

1. Imię i Nazwisko: Łukasz Stępień

2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe:

magister fizyki, Instytut Fizyki im. Mariana Smoluchowskiego, Uniwersytet Jagielloński, Kraków, 1999 r., tytuł pracy magisterskiej: „Przykłady dynamiki ścianek domenowych”

doktor nauk fizycznych w zakresie fizyki, miejsce uzyskania: Instytut Fizyki im. Mariana Smoluchowskiego, Uniwersytet Jagielloński, Kraków, 2003 r., tytuł rozprawy doktorskiej: „*Dekompozycja Bogomolnego w kontekście koncepcji silnych warunków koniecznych*”

dyplom ukończenia jednosemestralnych studiów podyplomowych „*Inżynieria oprogramowania 1*”, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków, 2004 r.

dyplom ukończenia jednosemestralnych studiów podyplomowych „*Inżynieria oprogramowania 2*”, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków, 2004 r.

3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych/ artystycznych: Katedra Informatyki i Metod Komputerowych Uniwersytetu Pedagogicznego im. Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie (2004 – 2014) – adiunkt; Instytut Informatyki Uniwersytetu Pedagogicznego im. Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie (2014 – obecnie) – adiunkt

4. Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. 2017 r. poz. 1789):

a) tytuł osiągnięcia naukowego

Badania nieliniowych równań pola w wybranych modelach teorii pola: wyprowadzenie dekompozycji Bogomolnego i warunków ich istnienia dla wybranych modeli teoriopolowych oraz znalezienie rozwiązań funkcjonalnie-niezmienniczych dla równań: „heavenly”, Yanga-Millsa, Charapa i tzw. uogólnionych równań Yanga.

b) wykaz publikacji:

[1]. Ł. Stępień, D. Sokalska, K. Sokalski, *J. Nonl. Math. Phys.*, vol. 16, 25 (2009)

[2]. Ł. T. Stępień, “On some classes of exact solutions of eikonal equation”, w: “*Trends in Differential Geometry, Complex Analysis and Mathematical Physics*”, Kouei Sekigawa, Vladimir S. Gerdjikov, Stancho Dimiev (Editors), World Scientific 2009

Łuk Stępień

- [3]. Ł. T. Stępień, "Some decomposition method for analytic solving of certain nonlinear partial differential equations in physics with applications", *J. Comp. Appl. Math.*, vol. 233, 1607 (2010).
- [4]. Ł. T. Stępień, "On some classes of exact solutions of Born-Infeld equations", *Phys. Part. Nucl.* vol. 41, 987 – 989 (2010)
- [5]. Ł. T. Stępień, „On Bogomolny Decompositions for the Baby Skyrme Models”, *Geometric Methods in Physics. XXXI Workshop 2012. Trends in Mathematics*, 229 – 237, Piotr Kielanowski, S. Twareque Ali, Alexander Odesskii, Anatol Odziejewicz, Martin Schlichenmaier, Theodore Voronov (Editors), Springer Basel 2013
- [6]. Ł. T. Stępień, "The existence of Bogomolny Decompositions for Gauged $O(3)$ Nonlinear "Sigma" Model and for Gauged Baby Skyrme Models", *Acta Phys. Pol. B*, vol. 46, 999 (2015)
- [7]. Ł. T. Stępień, „Bogomolny equation for the BPS Skyrme model from strong necessary conditions”, *J. Phys. A*, vol. 49 , 175202 (2016)
- [8]. Ł. T. Stępień, „Bogomolny equations in certain generalized baby BPS Skyrme models”, *J. Phys. A*, vol. 51, 015208 (2018)
- [9]. Ł. T. Stępień, „On Bogomolny Equations in The Skyrme Model”, *Acta Phys. Pol. B*, vol. 50, 65 (2019)
- [10]. Ł. T. Stępień, „On Some Solutions of Certain Versions of "Sigma" Model and Some Skyrme-Like Models”, w: *Current Trends in Analysis and Its Applications*, seria: Trends in Mathematics, V. V. Mityushev i M. Ruzhansky (Eds.), Springer International Publishing, Switzerland 2015
- [11]. Ł. T. Stępień, „On Certain Exact Solutions for Some Equations in Field Theory”, w: *New Trends in Analysis and Interdisciplinary Applications*, seria: Trends in Mathematics, P. Dang, M. Ku, T. Qian i L. Rodino (Eds.), Springer International Publishing AG, Switzerland 2017
- [12]. Ł. T. Stępień, K. Sokalski, „Cauchy problem and strong necessary conditions”, w przygotowaniu
- [13]. Ł. T. Stępień, „On some exact solutions of heavenly equations in four dimensions” – w przygotowaniu, w dużej mierze, w oparciu o pracę: Ł. T. Stępień, *arXiv:1208.2905*,

Ł. T. Stępień

c) omówienie celu naukowego/artystycznego ww. pracy/prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania

Równania Bogomolnego są to równania I rzędu, które można wyprowadzić dla pewnej klasy modeli teoriopolowych. Takie modele noszą nazwę modeli BPS.

Za pierwszą pracę, w której zostały wyprowadzone te równania, uważa się pracę E. Bogomolnego z 1976 r., aczkolwiek, historycznie rzecz biorąc, analogiczne równania zostały wyprowadzone (dla teorii Yanga-Millsa), przez Belavina, Polyakova, Schwartza i Tyupkina w ich wspólnej pracy opublikowanej w 1974 r. Bogomolny użył w swojej pracy podejścia polegającego na tzw. uzupełnieniu gęstości lagrangianu lub hamiltonianu, do kwadratu, i wyprowadzeniu stąd nierówności, której wysycanie implikuje równania nazwane jego nazwiskiem.

Najprościej można to pokazać na przykładzie modelu pola skalarnego „ ϕ^4 ”:

$$\begin{aligned} H &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} (\phi^2 - \phi_0^2)^2 \right] dx = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dx} + \sqrt{\lambda(\phi^2 - c^2)} \right)^2 \right] dx + \frac{2\sqrt{\lambda}}{3} \phi_0^2 |Q| \geq \frac{2\sqrt{\lambda}}{3} \phi_0^2 |Q|, \end{aligned}$$

gdzie $\phi(x) \in \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \phi(x) = \pm\phi_0$, zaś $Q = \phi(\infty) - \phi(-\infty)$ jest ładunkiem topologicznym. Jeśli zażądamy osiągnięcia minimum przez ww. funkcjonal, to otrzymamy właśnie równanie Bogomolnego dla tego modelu:

$$\frac{d\phi}{dx} + \sqrt{\lambda(\phi^2 - c^2)} = 0.$$

Inne podejście do wyprowadzania równań Bogomolnego, zostało zaproponowane przez K. Sokalskiego w 1979 r. i zastosowane w różnych modelach teoriopolowych w jego kolejnych pracach. To podejście jest nazywane koncepcją silnych warunków koniecznych, i było ono stosowane w kolejnych pracach K. Sokalskiego. Później było ono także stosowane w pracach: P. Jochyma i K. Sokalskiego. Rozwijaniu tego podejścia i/albo jego kolejnym zastosowaniom, były poświęcone prace: K. Sokalskiego, T. Wietechy, Z. Lisowskiego, jak również prace: K. Sokalskiego i T. Wietechy, jak też prace: K. Sokalskiego, T. Wietechy i D. Sokalskiej, oraz prace autorstwa: K. Sokalskiego, D. Sokalskiej i mojego oraz prace mojego autorstwa (m.in. moja rozprawa doktorska). Idea koncepcji silnych warunków koniecznych polega na tym, że zamiast rozpatrywać równania Eulera-Lagrange’a:

Lub Sk

$$F_{,u} - \frac{d}{dx} F_{,u,x} - \frac{d}{dy} F_{,u,y} = 0,$$

generowane przez zastosowanie zasady wariacyjnej do funkcjonału:

$$\Phi[u] = \int_{E^2} F(u, u_x, u_y) dx dy,$$

rozpatrujemy silne warunki konieczne:

$$F_{,u} = 0, F_{,u,x} = 0, F_{,u,y} = 0.$$

Oczywiście, zbiór rozwiązań równań silnych warunków koniecznych, jest podzbiorem rozwiązań równań Eulera-Lagrange'a. Jednakże, te rozwiązania, jeśli istnieją, są najczęściej trywialne. Zatem, chcąc rozszerzyć ten zbiór rozwiązań, dokonujemy transformacji przecechowania funkcjonału $\Phi[u]$:

$$\Phi \rightarrow \Phi + \delta \text{ Niezm},$$

gdzie $\delta \text{ Niezm}[u] \equiv 0$. Dzięki temu, ta transformacja cechowania nie zmienia równań Eulera-Lagrange'a, a co więcej, silne warunki konieczne nie są względem niej niezmiennicze.

Ww. prace [1] i [5] – [9], dotyczą wyprowadzenia przy pomocy koncepcji silnych warunków koniecznych, dekompozycji Bogomolnego i warunków ich istnienia, dla różnych układów równań różniczkowych cząstkowych, pojawiających się w fizyce. Jednym z nich jest układ tzw. uogólnionych równań różniczkowych cząstkowych eliptycznych i parabolicznych II rzędu; uogólnienie polega tutaj na tym, że współczynniki w równaniach zależą od zmiennych połowych – praca [1].

Pozostałe prace: [5] – [9], są poświęcone wyprowadzeniu dekompozycji Bogomolnego i warunków ich istnienia, przy pomocy koncepcji silnych warunków koniecznych, dla różnych modeli z rodziny tzw. modeli Skyrme'a.

Model Skyrme'a został zaproponowany przez T. Skyrme'a na początku lat 60-tych XX w. Jest on obecnie jednym z najpopularniejszych modeli teoriopólowych w zakresie niskich energii QCD, które to modele opisują wzbudzenia nieperturbacyjne tzn. bariony i jądra atomowe są koherentnymi rozwiązaniami w tzw. cieczy mezonowej, będącymi solitonami w teorii z mezonowymi (mezony π) stopniami swobody.

Wyjściowa wersja modelu Skyrme'a jest opisana lagrangianem, będącym sumą dwóch członów: $\mathcal{L}_2 = -\frac{f_\pi^2}{4} \text{Tr}(U^\dagger \partial_\mu U U^\dagger \partial^\mu U)$ – człon modelu „sigma”, który reprezentuje tutaj energię kinetyczną pionów, oraz

$\mathcal{L}_4 = \frac{1}{32e^2} \text{Tr}([U^\dagger \partial_\mu U, U^\dagger \partial_\nu U]^2)$ – człon Skyrme'a, niezbędny dla uniknięcia

John Skyrme

konsekwencji tw. Derricka-Hobarta. Jest dobrze znanym faktem to, że dla oryginalnego modelu Skyrme, nie da się wyprowadzić równań Bogomolnego. Można natomiast wyprowadzić je dla różnych modeli z rodziny modeli Skyrme:

- a. modeli „baby Skyrme” typu „restricted” i „full”, w przestrzeni (2+0)-wymiarowej – praca [5].
- b. modeli „baby Skyrme” typu „restricted” i „full” z cechowaniem, w przestrzeni (2+0)-wymiarowej – praca [6]
- c. modelu BPS Skyrme w przestrzeni (3+0) – praca [7]
- d. tzw. uogólnionych modeli BPS Skyrme – praca [8]
- e. tzw. uogólnionego modelu Skyrme – praca [9].

Pragnę dodać, że w przypadku pracy [7], wyprowadzone tam równania są uogólnieniem równań Bogomolnego, które pojawiają się, gdy mamy do czynienia z zerowym ciśnieniem. Natomiast w przypadku ogólniejszym, opisywanym przez ww. uogólnienie równań Bogomolnego, ciśnienie jest niezerowe. Jeśli chodzi o pracę [8], to zostały tam znalezione także przy pomocy metod numerycznych, rozwiązania zlokalizowane dla wyprowadzonych równań Bogomolnego, zarówno dla cechowania nieminimalnego, jak i tzw. modelu z k-deformacją bez cechowania.

Z kolei, prace [2] – [4] dotyczą opracowania (prace [2] i [3]) oraz zastosowania (prace [2] – [4]), pewnej nowej metody znajdowania analitycznych rozwiązań nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych oraz ich układów, tzw. rozwiązań funkcjonalnie-niezmienne. Metodę tę można zastosować do równań postaci:

$$F\left(x_\mu, u(x_\mu), \frac{\partial u}{\partial x_\mu}, \frac{\partial^2 u}{\partial x_\mu \partial x_\nu}, \dots\right) = 0,$$

gdzie F jest funkcją jednorodną względem pochodnych funkcji poszukiwanej $u(x_\mu)$, tzn. dla każdego wyrażenia zawierającego pochodną pierwszego lub wyższych rzędów, można znaleźć wyrażenie zawierające pochodną tego samego rzędu i występującą w tej samej potęgze. Wówczas, w myśl tej metody, stosuje się ansatz postaci:

$$u = \beta_1 + f(\alpha_\mu^1 x^\mu + \beta_2, \alpha_\mu^2 x^\mu + \beta_3, \dots)$$

lub w pewnych przypadkach, jego szczególną postać np.

$$u = \beta_1 + f_\lambda(\alpha_\mu^\lambda x^\mu + \beta_{\lambda+1}),$$

Leh Skyrme

gdzie f, f_λ są dowolnymi funkcjami (odpowiedniej klasy) ich argumentów, zaś $\alpha_\mu^\lambda, \beta_1, \beta_{\lambda+1} = \text{const.}$

Po wstawieniu ww. ansatzu do danego równania, odpowiednim pogrupowaniu wyrazów tak, żeby wyrażenia zawierające pochodne funkcji u (i ewentualnie samą funkcję u), były przemnożone przez wielomiany zawierające sumę iloczynów i/albo potęg współczynników α_μ^λ , oraz zażądaniu znikania tych wielomianów, otrzymuje się układ równań algebraicznych, których rozwiązania wyznaczają współczynniki α_μ^λ .

W pracach [10] oraz [11] przedstawiono dalsze zastosowania tej metody do odpowiednio: modeli „sigma”, a także samodualnych równań Yanga-Millsa (w przypadku tzw. cechowania „ R ” lub inaczej, cechowania Yanga, jak i w przypadku, gdy tego cechowania nie ma), równań Charapa i tzw. uogólnionych równań Yanga. Oprócz tego, praca [10] zawiera także pewne uogólnienie wyników przedstawionych w pracy [5], tzn. warunek, jaki musi spełniać potencjał w modelu „baby BPS Skyrme”, żeby istniała dekompozycja Bogomolnego, został uzyskany bez użycia równania Hamiltona-Jacobiego.

W przypadku „*Non-R-gauge*” – praca [11], dzięki redukcji samodualnych równań Yanga-Millsa do drugiego równania „heavenly” Plebańskiego (redukcja ta została pokazana w pracy: J. F. Plebański, M. Przanowski, H. García-Compeán, *Acta Phys. Pol. B* vol. 25, 1079 (1994)), otrzymane zostały rozwiązania samodualnych równań Yanga-Millsa, w postaci szeregów nieskończonych. Było to możliwe dzięki zastosowaniu wyników uzyskanych w pracy [12]: Ł. T. Stępień, *arXiv:1208.2905*, do drugiego równania „heavenly” Plebańskiego. Sama praca [12] zawiera oprócz tego, zastosowanie metody dekompozycji do m.in. eliptycznego równania Monge’a-Ampere’a, w celu znalezienia rozwiązań analitycznych (dokładnych), generujących metryki, które nie posiadają wektorów Killinga. Tego typu rozwiązania mogłyby być kandydatami na rozwiązania opisujące instantony grawitacyjne (o czym jest mowa w pracach: Malykh A. A., Nutku Y. and Sheftel M. B., *J. Phys. A* vol. 37, 7527 (2004), Malykh A A, Nutku Y. and Sheftel M. B., *J. Phys. A* vol. 36, 10023 (2003)). Takie rozwiązania udało się znaleźć w pracy [12].

5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo - badawczych (artystycznych).

Poza tym, jestem także współautorem kilku prac z zakresu logiki matematycznej i podstaw matematyki:

Łuk Stępień

1. T. J. Stępień, Ł. T. Stępień, „The Scope of the Structural Completeness in the Class of all Over-Systems of the Classical Functional Calculus with Identity”, *J. Math. Syst. Sci.* vol. 4, No. 6, 411 – 420 (2014)
2. T. J. Stępień, Ł. T. Stępień, „Atomic Entailment and Atomic Inconsistency and Classical Entailment”, *J. Math. Syst. Sci.* vol. 5, No. 2, 60 – 71 (2015)
3. T. J. Stępień, Ł. T. Stępień, „The Formalization of The Arithmetic System on The Ground of The Atomic Logic”, *J. Math. Syst. Sci.* vol. 5, No. 9, 364 – 368 (2015)
4. T. J. Stępień, Ł. T. Stępień, „On the Consistency of the Arithmetic System”, *J. Math. Syst. Sci.* vol. 7, No. 2, 43 – 55 (2017)

Pierwsza z tych prac jest poświęcona zagadnieniu strukturalnej zupełności klas wszystkich nadsystemów Klasycznego Rachunku Funkcyjnego z identycznością. Dwie kolejne dotyczą odpowiednio: sformułowania logiki atomowej i formalizacji przy jej pomocy, Systemu Arytmetyki. Czwarta praca dotyczy zagadnienia niesprzeczności Systemu Arytmetyki.

Pokrótkę omówię każde z ww. zagadnień. Pojęcie strukturalnej zupełności zostało wprowadzone przez Witolda A. Pogorzelskiego w 1971 r. W skrócie mówiąc, system rachunku zdaniowego jest strukturalnie zupełny wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie reguły strukturalne i dopuszczalne, są jednocześnie wyprowadzalne. Jak łatwo wykazać, pojęcie strukturalnej zupełności jest słabszym (tzn. ogólniejszym) pojęciem, niż pojęcie zupełności w sensie absolutnym (czyli w sensie Posta). W pracy 1 został podany warunek konieczny i wystarczający na to, żeby dowolny nadsystem klasycznego rachunku funkcyjnego z identycznością był strukturalnie zupełny.

Kolejnym zagadnieniem, o którym tutaj wspomnę, jest problem wynikania (zwany też czasem zamiennie, problemem relewancji). Problem ten był jednym z problemów bardzo intensywnie badanych od czasów powstania logiki. Mówiąc w skrócie, pytanie, jakie nurtowało ludzi zajmujących się tym problemem, było: jak z „ α ” wynika „ β ”, w przypadku implikacji: „ $\alpha \rightarrow \beta$ ”? Przez wiele stuleci, pomimo usilnych prób, nie udawało się znaleźć zadowalających rozwiązań tego problemu. W pracy 2 zostało podane nowe jego rozwiązanie, poprzez zdefiniowanie tzw. wynikania atomowego, a zarazem został sformułowany system logiki atomowej. Praca 3 jest kontynuacją pracy 2 – w pracy 3 zostało pokazane, że zbiór konsekwencji Systemu Arytmetyki sformalizowanej na gruncie logiki klasycznej jest równy zbiorowi konsekwencji Systemu Arytmetyki sformalizowanej na gruncie logiki atomowej. Innymi

Łuk Stępień

słowy, w pracy 3 zostało pokazane, że System Arytmetyki Klasycznej można oprzeć na gruncie logiki atomowej.

Jako komentarz, należy dodać, że jak to stwierdzono w pracy: B. Buldt, *Log. Univers.* vol. 8, 499–552 (2014), System Arytmetyki Relewantnej (tj. sformalizowanej na gruncie logiki relewantnej), będzie słabszy, niż System Arytmetyki Klasycznej.

Następnym zagadnieniem jest zagadnienie niesprzeczności Systemu Arytmetyki, które to zagadnienie stało się treścią drugiego z problemów Hilberta. W literaturze przedmiotu bardzo często mówi się o tym, że II twierdzenie Gödla o Niezupełności Arytmetyki głosi, iż jeśli System Arytmetyki jest niesprzeczny, to nie da się udowodnić niesprzeczności Systemu Arytmetyki wewnątrz tego Systemu. Praca 4 zawiera pełny dowód niesprzeczności Systemu Arytmetyki, przeprowadzony wewnątrz tego Systemu.

Lub Myr