(\lambda) = \sum_{\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{k}}^\dagger [\vec{a}_{\mathbf{k}}(\lambda(t)) \cdot \vec{\sigma}_{\mathbf{k}}] \psi_{\mathbf{k}}$, gdzie $\psi_{\mathbf{k}}^\dagger = (c_{\mathbf{k},1}^\dagger, c_{\mathbf{k},2}^\dagger)$ zbiera operatory fermionowe opisujące mod o pędzie $\mathbf{k}$. Klasa ta zawiera kilka istotnych Hamiltonianów rozważanych w literaturze. Poza modelem Isinga są to między innymi model XY w $d = 1$ oraz modele Kitaeva w $d = 1$ i $d = 2$. W bazie pędów Hamiltonian wymuszający przejście ma wtedy postać $\hat{H}_1 = \lambda'(t) \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{2\varepsilon_{\mathbf{k}}} \psi_{\mathbf{k}}^\dagger [(\vec{a}_{\mathbf{k}}(\lambda) \times \partial_\lambda \vec{a}_{\mathbf{k}}(\lambda)) \cdot \vec{\sigma}_{\mathbf{k}}]$, gdzie $\varepsilon_{\mathbf{k}} = |\vec{a}_{\mathbf{k}}(\lambda)|$ to odpowiednie energie własne poszczególnych modów.

Równanie (11) objawia swój nielokalny charakter w przestrzeni rzeczywistej

$$\hat{H}_1 = -\lambda'(t) \sum_{m=1}^{N/2-1} h_m(\lambda) \hat{H}_1^{[m]}, \quad (12)$$



Rysunek 1: Gęstość defektów n_{ex} po przejściu przez punkt krytyczny w funkcji szybkości przejścia $v = \tau_Q^{-1}$ w jednowymiarowym modelu Isinga w polu poprzecznym. Dynamika jest wspomagana przez pomocniczy Hamiltonian $\tilde{H}_1(M)$ o maksymalnym zasięgu M . Poszczególne linie na wykresie odpowiadają $M = 0, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64$ (licząc od góry do dołu). $M = 0$ oznacza brak pomocniczego Hamiltonianu i w tym przypadku dla odpowiednio długich czasów (małych prędkości) mamy do czynienia z czystym skalowaniem Kibbla-Zurka. Rysunek z pracy [5].

gdzie $\hat{H}_1^{[m]}$ zbiera oddziaływania działające na odległości m ,

$$\hat{H}_1^{[m]} = \sum_{n=1}^N (\sigma_n^x \sigma_{n+1}^z \cdots \sigma_{n+m-1}^z \sigma_{n+m}^y + \sigma_n^y \sigma_{n+1}^z \cdots \sigma_{n+m-1}^z \sigma_{n+m}^x). \quad (13)$$

Egzotycznie wyglądający łańcuch składający się z operatorów σ^z jest efektem odwrócenia transformacji Jorgana-Wignera, a Hamiltonian $\hat{H}_1^{[m]}$ naturalnie opisuje układ nieoddziałujących fermionów z oddziaływaniem o m oczek sieci. Co ciekawe, oddziaływania tego typu da się zasymulować w kwantowych symulatorach bazujących na spuląpkowanych jonach [53]. Praca [5] czyni następnie kilka obserwacji:

- Amplitudy $h_m(\lambda)$ w równaniu (12) dane są przez transformatę Fouriera współczynników w reprezentacji pędów (11). Ich wielkość można bezpośrednio powiązać ze statyczną długością korelacji $\xi(\lambda)$ w układzie, $|h_m(\lambda)| \simeq \frac{1}{8} e^{-m/\xi(\lambda)}$. Oznacza to, że w celu wymuszenia adiabatyczności przejścia wszystkie człony $h_m(\lambda)$ na dystansach m mniejszych niż długość korelacji są rzędu jeden, a na większych odległościach zanikają one wykładniczo.

- Biorąc pod uwagę praktyczne aspekty możliwości zastosowania tego typu protokołów interesujące jest rozważenie co się będzie działo gdy możliwy zasięg oddziaływania w równaniu (12) zostanie ograniczony do odległości M . Sprowadza się to do rozważenia Hamiltonian $\hat{H} = \hat{H}_0 + \tilde{H}_1(M)$, gdzie dla przejścia z szybkością $g'(t) = \tau_Q^{-1} = v$, pomocniczy Hamiltonian $\tilde{H}_1(M) = v \sum_{m=1}^M h_m(g) \hat{H}_1^{[m]}$. Wyniki numerycznego eksperymentu dla różnych wartości M są zebrane na rysunku 1. Można je podsumować następująco. Dla małej wartości M i wolnych przejść ilość wzbudzeń podąża za przewidywaniami Kibbla-Zurka. Decydujące znaczenia ma skala $k_{KZ} \sim \xi^{-1} \sim v^{\nu/(1+\nu)} = v^{1/2}$. Mody o pędach większych niż k_{KZ} przechodzą przez punkt krytyczny w sposób adiabatyczny, natomiast mody o pędach mniejszych niż k_{KZ} zostają wzbudzone. Oznacza to, że gęstość wzbudzeń skaluje się jak $n_{\text{ex}} \sim v^{d\nu/(1+d\nu)} \sim v^{1/2}$. Z drugiej strony dla szybkich przejść i większych wartości

M , charakterystyczna graniczna wartość pędu powyżej której uzyskujemy przejście adiabacyjne to $k_M \sim M^{-1}$, a wynikająca z tego ilość wzbudzeń skaluje się jak $n_{ex} \sim M^{-d}$. Dla pośrednich wartości M i v mamy gładkie przejście między tymi dwoma granicami w zależności od tego która ze skal k_{KZ} czy k_M jest mniejsza. Wyniki te ponownie obrazują krytyczne znaczenie zasięgu oddziaływań pomocniczego Hamiltonianu dla możliwości wymuszenia adiabatyczności przejścia w ramach takiego podejścia.

- W końcu pokazujemy bezpośredni związek między wariancją Hamiltonianu wymuszającego adiabatyczność w czasie ewolucji, szybkością przejścia oraz geometrią przestrzeni stanów. Sprowadza się on do następującego wzoru:

$$\Delta \hat{H}^2 = \langle 0(\lambda) | \hat{H}_1^2 | 0(\lambda) \rangle = |\lambda'(t)|^2 \chi_F(\lambda). \quad (14)$$

W powyższym równaniu $|0(\lambda)\rangle$ to chwilowy stan podstawowy, $\lambda'(t)$ to szybkość przejścia przez punkt krytyczny natomiast $\chi_F(\lambda)$ oznacza *podatność kwantowej wierności*. Wielkość ta obrazuje jak szybko stan podstawowy układu zmienia się wraz ze zmianą parametru λ kontrolującego przejście. W przypadku ciągłych kwantowych przejść fazowych typowo wybucha ona potęgowo wraz ze zbliżaniem się punktu krytycznego $\chi_F(\lambda) \sim N|\lambda - \lambda_c|^{d\nu-2}$ [54, 55, 56, 18]. Wielkość tą omówimy bardziej szczegółowo w następnych rozdziałach.

Podsumowując, [5] jako pierwsza praca rozważała zastosowanie pomocniczych Hamiltonianów kontra-adiabacyjnych w kontekście przeprowadzania układu przez punkt krytyczny drugiego rodzaju. Jednocześnie na prostym przykładzie obrazuje ona nietrywialność takiego podejścia. Pomimo to – a może dzięki temu – otworzyła ona nowy kierunek badań teoretycznych rozważających możliwości zastosowania oraz sposoby projektowania tego typu Hamiltonianów w kontekście kwantowych układów wielu ciał.

4.3 Kwantowa wierność stanu podstawowego oraz zachowanie przerwy energetycznej dla modelu XY

W tym rozdziale omówimy wyniki pracy [4], a także blisko z nią związanej pracy [15]. Druga z tych prac nie stanowi części przedstawianego osiągnięcia z powodu niemożliwości spełnienia wymagań formalnych – czyli w tym przypadku niemożliwości uzyskania własnoręcznie podpisanego oświadczenia od jednego z współautorów. Współautor ten po skończeniu studiów magisterskich na Uniwersytecie Tokijskim w Japonii zakończył swoją przygodę z nauką akademicką i nawiązanie z nim kontaktu nie było możliwe. Tym niemniej, pomimo że praca ta nie stanowi części cyklu opiszę ją w tej części autoreferatu gdzie merytorycznie najlepiej ona pasuje. Jednocześnie załączam oświadczenia pozostałych współautorów tej pracy które udało mi się uzyskać. Wkład brakującej osoby w powstanie rzeczzonego artykułu został tam opisany przez jego promotora.

W pracy [4] skupiamy się na kwantowej wierności, która w naszych rozważaniach pojawiła się już na końcu poprzedniego rozdziału. Przejście fazowe objawiają się poprzez gwałtowną zmianę własności układu powodowaną przez drobną zmianę parametrów zewnętrznych. Ta prosta obserwacja stała za sugestią, że w przypadku przejść kwantowych – które są związanych z własnościami stanu podstawowego układu – można użyć iloczynu skalarnego między dwoma stanami podstawowymi dla nieznacznie różniących się wartości parametrów jako próbnika sygnalizującego wystąpienie takiego przejścia [57]. Wielkość ta, występująca w literaturze pod nazwą *kwantowej wierności*, stała się z czasem jednym ze standardowych narzędzi w numerycznym testowaniu diagramów fazowych. Gwałtowność zmian funkcji falowej w punkcie krytycznym prowadzi do spadku kwantowej wierności w jego okolicach. Pozwala to na znalezienie położenia punktu krytycznego, a także na wyznaczenie uniwersalnego wykładnika ν charakteryzującego rozbieżność długości korelacji w jego okolicach [54, 55, 56, 18].

Na szczególną uwagę zasługuje tutaj tak zwana *podatność kwantowej wierności* $\chi_F(\lambda)$. Jest ona zdefiniowana przez rozwinięcie Taylora kwantowej wierności w funkcji małego przesunięcia δ ,

$$|\langle \psi(\lambda) | \psi(\lambda + \delta) \rangle| = 1 - \chi_F(\lambda) \frac{\delta^2}{2} + \mathcal{O}(\delta^3), \quad (15)$$

gdzie zakładamy, że stany podstawowe są znormalizowane $\langle \psi(\lambda) | \psi(\lambda) \rangle = 1$. Już w pierwszej pracy dotyczącej kwantowej wierności w kontekście kwantowych punktów krytycznych [57] pojawiło się proste wyrażenie na jej postać w modelu Isinga $\chi_F(\lambda) = \frac{1}{4} \sum_{k>0} \frac{\sin^2 k}{(\lambda^2 - 2\lambda \cos k + 1)^2}$, gdzie k to quasi-pędy użyte w diagonalizacji Hamiltonianu. Wyrażenie pod sumą jest rozbieżne w granicy małych k w punkcie krytycznym. Z tego powodu jest ono bardzo czułe na to jakie dokładnie wartości k zostaną użyte w próbie jego obliczenia i w jaki sposób zostanie ono przybliżone przed zsumowaniem lub przybliżonym całkowaniem. Zaowocowało to całą serią nieścisłości w literaturze tematu. Celem pracy [4] było ostatecznie domknięcie tego problemu. W tym celu w szczególności:

- Przeprowadzamy szczegółową dyskusję postaci stanu podstawowego modelu Isinga w pełnym zakresie parametrów, to jest wielkości systemu N oraz pola magnetycznego λ . Problem techniczny kryje się w tym, że Hamiltonian Isinga w równaniu (6) ma proste mapowanie na układ swobodnych fermionów tylko po ograniczeniu się do podprzestrzeni o dobrze określonej parzystości kwazicząstek. Każda z tych podprzestrzeni – odpowiednio o parzystej i nieparzystej ilości kwazicząstek – ma inny zestaw quasi-pędów k . Transformacja między nimi ma wysoce nielokalny charakter co mocno komplikuje rachunki. W związku z tym istotne jest między innymi zidentyfikowanie w której podprzestrzeni faktycznie leży globalny stan podstawowy układu w zależności od konkretnych wartości parametrów.

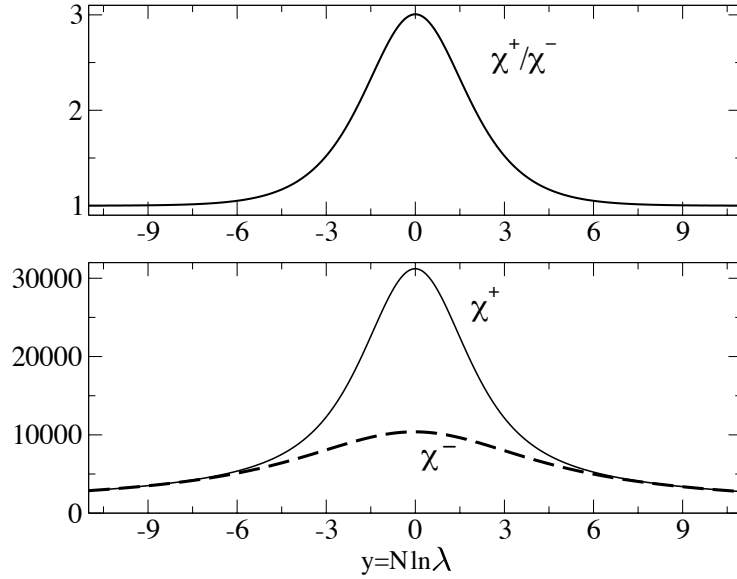
- W tym celu znajdujemy zwarte wyrażenie na przerwę energetyczną pomiędzy podprzestrzeniami z różną parzystością, co pozwala jednoznacznie rozwiązać powyższy problem. Ograniczenie tego wyrażenia w przypadku fazy ferromagnetycznej $|\lambda| < 1$ pokazuje, że przerwa energetyczna między podprzestrzeniami

$$\varepsilon^- - \varepsilon^+ = \mathcal{O} \left(\exp(-N/\xi) / \sqrt{N} \right) \quad (16)$$

zanika wykładniczo w funkcji wielkości układu liczonego w jednostkach długość korelacji (która jest zdefiniowana w granicy termodynamicznej). Pokazuje to ilościowo jak w skończonym układzie pojawia się degeneracja stanu podstawowego i związane z tym spontaniczne łamanie symetrii w tej fazie. Jest to wynik jakościowo dyskutowany w standardowych podręcznikach [29]. Nowością w naszej pracy jest to, że udało nam się uzyskać zwarte wyrażenie które ściśle pokazuje tę zależność. Dla porównania na przykład praca [58] ogranicza się tylko do oszacowania że przerwa ta zanika szybciej niż jakakolwiek funkcja potęgowa N . Dla kompletu wspomnijmy, że w punkcie krytycznym $\varepsilon^- - \varepsilon^+ = \mathcal{O}(1/N)$ zanika potęgowo, co będzie istotne w dalszej dyskusji.

- Znajdujemy zwarte analityczne wyrażenia ma podatność kwantowej wierności w każdej z dwóch podprzestrzeni. Co ciekawe, ich stosunek ma maksimum w punkcie krytycznym którego wartość dąży do 3. Pokazuje to kapitalne znaczenie jakie ma wybór poprawnych wartości quasi-pędów k w wyrażeniu na podatność kwantowej wierności. Zależność tę pokazujemy na rysunku 2. Połączenie tego wyniku z informacją w której podprzestrzeni leży stan podstawowy daje ściśle, książkowe wyrażenie na zachowanie *podatności kwantowej wierności* w modelu Isinga. Jest ono siłą rzeczy zgodne ze wszystkimi symetriami w tym modelu (obróceniu $\lambda \leftrightarrow -\lambda$ oraz symetrią Kramersa-Wanniera $\lambda \leftrightarrow 1/\lambda$) – co nie było wcale spełnione przez wyrażenia pojawiające się wcześniej w literaturze.

Metoda wykorzystana w powyższej pracy do analitycznego oszacowania zachowania przerwy energetycznej między podprzestrzeniami została następnie wykorzystana w pracy



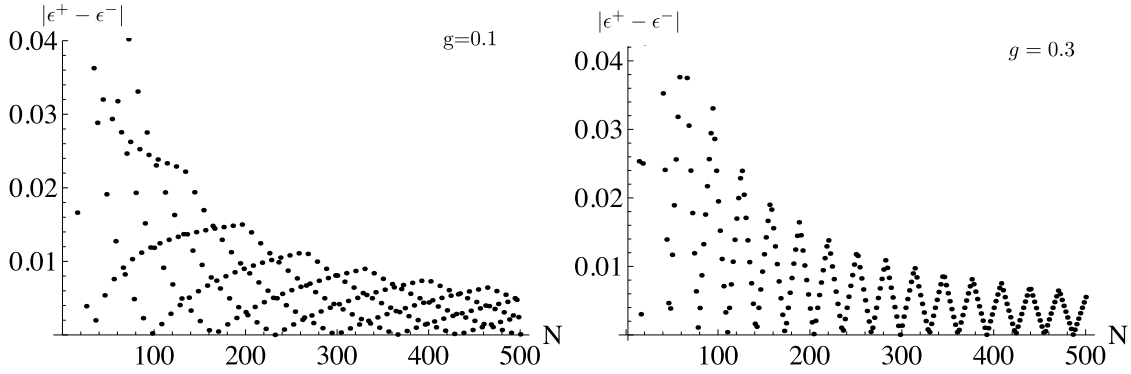
Rysunek 2: Różnica między podatnością kwantowej wierności liczonych dla podprzestrzeni o ujemnej i dodatniej parzystości kwazicząstek w modelu Isinga. Wyniki numeryczne dla wielkości systemu $N = 1000$. Na osi poziomej pokazujemy przeskalowaną wielkość układu $y = N \ln g \sim \text{sgn}(g - 1)N/\xi(g)$, gdzie $\xi(g)$ jest długością korelacji w granicy termodynamicznej. Blisko punktu krytycznego dla $|y| \sim O(1)$ (czyli na skali zadanej przez długość korelacji) obie krzywe znacząco się różnią. Rysunek z pracy [4].

[15] w kontekście jednowymiarowego modelu XY

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N [(1 + \gamma)\sigma_i^x \sigma_{i+1}^x + (1 - \gamma)\sigma_i^y \sigma_{i+1}^y] - g \sum_{i=1}^N \sigma_i^z - \lambda \sum_{i=1}^N \sigma_i^x, \quad (17)$$

gdzie pojawia się dodatkowo parametr γ charakteryzujący anizotropię sprzężeń w płaszczyźnie XY. Powyżej, poza polem poprzecznym do płaszczyzny sprzężeń (oznaczonym tutaj jako g) dodajemy pole magnetyczne w kierunku podłużnym λ . W ogólności dla niezerowej wartości λ modelu tego nie da się już rozwiązać analitycznie. Model Isinga w polu poprzecznym g jest oczywiście szczególnym przypadkiem tego modelu gdzie $\gamma = 1$ i $\lambda = 0$.

Bezpośrednią motywację dla pracy [15] stanowi tematyka wyżarzania kwantowego, czyli innymi słowy adiabatycznych komputerów kwantowych. Tak jak wspominaliśmy, zachowanie się przerwy energetycznej bezpośrednio wpływa na teoretyczną efektywność takiego podejścia. W szczególności w przypadku kwantowych przejść fazowych w granicy termodynamicznej przerwa energetyczna znika. To jaki jest charakter tego zaniku dla skończonego systemu (w funkcji jego wielkości) zależy bezpośrednio od rodzaju przejścia. W przypadku przejść drugiego rodzaju, którym towarzyszy rozbieżna długość korelacji, oczekiwany jest zanik potęgowy. Z drugiej strony, dla przejść pierwszego rodzaju zanik ten jest wykładniczy [59]. Zachowanie takie można bezpośrednio połączyć z zachowaniem kwantowej wierności, czyli w tym przypadku iloczynem skalarnym stanów podstawowych po dwóch stronach przejścia. Pojawia się ona jako element diagonalny w efektywnym Hamiltonianie dwustanowym opisującym układ w okolicach przejścia – patrz równanie (7). W przypadku przejść pierwszego rodzaju stany po różnych stronach przejścia mają diametralnie różny charakter i kwantowa wierność zanika wykładniczo z wielkością układu w istotnym zakresie przesunięć



Rysunek 3: Zależność przerwy energetycznej od wielkości systemu dla izotropowego ($\gamma = 0$) modelu XY z równania (17) w punkcie krytycznym drugiego rodzaju dla $\lambda = 0$. Lewy panel odpowiada wartości pola poprzecznego $g = 0.1$, a prawy $g = 0.3$. Oscylacje oznaczają, że stany o dodatniej i ujemnej parzystości na przemian stają się globalnym stanem podstawowym. Obwiednia zanika potęgowo z wielkością systemu, co odpowiada typowemu zachowaniu się przerwy energetycznej dla przejścia drugiego rodzaju, natomiast oscylacje powodują że dla odpowiednich wielkości układ N przerwa ta jest znacząco mniejsza. Rysunek z pracy [15].

δ . W przypadku przejść drugiego rodzaju charakter ten jest bardziej gładki i zależność ta jest potęgowa.

Powyższy związek między rodzajem przejścia a zachowanie przerwy energetycznej jest zachowana dla większości systemów. Znane są jednak kontrprzykłady. Na przykład prace [58, 60] podają przykład przejścia pierwszego rodzaju gdzie zanik przerwy jest mimo wszystko potęgowy. W pracy [15] pokazujemy inny przykład anormalnego zachowanie, gdzie dla przejścia drugiego rodzaju zanik ten jest wysoce oscylujący. Powoduje to, że dla specyficznych wartości parametrów przerwa energetyczna może być drastycznie mniejsza niż by to sugerowała potęgowa zanikająca obwiednia. W tym celu skupiamy się na modelu XY z równania (17), zakładając że parametrem kontrolującym przejście jest pole podłużne λ zmieniające się między $\lambda > 0$ a $\lambda < 0$. W zależności od wartości pozostałych parametrów (γ i g) mamy następujące możliwości. Dla $|g| > 1$ przerwa energetyczna pozostaje makroskopowa w $\lambda = 0$ i nie mamy do czynienia z przejściem fazowym. Dla $\gamma > 0$ oraz $|g| \leq 1$ występuje przejście fazowe między fazą gdzie magnetyzacja w kierunku x jest dodatnia (dla $\lambda > 0$) oraz ujemna (dla $\lambda < 0$). W granicy termodynamicznej przejście to jest nieciągłe i dlatego jest to przejście pierwszego rodzaju. Dla $\gamma = 0$ magnetyzacja zmienia się w sposób ciągły i tym przypadku mamy do czynienia z przejściem drugiego rodzaju. W każdym z tych przypadków człon sprzężony z λ indukuje przejścia między stanami różniącymi się parzystością całkowitego spinu w kierunku z . Powoduje to, że dla $h = 0$ istotna przerwa energetyczna to dokładnie $\epsilon^+ - \epsilon^-$ między stanami o różnej parzystości rozważana w pracy [4]. W szczególności:

- Znajdujemy zwarte analityczne wyrażenia na zachowanie się przerwy energetycznej zarówno dla przypadku przejścia pierwszego jak i drugiego rodzaju. Numeryczne przykłady zachowania się przerwy w przypadku przejścia drugiego rodzaju ($\gamma = 0$) są pokazane na rysunku 3. Widoczne na tym rysunku oscylacje są bezpośrednio związane z tym, który ze stanów: parzysty lub nieparzysty, ma niższą energię. Zachowanie takie zostało zaobserwowane numerycznie w pracy [61] i określone mianem konkurencji między stanami próżni.

- Pokazujemy bezpośredni związek między oscylacjami przerwy energetycznej, a oscy-

lacyjnym zachowaniem się funkcji korelacji. Oba oscylują z tą samą częstością, którą można powiązać z charakterem residuów dla funkcji $\epsilon_k = \sqrt{(g - \cos k)^2 + \gamma^2 \sin^2 k}$, czyli energii poszczególnych modów pędowych którą dostaje się po zmapowaniu Hamiltonianu (17) na układ swobodnych fermionów (dla $\lambda = 0$).

Podsumowując, prace [4] i [15] stanowią zbiór analitycznych wyników dla prototypowych kwantowych modeli jednowymiarowych. Z jednej strony dostarczają one ścisłych i zwartych wyrażeń które są teraz powszechnie wykorzystywane przez innych autorów, a z drugiej strony intrygujących przykładów możliwości nietypowych zachowań w kontekście możliwości adiabatycznego przygotowania oczekiwanego stanu z wykorzystaniem skończonej przerwy energetycznej w skończonym systemie. Szczególnie interesujące jest tutaj zachowanie przerwy w translacyjnie niezmienniczych układach gdzie oscylacje funkcji korelacji są niewspółmierne ze stałą sieci.

4.4 Kwantowa metrologia w obecności kwantowych przejść fazowych

W tym rozdziale omówimy wyniki pracy [2]. Dyskutuje ona zachowanie kwantowej informacji Fishera dla systemu w okolicy kwantowego przejścia fazowego ze szczególnym zwróceniem uwagi na jej charakter na różnych skalach czasu – od impulsowej do adiabaticznej.

Głównym celem kwantowej metrologii jest dokładna estymacja małej zmiany parametru z wykorzystaniem procedury kwantowej [62]. Idea ta sprowadza się do możliwości generowania rodziny stanów kwantowych zmieniających się gwałtownie pod wpływem zmiany zewnętrznego parametru [63]. Miarę podobieństwa między stanami dostarcza kwantowa wierność Uhlmanna [64]

$$\mathcal{F}(\rho, \sigma) = \text{Tr} \left(\sqrt{\sqrt{\rho} \sigma \sqrt{\rho}} \right) \quad (18)$$

między stanami opisanymi macierzami gęstości ρ i σ . Dla stanów czystych definicja ta upraszcza się do iloczynu skalarnego między dwoma stanami, który był dyskutowany w poprzednich rozdziałach. Kwantowa informacja Fishera pojawia się jako druga pochodna

$$G(\lambda) = -4 \partial^2 \mathcal{F}(\rho(\lambda), \rho(\lambda + \delta_\lambda)) / \partial \delta_\lambda^2 \big|_{\delta_\lambda=0}, \quad (19)$$

gdzie $\rho(\lambda)$ to rodzina stanów zależnych od zewnętrznego parametru λ . Jako taka, z dokładnością do czynnika 4, kwantowa informacja Fishera jest równa podatności kwantowej wierności $\chi_F(\lambda)$ pojawiającej się w kontekście diagramów fazowych. Daje ona górne oszacowanie na to z jaką dokładnością można wyznaczyć drobną zmianę parametru δ_λ na podstawie wyników pomiarów przeprowadzonych na $\rho(\lambda)$. Precyzja ta jest określona przez formułę propagacji błędu

$$\Delta_{\delta_\lambda}(\hat{A}, \lambda) = \frac{\sqrt{\langle \hat{A}^2 \rangle_{\rho(\lambda)} - \langle \hat{A} \rangle_{\rho(\lambda)}^2}}{\left| \frac{\partial \langle \hat{A} \rangle_{\rho(\lambda + \delta_\lambda)}}{\partial \delta_\lambda} \right|_{\delta_\lambda=0}}. \quad (20)$$

W powyższym wzorze $\hat{A}$ to obserwablą którą mierzymy, natomiast sama formuła sprowadza się do stosunku odchylenia standardowego mierzonej wielkości do podatności wartości średniej na zmianę parametru λ . Zgodnie ze wzorem Cramera-Rao, kwantowa informacja Fishera daje dolne ograniczenie na możliwą do uzyskania precyzję [63],

$$G(\lambda)^{-1/2} \leq \Delta_{\delta_\lambda}(\hat{A}, \lambda). \quad (21)$$

Jest ono niezależne od wyboru konkretnej obserwabli $\hat{A}$ którą mierzymy.

Głównym celem pracy [2] jest unifikacja dwóch podejść do kwantowej metrologii występujących w literaturze. W ramach pierwszego z nich [65, 66, 67] zmiana stanu jest wynikiem unitarnej dynamiki generowanej przez Hamiltonian zależny od parametru λ . W szczególności dla Hamiltonianu $\hat{H} = \hat{H}_0 + \lambda \hat{H}_1$ można pokazać, że $G^{-1/2} \geq \frac{1}{t \|\hat{H}_1\|}$, gdzie $\|\hat{H}_1\|$ to norma operatora sprzężonego do λ [68]. W przypadku układu wielu ciał, zakładając że λ jest lokalnie sprzężona do każdego podukładu, czyli dla $\hat{H}_1 = \sum_{n=1}^N \hat{h}_n$ będącego sumą członów jednooczkowych, dostajemy $\|\hat{H}_1\| \sim N$. Oznacza to że kwantowa informacja Fishera może się skalować co najwyżej jak $G^{-1/2} \sim N^{-1}$ w funkcji wielkości systemu N , czyli innymi słowy w funkcji ilości elementarnych podukładów składowych. Jest to tak zwana granica Heisenberga, która można skontrastować z klasycznym zachowaniem gdzie możliwa precyzja rośnie jak $G^{-1/2} \sim N^{-1/2}$. W powyższych rozważaniach zależność od czasu jest często zaniebawiana ze względu na potencjalne ograniczenia eksperymentalne, a uwaga skupia się głównie na skalowaniu kwantowej informacji Fishera w funkcji N .

W ramach drugiego podejścia rozważana jest rodzina stanów podstawowych dla kwantowego Hamiltonianu $\hat{H}(\lambda)$, posiadających punkt krytyczny dla λ_c [69]. Z uwagi na czułość układu na zmianę parametru λ w okolicach punktu krytycznego drugiego rodzaju prowadzi to typowo do skalowania $G(\lambda_c)^{-1/2} \sim N^{-1/d}$, gdzie d to wymiar układu. Dla odpowiednio małej wartości $d\nu$ pozornie może to dać lepsze skalowanie niż granica Heisenberga.

W pracy [2] szczegółowo dyskutujemy tę pozorną sprzeczność. Zwracamy uwagę, że podążanie za stanem podstawowym układu wymaga zachowania adiabatyiczności dynamiki. Zakładając, że zewnętrzne pole zmienia się jak

$$\delta_\lambda(t') = t'/\tau_Q = \frac{t'}{t} \delta_\lambda, \quad (22)$$

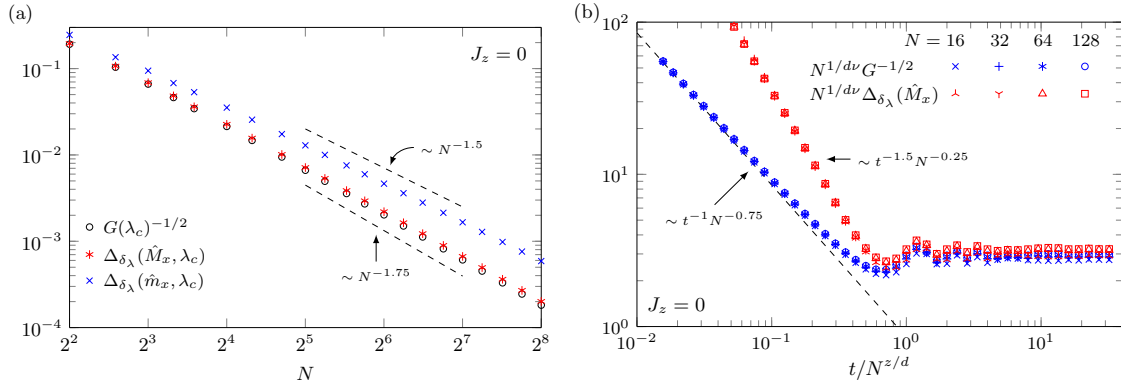
w praktyce oznacza to, że tempo zmian τ_Q musi być odpowiednio wolne. Korzystając z kombinacji twierdzenia adiabatyicznego z uniwersalnymi skalowaniami – albo efektywnie w wariantu argumentu Kibbla-Zurka – prowadzi to do skalowania $\tau_Q \gg N^{\frac{z\nu+1}{d\nu}}$. Oznacza to, że charakterystyczna skala czasowa która jest potrzebna do adiabatyicznego wyindukowania zmiany o δ_λ , skaluje się jak $\hat{t} \sim \tau_Q \delta_\lambda \sim N^{z/d}$. Przede wszystkim należy tutaj zwrócić uwagę, że zależy ona bezpośrednio od wielkości systemu. Pokazuje to, że dyskusji równowagowych skalowań w okolicach punktów krytycznych nie można traktować w oderwaniu od rozważań skal czasowych na których odpowiednie (adiabatyiczne) zmiany zachodzą. Zaniedbanie takiej dyskusji może prowadzić do pozornych sprzeczności. Ponadto w pracy:

- Zakładając ewolucję adiabatyiczną wyprowadzamy uniwersalne skalowaną formuły propagacji błędu $\Delta_{\delta_\lambda}(\hat{A}, \lambda)$ dla naturalnych obserwabli w rozważanym kontekście, czyli na przykład dla $\hat{A} = \hat{H}_1$ sprzężonego z polem zewnętrznym. W granicy adiabatyicznej $\Delta_{\delta_\lambda}(\hat{H}_1, \lambda)$ typowo wysyca optymalne skalowanie determinowane przez kwantową informację Fishera. Pokazujemy też, że niewiele gorsze skalowanie oferuje jego jednooczkowa składowa $\hat{h}_{N/2}$.

- Wprowadzając wprost zależność od czasu, znajdujemy ograniczenia na zachowanie kwantowej informacji Fishera dla przypadku zależnego od czasu, czyli w szczególności dla przypadku danego przez równanie (22). Pokazujemy że:

$$G(\lambda, t)^{1/2} \leq t 2\zeta \sqrt{\langle \hat{H}_1^2 \rangle - \langle \hat{H}_1 \rangle^2}, \quad (23)$$

gdzie odchylenie standardowe jest liczone w stanie początkowym ewolucji, a wartość czynnika $\zeta = \frac{1}{t\delta_\lambda} \int_0^t dt' \delta_\lambda(t')$ wynika z dokładnej zależności pola zewnętrznego $\delta_\lambda(t')$ od czasu. Stanowi on uogólnienie wzoru dla przypadku Hamiltonianu niezależnego od czasu, który



Rysunek 4: Ferromagnetyczny model XXZ w polu poprzecznym (25) dla $J_z = 0$. Panel (a) pokazuje skalowanie kwantowej informacji Fishera w funkcji wielkości systemu N w stanie równowagowym (granica adiabatyczna) w punkcie krytycznym. Pokazujemy także skalowanie precyzji oferowanej przez operatory magnetyzacji w kierunku pola $M_x = \sum_n \sigma_n^x$ oraz $m_x = \sigma_{N/2}^x$ w ramach formuły propagacji błędów (20). Linie przerywane wskazują wartości wykładników oczekiwane teoretycznie. Panel (b) pokazuje dochodzenie do granicy adiabatycznej przy założeniu, że zmiana układu odbywa się na skali czasu t . Kolaps krzywych uzyskanych dla różnych wielkości systemu obrazuje uniwersalny charakter zależności, zgodny z przewidywaniami teoretycznymi. Dla krótkich czasów $G^{1/2} \sim tN^{1-[h]/d}$ co jest zaznaczone linią przerywaną. W naszym przypadku $1 - [h]/d = 3/4$. Pokazujemy także zależność precyzji oferowanej przez pomiar $\hat{M}_x$. Dla długich czasów, w granicy adiabatycznej, jest ona bliska optymalnej. Dla krótkich czasów jest ona daleka od optymalnej – w tej sytuacji obserwujemy zależność $\Delta_{\delta_\lambda}(\hat{M}_x, \lambda_c, t) \sim t^{-1.5} N^{-0.25}$. Rysunki z pracy [2].

był znany w literaturze [70]. W przypadku ewolucji startującej ze stanu podstawowego w punkcie krytycznym prowadzi to do relacji

$$G(\lambda_c, t)^{1/2} \lesssim t2\zeta N^{1-[h]/d}, \quad (24)$$

gdzie $[h]$ jest wymiarem skalowania operatora $\hat{h}$ sprzężonego do pola zewnętrznego [29]. Wzór ten w oczywisty nie łamie granicy Heisenberga. Pokazuje on jednocześnie, że kwantowy punkt krytyczny pozwala na uzyskania lepszego skalowania niż w przypadku klasycznym, gdzie $G^{1/2} \sim tN^{1/2}$. Skalowanie takie jest wynikiem silnego splątania i dalekoasięgowych korelacji charakterystycznych dla punktu krytycznego.

• Powyższe teoretyczne przewidywania praw skalowania obrazujemy na przykładzie jednowymiarowego ferromagnetycznego modelu XXZ w polu zewnętrznym,

$$\hat{H}(\lambda) = - \sum_{n=1}^{N-1} (\sigma_n^x \sigma_{n+1}^x + \sigma_n^y \sigma_{n+1}^y + J_z \sigma_n^z \sigma_{n+1}^z) + \lambda \sum_{n=1}^N \sigma_n^x. \quad (25)$$

Posiada on punkt krytyczny drugiego rodzaju dla $\lambda_c = 0$ i wartości anizotropii w zakresie $|J_z| \leq 1$. Wartość wykładnika ν w tym przypadku jest mniejsza niż 1, co pozwala wyraźnie uwidocznienie pozorne łamanie ograniczenia Heisenberga. Model ten nie jest rozwiązywalny analitycznie. Z tego powodu ograniczamy się do symulacji numerycznych z wykorzystaniem metod opartych na sieciach tensorowych, a w szczególności na ich jednowymiarowym wariancie danym przez produktowe stany macierzowe. W ramach symulacji odzyskujemy wszystkie dyskutowane skalowania, zarówno w granicy adiabatycznej (Rys. 4a), jak i te

opisujące charakter nierównowagowej dynamiki na różnych skalach czasu (Rys. 4b). Pokazujemy także na ile skalowania charakterystyczne dla punktu krytycznego są czułe na odstrojenie od tego punktu: zarówno poprzez odstrojenie λ od krytycznej wartości λ_c , jak i na niezerową wartość temperatury.

Podsumowując, praca [2] porządkuje i dokładnie omawia problem wykorzystania czułości kwantowego punktu krytycznego na przyłożone pole do mierzenia zmian tego pola. Unifikuje ona takie podejście z ogólnym paradygmatem metrologicznym, który zadaje pytanie o czułość dynamiki unitarnej na zmianę wartości zewnętrznego pola. Pokazujemy też, że adiabaticzność dynamiki w okolicach kwantowego punktu krytycznego jest kluczowym elementem tych rozważań. Ciekawym otwartym pytaniem w tym kontekście pozostaje na ile różne *skrót do adiabaticzności* mogą prowadzić do uzyskania lepszych z punktu widzenia kwantowej metrologii rezultatów.

4.5 Skrót do adiabaticzności poprzez przestrzenną niejednorodność przejścia dla układów spinowych z nieporządkiem

W tym rozdziale opiszemy prace [1] i [3]. We wcześniejszych rozważaniach pojawiły się już dwie strategie pozwalające na uzyskanie adiabaticznej dynamiki przy przechodzeniu przez przejście fazowe: dodatnie odpowiednie Hamiltonianu pomocniczego wymuszającego adiabaticzność oraz – najprostsze – wykorzystanie naturalnej przerwy energetycznej związanej ze skończonym rozmiarem rozważanego układu. Oba te podejścia, co pokazują wcześniejsze rozdziały, są potencjalnie mocno ograniczone. W pierwszym przypadku przez konieczne skomplikowanie pomocniczego Hamiltonianu, nie wspominając nawet o trudnościach związanych z jego znalezieniem. W drugim przypadku poprzez szybki zanik przerwy energetycznej wraz z rosnącą wielkością układu.

Obiecującą alternatywę stanowi wykorzystanie przestrzennej modulacji pola wymuszającego w taki sposób, żeby przeprowadzać układ przez punkt krytyczny stopniowo, kawałek po kawałku. W takim przypadku, bez straty ogólności, można przyjąć, że pole zewnętrzne ma postać:

$$\lambda_n(t) = \begin{cases} \lambda_i, & n - vt > \frac{\lambda_i - \lambda_f}{2\alpha}, \\ \frac{\lambda_i + \lambda_f}{2} + \alpha(n - vt), & |n - vt| \leq \frac{\lambda_i - \lambda_f}{2\alpha}, \\ \lambda_f, & n - vt < \frac{\lambda_f - \lambda_i}{2\alpha}, \end{cases} \quad (26)$$

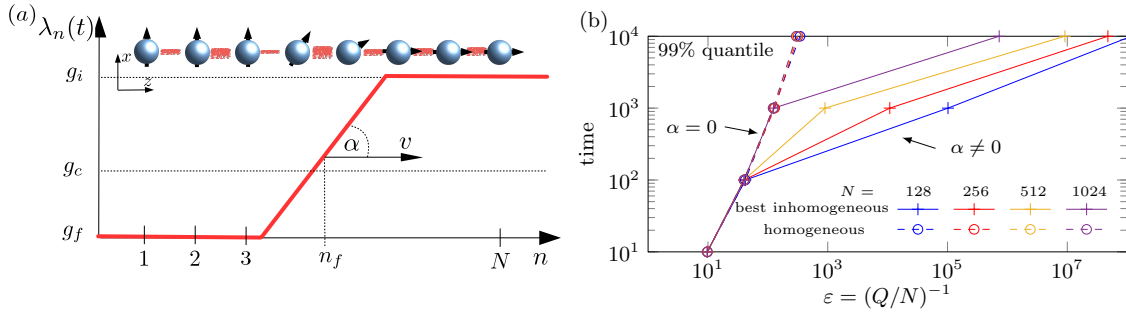
gdzie układ jest przeprowadzany między wartością początkową λ_i a końcową λ_f , z punktem krytycznym leżącym pomiędzy nimi. Scenariusz ten jest pokazany na Rys. 5a. Ilość spinów które jednocześnie doświadczają krytyczności jest determinowana przez nachylenie frontu α , natomiast przestrzenna prędkość frontu określona jest przez v . Proste przekształcenie pokazują, że efektywne tempo zmian pola w ustalonym punkcie jest dane przez $\tau_Q = 1/\alpha v$.

W kontekście kwantowych przejść fazowych podejście to zostało zaproponowane po raz pierwszy w pracy [20] w której rozważaliśmy model Isinga z równania (6). Zakładając standardowe prawa skalowania oraz odpowiednio gładką modulację przestrzenną można pokazać, że efektywna wielkość krytycznego fragmentu systemu przechodzącego w danej chwili czasu przez punkt krytyczny skaluje się jak

$$\hat{\xi}_i \sim \alpha^{-\frac{\nu}{\nu+1}} \quad (27)$$

i jest niezależna od N . Powoduje to wygładzenie przerwy energetycznej, która powinna się skalować jak

$$\hat{\Delta}_i \sim \alpha^{\frac{z\nu}{\nu+1}}. \quad (28)$$



Rysunek 5: (a) Przeprowadzanie łańcucha spinowego przez punkt krytyczny przy pomocy niejednorodnego pola magnetycznego. W takim przypadku krytyczna wartość pola jest osiągana lokalnie i punkt ten przemiata przez łańcuch z prędkością v . Skala długości na której zewnętrzne pole zmienia się w przestrzeni jest opisane przez nachylenie α . Parametr ten kontroluje ile spinów efektywnie doświadcza krytyczności w danej chwili czasu. (b) Porównanie energii wzbudzeń osiąganej przy pomocy standardowego protokołu jednorodnego i najlepszego protokołu niejednorodnego dla jednowymiarowego modelu Isinga z nieporządkiem. Na wykresie pokazujemy całkowity czas ewolucji potrzebny na osiągnięcie odpowiedniej jakości stanu końcowego – określanej tutaj przez odwrotność energii wzbudzenia na spin $\varepsilon = (Q/N)^{-1}$. W przypadku jednorodnym czas ten rośnie wykładniczo, natomiast w rozważanym przypadku protokół niejednorodny pozwala na praktycznie adiabatyczne przejście dla odpowiednio wolnych prędkości frontu v . Rysunki z pracy [3].

Obie te wielkości są kontrolowana przez nachylenie frontu α i kombinację wykładników krytycznych. Zestawienie tych dwóch skal: odległości i czasu, sugeruje istnienie charakterystycznej prędkości granicznej

$$v_t \sim \alpha^{\nu(z-1)/(1+\nu)}. \quad (29)$$

Jest to prędkość z jaką informacja jest w stanie się rozprzestrzeniać w krytycznym układzie. Prowadzi to do przewidywania, że jeśli prędkość frontu $v \ll v_t$ to ewolucja układu powinna być adiabatyczna. Z drugiej strony dla $v \gg v_t$ niejednorodność nie ma znaczenia i układ wzbudza się tak jak w przypadku jednorodnym z prędkością przejścia daną przez τ_Q . Dla modelu Isinga $z = 1$ i prędkość graniczna jest niezależna od nachylenia frontu. W takim przypadku wykładnik we wzorze (29) się zeruje i prędkość ta jest równa prędkości kwazicząstek w punkcie krytycznym. Przejście do granicy adiabaticznej ma wtedy ostry charakter z warunkiem $v < v_t = 2$ [dla modelu Isinga z równania (6)] [20].

Celem pracy [3] było poczynienie pierwszego kroku w sprawdzenie na ile te przewidywania przenoszą się do układów spinowych z nieporządkiem. Pytania takie są motywowane szeroką tematyką wyżarzania kwantowego, szczególnie w kontekście optymalizacji i szkieł spinowych [71, 72, 73, 74]. W ramach takiego podejścia poszukiwany jest stan niskoenergetycznego klasycznego modelu Isinga poprzez dodanie do niego kwantowych fluktuacji związanych z wolno (idealnie adiabaticznie) wyłączanym poprzecznym polem magnetycznym. Standardowo to zewnętrzne pole jest jednorodne. Próbę fizycznej realizacji takiego paradygmatu obliczeniowego stanowią na przykład procesory budowane przez firmę D-Wave, gdzie układ “spinów” jest realizowany w oparciu o sieć złączy Josephsona [75].

Obecność nieporządku typowo prowadzi do szeregu nowych zjawisk i przejść fazowy zarówno pierwszego jak i drugiego rodzaju. W szczególności obecność fazy Griffiths’a o nieskończonej podatności może owocować semi-eksponencjalnym zanikiem przerwy energetycznej nawet w przypadku gdy nie mamy do czynienia z przejściem pierwszego rodzaju.

Przykładem takiego zachowania są układy posiadające punkt krytyczny w klasie uniwersalności tak zwanego nieskończonego nieporządku. Klasa ta jest opisywana przez grupę renormalizacji silnego nieporządku [76, 77], i pojawia się typowo w układach niskowymiarowych (na przykład w 2d [78, 79]). Sztandarowy przykład stanowi losowy model Ising w jednym wymiarze,

$$H = - \sum_{n=1}^{N-1} J_n \sigma_n^x \sigma_{n+1}^x - \sum_{n=1}^N \lambda_n \sigma_n^z, \quad (30)$$

gdzie przyjmujemy że J_n są losowane z pewnego rozkładu. Obecność nieporządku zmienia klasę uniwersalności modelu. W szczególności w punkcie krytycznym przerwa energetyczna zanika jak $\sim e^{-\alpha\sqrt{N}}$, co efektywnie oznacza, że wykładnik krytyczny z dąży do nieskończoności. Powoduje to, że dla przejścia jednorodnego ilość wzbudzeń zanika logarytmicznie $n_{ex} \sim 1/\ln(\tau_Q)^2$ [80, 81], czyli znacznie wolniej niż typowy zanik potęgowy dla przejść przez punkt krytyczny drugiego rodzaju bez nieporządku.

Naiwne zastosowanie granicy $z \rightarrow \infty$ w równaniu (29) sugerowałoby, że $v_t = 0$ i niejednorodność pola wymuszającego nie powinna prowadzić do adiabatywności przejścia. Dokładniejsza analiza przeprowadzona w pracy [3], biorąca starannie pod uwagę zachowanie sugerowane przez grupę renormalizacji silnego nieporządku pokazuje że taki wniosek nie jest prawdziwy. W takim wypadku równania (28) oraz (29) muszą zostać odpowiednio zmodyfikowane. W szczególności:

- Pokazujemy, że przerwa energetyczna w układzie niejednorodnym jest kontrolowana przez α i typowo zanika jak $\hat{\Delta}_i \sim e^{-C\alpha^{-1/3}}$, gdzie C jest nieuniwersalną stałą rzędu jedności. Przewidywania te zostały poparte przez wyniki symulacji w modelu Isinga z nieporządkiem. Dokładniej, rozważamy rozkład prawdopodobieństwa przerwy energetycznej w funkcji α . Numerycznie pokazujemy, że rozkład ten ma charakter uniwersalny i jest on konsystentny z połączeniem przewidywania niejednorodnego mechanizmu Kibbla-Zurka o charakterystycznej wielkości efektywnego regionu krytycznego $\hat{\xi}_i \sim \alpha^{\frac{\nu}{1+\nu}}$, z przewidywaniami grupy renormalizacji silnego nieporządku o rozkładzie wielkości przerwy energetycznej w skończonym układzie w punkcie krytycznym (robionymi dla jednorodnego pola zewnętrznego, lub dokładniej dla jednorodnego rozkładu prawdopodobieństw pól i sprzężeń).

- Pokazujemy, że pozwala to przeprowadzić układ przez punkt krytyczny w sposób adiabatyczny. Czas potrzebny na uzyskanie rozwiązania (stanu) danej jakości jest pokazany na Rys. 5b. W tym wypadku jakość uzyskanego rozwiązania definiujemy jako odwrotność średniej gęstości energii wzbudzeń. Dla przejścia jednorodnego czas ten rośnie wykładniczo – co wynika z faktu, że w tym przypadku gęstość wzbudzeń zanika logarytmicznie z czasem przejścia. Z drugiej strony dla przejścia niejednorodnego można uzyskać praktycznie adiabatyczne przejście w skończonym czasie. Dodatkowo można zaobserwować, że istnieje optymalne nachylenie $\hat{\alpha}$ dla którego potrzebny czas jest najkrótszy. Z jednej strony zanik przerwy energetycznej $\hat{\Delta}_i \sim e^{-C\alpha^{-1/3}}$ sugeruje użycie większego α . Z drugiej strony zbyt duże α oznacza że długość penetracji (wielkość efektywnego regionu krytycznego) zanika. W tym przypadku system dąży do granicy odpowiadającej przejściu natychmiastowemu gdzie zostaje wzbudzanych wiele stanów wysokoenergetycznych. Te dwie skrajności powodują, że istnieje optymalna pośrednia wartości nachylenia α .

Jedną ze słabości przejścia niejednorodnego jest to, że podejście to wymaga aby tylko drobna część układu podlegała nietrywialnej ewolucji w danym momencie czasu. Z tego powodu czas potrzebny na przejście adiabatyczne rośnie proporcjonalnie do wielkości układu. Celem pracy [1] było rozważenie dużo bardziej ogólnej rodziny przejść niejednorodnych z wieloma niezależnymi frontami, które jednocześnie przeprowadzają różne części układ z jednej fazy do drugiej. Przykłady takich protokołów i efekty ich zastosowania w modelu Isinga z nieporządkiem są pokazane na Rys. 6. W pracy pokazujemy że:

• Każdy front prowadzi do budowy klastra w którym praktycznie nie są generowane żadne wzbudzenia (w pracy [3] ograniczaliśmy się do losowego pola ale z $J_i \sim O(1)$). Dla odróżnienia, w [1] rozważamy losowe $|J_i| < 1$, co dopuszcza możliwość bardzo słabych sprzężeń gdzie różne części łańcucha praktycznie nie oddziaływały ze sobą. Był to dodatkowy lokalny efekt – ściśle związany z jednowymiarowym charakterem modelu – gdzie niezależnie od użytego protokołu potrzeba odpowiednio długich skal czasowych w celu zachowania adiabatywności przejścia na niektórych sprzężeniach). Z drugiej strony, ponieważ każdy z klastrów jest przeprowadzany przez punkt krytyczny niezależnie, powoduje to że z prawdopodobieństwem 50-ciu procent pojawi się defekt zlokalizowany pomiędzy klastrem w momencie w którym się one łączą. Kolokwialnie można powiedzieć, że w połowie przypadków ułożą się one zgodnie i wtedy nie będzie defektu, a w połowie przypadków ustawia się anty-równolegle powodując pojawienie się pojedynczego kinku. Jest to cena którą trzeba zapłacić za próbę zmniejszenia całkowitego czasu ewolucji poprzez wprowadzenie wielu frontów niezależnie przeprowadzających różne części układu przez punkt krytyczny. Z drugiej strony jest to mechanizm który daje możliwość żeby kontrolować pojawianie się defektów i umieszczać je w preferowanych miejscach układu, na przykład takich które są najbardziej korzystne energetycznie. Sytuacja taka jest pokazana na Rys. 6.

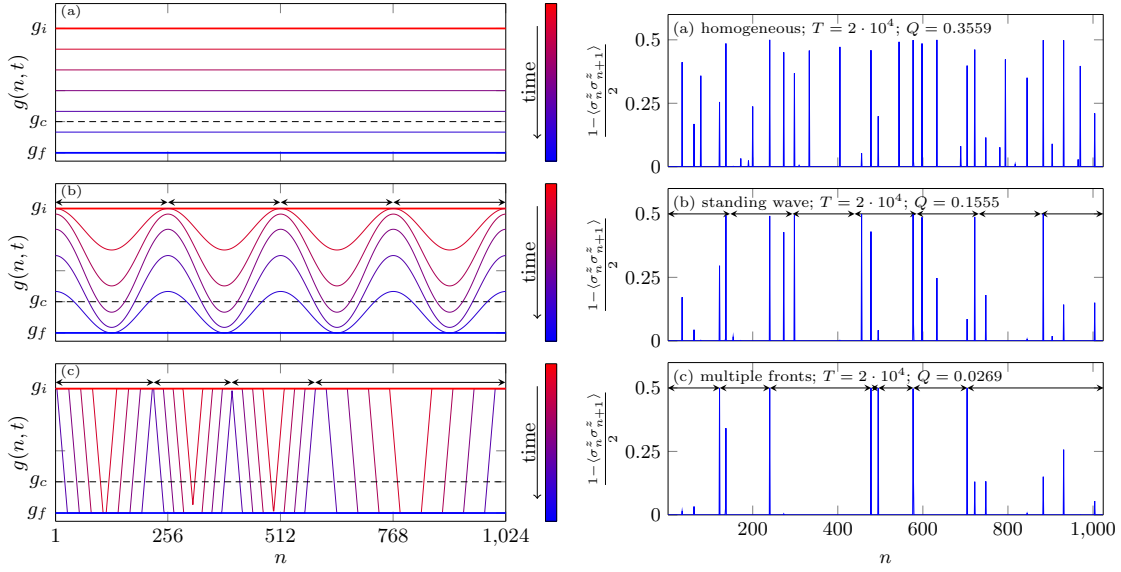
• Dyskutujemy konsystencje przewidywań niejednorodnego mechanizmu Kibbla-Zurka z twierdzeniem adiabatycznym. W ramach argumentu Kibbla-Zurka charakterystyczną prędkości graniczną dostaje się z zestawienia skal czasu i długości $v_t \sim \hat{\xi}_i \hat{\Delta}_i$. Z twierdzenia adiabatycznego wynika zaś, że przejście powinno być adiabatyczne dla prędkości frontu $v \ll \Delta^2/\Omega$, gdzie $\Omega = |\langle 0|dH/dn|1 \rangle|$ jest elementem macierzowym generującym przejście do stanu wzbudzonego. W rozważanym przypadku pola z nieporządkiem prowadzi to do pozornej niekonsystencji, gdyż przerwa energetyczna $\hat{\Delta}_i \sim e^{-C\alpha^{-1/3}}$ które zanika wykładniczo z α , w jednym z tych wyrażeń występuje w sposób liniowy, a w drugim kwadratowy. Z drugiej strony $\hat{\xi}_i \sim \alpha^{-2/3}$ ($\nu = 2$ w rozważanym modelu) ma charakter potęgowy. Pokazujemy numerycznie, wykorzystując grupę renormalizacji silnego nieporządku, że dodatkowa potęga jest kasowana przez odpowiednie zachowanie Ω . Wyniki są konsystentne z przewidywaniem $\Omega/\hat{\Delta}_i \sim \hat{\xi}_i^{-1}$. W sumie daje to pełny obraz skalowania wszystkich istotnych wielkości występujących w problemie w zależności od nachylenia frontu α .

• W końcu pokazujemy, że zastosowanie rozważanego podejścia nie jest ograniczony do jednowymiarowego modelu Isinga, dla którego końcowy stan ma mimo wszystko trywialny produktowy charakter. Pokazujemy, że podobne wyniki dostaje się na przykład dla klasy modeli z nieporządkiem łączących człony typu Isinga z tak zwanymi członami klastrowymi

$$\hat{H}(t) = - \sum_{n=1}^{N-1} J_n \sigma_n^z \sigma_{n+1}^z - \sum_{n=1}^{N-2} K_n \sigma_n^z \sigma_{n+1}^x \sigma_{n+2}^z - \sum_{n=1}^N \lambda(n, t) \sigma_n^x, \quad (31)$$

Model taki, może być w stanie paramagnetycznym, ferromagnetycznym, albo klastrowym stanie topologicznym z przejściami drugiego rodzaju między tymi fazami. W rozważanym przez nas przypadku losowych J_n oraz K_n dokładne położenie punktów krytycznych nie jest znane i nie było badane w literaturze. Mimo to pokazujemy, że protokół niejednorodny pozwala zrealizować skrót do adiabatywności dokładnie w taki sam sposób jak dla rozważanego wcześniej prostszego i dobrze przebadanego modelu Isinga. Pokazuje to stabilność i ogólność takiego podejścia, co jest bardzo pożądaną cechą z punktu widzenia jego potencjalnych zastosowań eksperymentalnych.

Podsumowując, prace [3] i [1] stanowią pierwsze teoretyczne rozważania możliwości wykorzystania *skrótów do adiabatywności* opartych na protokołach niejednorodnych w kontekście spinowych modeli z nieporządkiem. Opisują one szczegółowo możliwość użycia takich protokołów w przypadku punktów krytycznych w klasie uniwersalności nieskończonego



Rysunek 6: W lewej kolumnie pokazujemy różne niejednorodne protokoły przeprowadzające układ przez punkt krytyczny. Kolejne linie odpowiadają różnym chwilowym wartościom pola zewnętrznego. Górny panel odpowiada standardowemu przejściu jednorodnemu. Środkowy to przejście z polem o modulacji sinusoidalnej (klastry są tej samej wielkości). Dolny panel to przypadek gdzie granice klastrów są tak dobrane, żeby ich pozycja odpowiadała najslabszym wiązaniom J_n w łańcuchu. Linia przerywana pokazuje krytyczną wartość pola zewnętrznego. W prawej kolumnie pokazujemy defekty wygenerowane w układzie pod wpływem zastosowania tych protokołów dla kwantowego modelu Isinga z nieporządkiem. We wszystkich trzech przypadkach całkowity czas ewolucji wynosił $T = 2 \cdot 10^4$. Dla protokołu jednorodnego w panelu (a) gęstość defektów zanika jak $\log(T)^{-2}$. Protokoły niejednorodne w (b) i (c) pozwala znacząco zmniejszyć ich liczbę uzyskując zanik potęgowy z T . Dodatkowo w przypadku (c) defekty są umieszczane na najslabszych wiązaniach gdzie związana z nimi energia wzbudzenia jest najmniejsza. W odróżnieniu od rysunku 5b, dopuszczamy tu możliwość, że wartości J_n są dowolnie małe co dodatkowo utrudnia uzyskanie w pełni adiabaticznej ewolucji. Rysunki z pracy [1].

nieporządku. Testy te wypadają pomyślnie co stanowi zachętę do dalszych badań w tym kierunku, w szczególności dla układów sfrustrowanych.

4.6 Podsumowanie

Przedstawiony cykl publikacji rozważa szereg aspektów adiabaticznej dynamiki w kontekście kwantowych przejść fazowych drugiego rodzaju. Szczególny nacisk jest kładziony na uniwersalność takiej dynamiki i jej zależność od wartości wykładników krytycznych charakteryzujących takie przejścia.

Dominującym problemem rozważanym w przedstawionych pracach jest możliwość konstruowania *skrótów do adiabaticzności* które mogłyby pomóc w kontrolowanym przeprowadzaniu układów kwantowych z jednej fazy do drugiej. Wzbudzenia generowane w układzie – związane z rozbieżnością skal czasowych charakteryzujących dynamikę w takim przypadku – stanowią jedno z fundamentalnych ograniczeń na możliwości uzyskiwania i badania interesujących faz materii lub stanów kwantowych przy użyciu szybko rozwijanych obecnie symulatorów kwantowych. Ciągły postęp eksperymentalny powoduje zaś, że ograniczenia

takie stają się coraz bardziej zauważalne i istotne. Pozwala to oczekiwać, że propozycje użytecznych *skrótów do adiabatywności* – w szczególności tych dyskutowanych w tej rozprawie – będą przydatne w projektowaniu przyszłych eksperymentów. Szczególnie obiecujące wydaje się w tym kontekście podejście poprzez wykorzystanie gładkich modulacji przestrzennych, które wyróżnia się największą prostotą i stabilnością.

Z drugiej strony przedstawione prace dobrze obrazują bliskie związki między uniwersalną dynamiką w okolicach punktów krytycznych (adiabatyczną albo nie) a geometrią diagramu fazowego. Ta ostatnia opisywana jest przez *podatność kwantowej wierności* albo równoważnie przy pomocy *kwantowej informacji Fishera*. Poza opisem takich związków w kontekście potencjału wykorzystania kwantowych punktów krytycznych na potrzeby protokołów metrologicznych, przedstawiamy szereg ścisłych wyrażeń na te wielkości dla prototypowych modeli jednowymiarowych. Modele te są powszechnie używane przy testowaniu wielu nowych koncepcji teoretycznych w badaniach kwantowych układów silnie skorelowanych. Z drugiej strony stanowią swoisty święty Graal dla grup eksperymentalnych, pozwalający im na pokazanie możliwości rozwijanych obecnie symulatorów kwantowych [41]. Jako takie przedstawione wyniki powinny stanowić cenny przyczynek istotny w szerokim spektrum przyszłych badań.

5 Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych

5.1 Pozostałe publikacje opublikowane po uzyskaniu doktoratu wraz z ich omówieniem

- [6] A. Sinha, **M. M. Rams**, J. Dziarmaga, [Phys. Rev. B **99**, 094203, pp. 7 \(2019\)](#), *Kibble-Zurek mechanism with a single particle: dynamics of the localization-delocalization transition in the Aubry-André model*.
0 cytowań. Impact Factor: 3.813
- [7] **M. M. Rams**, P. Czarnik, L. Cincio, [Phys. Rev. X **8**, 041033, pp.19 \(2018\)](#), *Precise extrapolation of the correlation function asymptotics in uniform tensor network states with application to the Bose-Hubbard and XXZ models*.
4 cytowania. Impact Factor: 14.385
- [8] B. Gardas, **M. M. Rams**, J. Dziarmaga, [Phys. Rev. B **98**, 184304, pp. 6 \(2018\)](#), *Quantum artificial intelligence to simulate many body quantum systems*.
1 cytowanie. Impact Factor: 3.813
- [9] S. Suckert, M. Rams, **M. M. Rams**, C. Näther, [Inorg. Chem. **56**, 8007, pp. 11 \(2017\)](#), *Reversible and topotactic solvent removal in magnetic Ni(NCS)₂ coordination polymer*.
14 cytowań. Impact Factor: 4.700
- [10] P. Caputa, **M. M. Rams**, [J. Phys. A: Math. Theor. **50**, 055002, pp. 20 \(2017\)](#), *Quantum dimensions from local operator excitations in the Ising model*.
10 cytowań. Impact Factor: 1.963
- [11] P. Czarnik, **M. M. Rams**, J. Dziarmaga, [Phys. Rev. B **94**, 235142, pp. 12 \(2016\)](#), *Variational tensor network renormalization in imaginary time: benchmark results in the Hubbard model at finite temperature*.
11 cytowań. Impact Factor: 3.836
- [12] M. Bal, **M. M. Rams**, V. Zauner, J. Haegeman, F. Verstraete, [Phys. Rev. B **94**, 205122, pp. 14 \(2016\)](#), *Matrix product states renormalization*.
9 cytowań. Impact Factor: 3.836

- [13] **M. M. Rams**, V. Zauner, M. Bal, J. Haegeman, F. Verstraete, [Phys. Rev. B **92**, 235150, pp. 13 \(2015\)](#), *Truncating an exact Matrix Product State for the XY model: Transfer matrix and its renormalization*.
8 cytowań. Impact Factor: 3.736
- [14] V. Zauner, D. Draxler, L. Vanderstraeten, M. Degroote, J. Haegeman, **M. M. Rams**, V. Stojevic, N. Schuch, F. Verstraete, [New J. Phys. **17**, 053002, pp. 32 \(2015\)](#), *Transfer Matrices and Excitations with Matrix Product States*.
27 cytowań. Impact Factor: 3.570
- [15] M. Okuyama, Y. Yamanaka, H. Nishimori, **M. M. Rams**, [Phys. Rev. E **92**, 052116, pp. 12 \(2015\)](#), *Anomalous behavior of the energy gap in the one-dimensional quantum XY model*.
4 cytowania. Impact Factor: 2.252
- [16] **M. M. Rams**, M. Zwolak, B. Damski, [Sci. Rep. **2**, 655, pp. 6 \(2012\)](#), *A quantum phase transition in a quantum external field: Superposing two magnetic phases*.
9 cytowań. Impact Factor: 2.927

Prace te składają się na kilka wątków badawczych. Poniżej pokrótce podsumuje *wybrane* z nich.

Spójny cykl tematyczny stanowią prace [7, 12, 13, 14]. Ich częścią wspólną jest próba zrozumienia własności macierzy transferu pojawiającej się w kontekście opisu jednorodnych układów jednowymiarowych przy pomocy tak zwanych macierzowych stanów produktowych. Obserwacja, że duża klasa istotnych fizycznie stanów kwantowych jest słabo spleciona – takich jak na przykład stany niskoenergetyczne lub termiczne układów oddziałujących lokalnie – pozwala je efektywnie symulować przy pomocy technik opartych na sieci tensorowych [82, 83, 84]. W przypadku układów jednowymiarowych sieci takie redukują się do tak zwanych macierzowych stanów produktowych (MPS). Pozwalają one na efektywny opis przy pomocy skończonej liczby parametrów (w przypadku translacyjnie niezmienniczym) układu zawartego w eksponencjalnie wielkiej przestrzeni Hilberta. Ilość tych parametrów jest bezpośrednio funkcją rozmiaru D macierzy budujących macierzowy stan produktowy. Najbardziej znanym algorytmem opartym na tym ansatzu wariacyjnym jest grupa renormalizacji macierzy gęstości (DMRG) wprowadzona po raz pierwszy przez Stevena White’a [85].

Macierz transferu zawiera informacje o tym jak zaburzenie na jednym oczku propaguje się wzdłuż łańcucha. Zawiera więc ona między innymi informacje o długości korelacji w układzie. Macierz transferu MPS jest obiektem skończonym (wielkości $D^2 \times D^2$) będącym przybliżeniem dokładnej, tak zwanej kwantowej, macierzy transferu której rozmiar jest typowo nieskończony. Praca [14] pokazuje bezpośrednią relację między spektrum macierzy transferu dla stanu podstawowego układu a pędami dla których relacja dyspersji rozważanego modelu ma minima. Sugeruje także, że macierz transferu MPS można rozumieć jako efekt renormalizacji dokładnej macierzy transferu koncepcyjnie podobnej do numerycznej grupy renormalizacji Wilsonna i logarytmicznej dyskretyzacji częstości składających się na – przez konstrukcję – translacyjnie niezmienniczy obiekt. Interpretacja ta jest dalej testowana w pracach [13, 12]. Pierwsza z nich rozważa model XY dla którego – w oparciu o jego opis przy pomocy swobodnych fermionów – można skonstruować zarówno dokładną macierz transferu jak i jej przybliżenie składające się na MPS o skończonym wymiarze D . Zachowanie dodatkowej struktury swobodnych fermionów pozwala, między innymi, wprost pokazać wspomnianą logarytmiczną dyskretyzację i bezpośrednio

wesprzeć powyższą interpretację. W drugiej z tych prac bezpośrednio konstruujemy odpowiednią grupę renormalizacji – która na poziomie technicznym sprowadza się do ansatzu wieloskalowej renormalizacji splątania (MERA) [86] z defektem [87]. Rozwinięta w tych pracach intuicja pozwoliła na zaproponowanie w pracy [7] metody pozwalającej na precyzyjną ekstrapolację długości korelacji oraz innych wielkości charakteryzujących dalekozaśęgowe korelacje w układzie w ramach takich symulacji. Okazuje się, że długość korelacji wynikająca z macierzy transferu MPS jest typowo znacząco niedoszacowana i zbiega się niezwykle wolno z rosnącym D . W praktyce nie da się jej precyzyjnie wyznaczyć bez odpowiedniej procedury ekstrapolacyjnej. Największe praktyczne znaczenie tej nowej metody objawia się w kontekście symulacji dwuwymiarowych układów kwantowych przy pomocy sieci tensorowych. Zwężanie takiej dwuwymiarowej struktury odbywa się albo przy pomocy numerycznej renormalizacji macierzy transferu [88] albo brzegowego jednorodnego macierzowego stanu produktowego. Obie metody są analogiczne i pojawia się w nich wspomniany problem z dokładnym wyznaczeniem długości korelacji. Jej dobra znajomość pozwala zaś na zastosowanie *skalowania skończonej długości korelacji* [89, 90] – co stanowi swoisty analog *skalowania skończonej wielkości systemu* odpowiadający tej reprezentacji. Praca [7] dostarcza więc narzędzia potrzebnego do precyzyjnych symulacji kwantowych układów w dwóch wymiarach przestrzennych i opisu ich zjawisk krytycznych. W przyszłości powinno to pomóc w lepszym zrozumieniu szeregu fundamentalnych zagadnień w oparciu o dynamicznie rozwijające się sieci tensorowe. Otwarte pytania które można adresować w oparciu o te metody dotyczą na przykład natury cieczy spinowych w sfrustrowanych kwantowych układach spinowych, czy diagramu fazowego modelu Hubbarda [11].

Celem pracy [10] było przetestowanie pewnych przewidywań konforemnej teorii pola (CFT) dla punktów krytycznych łańcuchów spinowych, które w granicy ciągłej powinna ona opisywać. CFT przewiduje że lokalne wzbudzenie operatorem pierwotnym lub pochodnym generuje w układzie ilość splątania będącą funkcją wymiaru kwantowego tego operatora. W omawianej pracy testujemy między innymi to przewidywanie w modelu Isinga. W tym celu rozszerzamy odpowiednio formalizm macierzy korelacji – który dla układów gaussowskich pozwala na wyliczenie entropii splątania – do przypadku pozwalającego uwzględnić szeroką klasę lokalnych wzbudzeń układu oraz jego późniejszą ewolucję.

Praca [8] rozważa ansatz bazujący na zredukowanej maszynie Boltzmanna w kontekście symulacji układów spinowych [91]. Celem tej pracy było sprawdzenie, czy rozwijane obecnie wyżarzacz kwantowe – w szczególności ten budowany przez firmę D-Wave – pozwalają na zastosowanie alternatywnej do Monte Carlo procedury samplowania, które jest standardowo wykorzystywanego w tego typu symulacjach [91]. Nasza praca pokazuje ograniczenia zastosowania istniejących obecnie wyżarzaczy kwantowych w tym kontekście. Jednocześnie, mimo wszelakich niedoskonałości istniejącego urządzenia uzyskane wyniki (uzyskana energia symulowanego stanu kwantowego) są lepsze niż można byłoby oczekiwać. Praca ta wykorzystuje także niedawno rozwinięte przez nas (w osobnym, jeszcze nie opublikowanym artykule) narzędzie do samplowania takich układów w oparciu o sieci tensorowe [92]. Praca ta otwiera nową klasę algorytmów pozwalających na przybliżony opis geometrii niskowymiarowych szkieł spinowych. Informacja taka jest niedostępna w ramach innych podejść – głównie tych opartych na Monte Carlo. Jako taka stanowi ona doskonały wstęp do rozwinięcia nowego kierunku badań.

5.2 Wybrane granty i wyróżnienia

- Stypendium dla wybitnych młodych naukowców przyznawane przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego (2018-2021).

- Google Faculty Research Award 2017 w kategorii Quantum Computing (2018).
- Kierownik grantu NCN Sonata 12, *Kontrola dynamiki nierównowagowej w kwantowych przejściach fazowych*, numer projektu 2016/23/D/ST3/00384 (2017–2019).
- Główny wykonawca w grantie QuantERA (Horyzont 2020), *NAQUAS: Non-equilibrium dynamics in Atomic systems for QUAntum Simulation*, numer projektu 2017/25/Z/ST2/03028 (2018–2021).
- Artykuł [10] opublikowany w Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical wybrany do “Highlights of 2017” collection.

5.3 Dane bibliometryczne

- 24 artykuły opublikowane w czasopismach recenzowanych.
- Sumaryczny “Impact Factor” (za rokiem publikacji): 114.462
- Ilość cytowań według Web of Science: 607 (bez autocytowań: 574)
- Index Hirscha: 13.
- ResearchID: [E-1598-2016](#)
- ORCID : [0000-0002-1235-7758](#).

5.4 Publikacje opublikowane przed uzyskaniem doktoratu

- [17] M. M. Rams, B. Damski, *Phys. Rev. A* **84**, 032324, pp. 18 (2011), *Scaling of ground-state fidelity in the thermodynamic limit: XY model and beyond*.
28 cytowań. Impact Factor: 2.878
- [18] M. M. Rams, B. Damski, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 055701, pp. 4. (2011), *Quantum fidelity in the thermodynamic limit*.
67 cytowań. Impact Factor: 7.370
- [19] A. Niederberger, M. M. Rams, J. Dziarmaga, F.M. Cucchietti, J. Wehr, M. Lewenstein, *Phys. Rev. A* **82**, 013630, pp. 8 (2010), *Disorder induced order in quantum XY chains*.
23 cytowania. Impact Factor: 2.861
- [20] J. Dziarmaga, M. M. Rams, *New J. Phys.* **12**, 103002, pp. 19 (2010), *Adiabatic dynamics of an inhomogeneous quantum phase transition: the case of a $z > 1$ dynamical exponent*.
16 cytowań. Impact Factor: 3.849
- [21] J. Dziarmaga, M. M. Rams, *New J. Phys.* **12**, 055007, pp. 12 (2010), *Dynamics of an inhomogeneous quantum phase transition*.
36 cytowań. Impact Factor: 3.849
- [22] L. Cincio, J. Dziarmaga, J. Meisner, M. M. Rams, *Phys. Rev. B* **79**, 094421, pp. 9 (2009), *Dynamics of a quantum phase transition with decoherence: Quantum Ising chain in a static spin environment*.
13 cytowań. Impact Factor: 3.475

- [23] L. Cincio, J. Dziarmaga, **M. M. Rams**, [Phys. Rev. Lett. **100**, 240603, pp. 4 \(2008\)](#), *Multi-scale Entanglement Renormalization Ansatz in Two Dimensions: quantum Ising Model*.
60 cytowań. Impact Factor: 7.180
- [24] L. Cincio, J. Dziarmaga, **M. M. Rams**, W.H. Zurek, [Phys. Rev. A **75**, 052321, pp. 12 \(2007\)](#), *Entropy of entanglement and correlations induced by a quench: Dynamics of quantum phase transition in the quantum Ising model*.
96 cytowań. Impact Factor: 2.893

5.5 Wybrane prezentacje konferencyjne

5.5.1 Referaty:

- *Precise extrapolation of the correlation function asymptotics in uniform tensor network states*, Exotic Interactions in Quantum Correlated Materials, Kraków, Polska (2018) (zaproszony).
- *At the limits of criticality-based quantum metrology: the minimal model exhibiting super-Heisenberg scaling*, 57. Cracow School of Theoretical Physics, Entanglement and Dynamics, Zakopane, Polska (2017).
- *Inhomogeneous quasi-adiabatic driving of quantum critical dynamics in disordered spin chains*, Workshop on Practice and Theory of Quantum Adiabatic Computers and Quantum Simulations, Trieste, Włochy (2016) (zaproszony).
- *Enhancing quantum annealing in disordered spin chains*, Quantum Technologies Conference VII, Warszawa, Polska (2016).
- *Suppressing excitations in quantum spin chains*, Shortcuts to Adiabaticity, Optimal Quantum Control, and Thermodynamics Conference, Telluride, USA (2014) (zaproszony).
- *Assisted transitionless passage across a quantum critical point*, Equilibration and Thermalization in Quantum Systems, Stellenbosch, Republika Południowej Afryki (2013).

5.5.2 Postery:

- *Precise extrapolation of the correlation function asymptotics in uniform tensor network states*, Tensor Network States: Algorithms and Applications (TNSAA) 2018-2019, Kobe, Japonia (2018).
- *Heuristic optimization and sampling with tensor networks for quasi-2d spin glass problems*, Tensor Network States: Algorithms and Applications (TNSAA) 2018-2019, Kobe, Japonia (2018).
- *Truncating an exact Matrix Product State for the XY model: correlations and the transfer matrix*, Advanced Numerical Algorithms for Strongly Correlated Quantum Systems, Wurzburg, Niemcy (2015).
- *Constructing Matrix Product State of the XY model directly*, Numerical and analytical methods for strongly correlated systems, Benasque, Hiszpania (2014).
- *A quantum phase transition in a quantum external field: Superposing two magnetic phases*, Gordon Research Conferences: Quantum Science, Easton, USA (2012).

- *Dynamics of an inhomogeneous quantum phase transition*, Shortcut to adiabaticity, Bilbao, Hiszpania (2012).

5.6 Inne

Razem z prof. Jackiem Dziarmagą opiekuje się doktorantem który realizuje badania w ramach grantu QuantEra. Jestem obecnie opiekunem dwóch magistrantek oraz jednej licencjatki. Byłem opiekunem jednego obronionego licencjatu: Anna Dziubyna, *Symulacje własności termodynamicznych łańcuchów spinowych z zastosowaniem do quasi-jednowymiarowych kryształów $Ni(NCS)_2(\text{ligand})_2$* (2018).

Dr Marek Rams

6 Bibliografia

- [25] H. Häffner, C.F. Roos, R. Blatt, Phys. Rep. **469**, 155 (2008).
- [26] I. Bloch, J. Dalibard, S. Nascimbene, Nat. Phys. **8**, 267 (2012).
- [27] J. I. Cirac, P. Zoller, Nat. Phys. **8**, 264 (2012).
- [28] C. S. Chiu, G. Ji, A. Mazurenko, D. Greif, M. Greiner, Phys. Rev. Lett. **120**, 243201 (2018).
- [29] S. Sachdev, Cambridge University Press (2011).
- [30] T. W. B. Kibble, J. Phys. A: Math. Gen. **9**, 1387 (1976).
- [31] W. H. Zurek, Nature (London) **317**, 505 (1985).
- [32] J. Dziarmaga, Adv. Phys. **59**, 1063 (2010).
- [33] A. Polkovnikov, K. Sengupta, A. Silva, M. Vengalattore, Rev. Mod. Phys. **83**, 863 (2011).
- [34] A. del Campo, W. H. Zurek, Int. J. Mod. Phys. A **29**, 1430018 (2014).
- [35] M. Kolodrubetz, B. K. Clark, D. A. Huse, Phys. Rev. Lett. **109**, 015701 (2012).
- [36] A. Chandran, A. Erez, S. S. Gubser, S. L. Sondhi, Phys. Rev. B **86**, 064304 (2012).
- [37] A. Francuz, J. Dziarmaga, B. Gardas, W.H. Zurek, Phys. Rev. B **93**, 075134 (2016).
- [38] W. H. Zurek, U. Dorner, P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **95**, 105701 (2005).
- [39] A. Polkovnikov, Phys. Rev. B **72**, 161201(R) (2005).
- [40] J. Dziarmaga, Phys. Rev. Lett. **95**, 245701 (2005).

- [41] A. Keesling, A. Omran, H. Levine, H. Bernien, H. Pichler, S. Choi, R. Samajdar, S. Schwartz, P. Silvi, S. Sachdev, P. Zoller, M. Endres, M. Greiner, V. Vuletic, M. D. Lukin, *Nature* **568**, 207 (2019).
- [42] D. Patanè, A. Silva, L. Amico, R. Fazio, G. E. Santoro, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 175701 (2008).
- [43] D. Sen, K. Sengupta S. Mondal, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 016806 (2008).
- [44] R. Barankov, A. Polkovnikov, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 076801 (2008).
- [45] P. Doria, T. Calarco, S. Montangero, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 190501 (2011).
- [46] M. J. M. Power, G. De Chiara *Phys. Rev. B* **88**, 214106 (2013).
- [47] M. Collura, D. Karevski, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 200601 (2010).
- [48] S. Campbell, G. De Chiara, M. Paternostro, G. Massimo Palma, R. Fazio, *Phys. Rev. Lett.* **114** 177206 (2015).
- [49] D. Sels, A. Polkovnikov, *PNAS*, **114**, 20 (2017).
- [50] M. Demirplak, S. A. Rice, *J. Phys. Chem. A* **107**, 9937 (2003).
- [51] M. V. Berry, *J. Phys. A* **42**, 365303 (2009).
- [52] M. G. Bason, M. Viteau, N. Malossi, P. Huillery, E. Arimondo, D. Ciampini, R. Fazio, V. Giovannetti, R. Mannella, O. Morsch, *Nat. Phys.* **8**, 147 (2012).
- [53] J. T. Barreiro, M. Müller, P. Schindler, D. Nigg, T. Monz, M. Chwalla, M. Hennrich, C. F. Roos, P. Zoller, R. Blatt, *Nature* **470**, 486 (2011).
- [54] L. Campos Venuti, P. Zanardi, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 095701 (2007).
- [55] D. Schwandt, F. Alet, S. Capponi, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 170501 (2009);
- [56] C. De Grandi, V. Gritsev, A. Polkovnikov, *Phys. Rev. B* **81**, 012303 (2010).
- [57] P. Zanardi, N. Paunković, *Phys. Rev. E*, **74**, 031123, (2006).
- [58] C. R. Laumann, R. Moessner, A. Scardicchio, S. L. Sondhi, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 030502 (2012).
- [59] V. Privman, M. E. Fisher, *J. Stat. Phys.* **33**, 385 (1983).
- [60] G. G. Cabrera, R. Jullien, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 393 (1986).
- [61] A. Pasquale, P. Facchi, *Phys. Rev. A* **80**, 032102 (2009).
- [62] V. Giovannetti, S. Lloyd, L. Maccone, *Science* **306**, 1330 (2004).
- [63] S. L. Braunstein, C. M. Caves, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3439 (1994).
- [64] A. Uhlmann, *Rep. Math. Phys.* **9**, 273 (1976).
- [65] V. Giovannetti, S. Lloyd, L. Maccone, *Nat. Photonics* **5**, 222 (2011).
- [66] G. Tóth, I. Apellaniz, *J. Phys. A* **47**, 424006 (2014).

- [67] R. Demkowicz-Dobrzanski, M. Jarzyna, J. Kolodynski, Prog. Opt. **60**, 345 (2015).
- [68] S. Boixo, S. T. Flammia, C. M. Caves, J. Geremia, Phys. Rev. Lett. **98**, 090401 (2007).
- [69] P. Zanardi, M. G. A. Paris, L. Campos Venuti, Phys. Rev. A **78**, 042105 (2008).
- [70] M. Skotiniotis, P. Sekatski, W. Dur, New J. Phys. **17**, 073032 (2015).
- [71] T. Kadowaki, H. Nishimori, Phys. Rev. E **58**, 5355 (1998).
- [72] E. Farhi, J. Goldstone, S. Gutmann, J. Lapan, A. Lundgren, D. Preda, Science **292**, 472 (2001).
- [73] G. E. Santoro, R. Martoňák, E. Tosatti, R. Car, Science **295**, 2427 (2002).
- [74] A. Das, B. K. Chakrabarti, Rev. Mod. Phys. **80**, 1061 (2008).
- [75] Lanting, T., Phys. Rev. X **4**, 021041 (2014).
- [76] D. S. Fisher, Phys. Rev. B **51**, 6411 (1995).
- [77] F. Iglói, C. Monthus, Phys. Rep. **412**, 277 (2005).
- [78] O. Motrunich, S.-C. Mau, D. A. Huse, D. S. Fisher Phys. Rev. B **61**, 1160 (2000).
- [79] Y.-C. Lin, F. Iglói, H. Rieger Phys. Rev. Lett. **99** 147202 (2007).
- [80] J. Dziarmaga, Phys. Rev. B **74**, 064416 (2006).
- [81] T. Caneva, R. Fazio, G. E. Santoro, Phys. Rev. B **76**, 144427 (2007).
- [82] F. Verstraete, V. Murg, J.I. Cirac, Adv. Phys. **57** 143 (2008).
- [83] U. Schollwöck, Ann. Phys. **326**, 962011 (2011).
- [84] R. Orús, Ann Phys. **349**, 117 (2014).
- [85] S. R. White, Phys. Rev. Lett. **69**, 2863 (1992).
- [86] G. Vidal, Phys. Rev. Lett. **99**, 220405 (2007).
- [87] G. Evenbly, G. Vidal, Phys. Rev. B **91**, 205119 (2015).
- [88] T. Nishino, K. Okunishi, J. Phys. Soc. Jpn. **65**, 891 (1996).
- [89] M. Rader, A. M. Läuchli, Phys. Rev. X **8**, 031030 (2018).
- [90] P. Corboz, P. Czarnik, G. Kapteijns, L. Tagliacozzo, Phys. Rev. X **8**, 031031 (2018).
- [91] G. Carleo, M. Troyer, Science **355**, 602 (2017).
- [92] **M. M. Rams**, M. Mohseni, B. Gardas, arXiv:1811.06518 (2018).