

Instytut Fizyki Jądrowej PAN
31-342 Kraków
ul. Radzikowskiego 152
oraz
Instytut Fizyki Uniwersytetu Jana Kochanowskiego
25-406 Kielce
ul. Świętokrzyska 15

Recenzja pracy doktorskiej pana mgr. Przemysława Witaszczyka
pt. "Non-equilibrium dynamics of strongly coupled gauge theory
and gauge/string duality"

1. Ogólna charakterystyka pracy

Napisana po angielsku praca doktorska pana mgr. Przemysława Witaszczyka dotyczy teoretycznego opisu nierównowagowej dynamiki silnie sprzężonych układów kwantowych poprzez zastosowanie zasady dualności pomiędzy teorią cechowania a teorią strun. Praca składa się z dziewięciu rozdziałów i ma blisko dwieście stron. Biorąc pod uwagę rozmiar pojedynczej strony i format użytej w druku czcionki, można stwierdzić, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa przypomina bardziej obszerną monografię niżli typową pracę doktorską. Oczywiście ważniejsza od tychże rozmiarów jest zawartość merytoryczna pracy, na którą składa się omówienie wyników opublikowanych wcześniej przez pana mgr. Witaszczyka w pięciu pracach razem z promotorem, prof. Romualdem Janikiem, oraz ze współpracownikami: dr. Michałem Hellerem i prof. Michałem Spalińskim.

Bez jakiegokolwiek przesady można stwierdzić, że wspomniane prace stanowią niezwykle ważny wkład do szerokiej dziedziny dotyczącej zagadnień termalizacji i hydrodynamicznego opisu silnie oddziałującej materii wyprodukowanej w skrajnie relatywistycznych zderzeniach ciężkich jonów, określanej powszechnie jako plazma kwarkowo-gluonowa. Trzy ze wspomnianych prac to artykuły w *Physical Review Letters*, a dwie pozostałe prace to artykuły w *Physical Review D* i *JHEP*. W rozprawie doktorskiej wyniki tych prac przedstawiane są szczegółowo w rozdziałach 5–8, natomiast wcześniejsze rozdziały stanowią wprowadzenie, które czyni z całej rozprawy autonomiczną i jednorodną całość.

2. Omówienie kolejnych rozdziałów

Rozdział pierwszy stanowi wprowadzenie do tematyki pracy doktorskiej. Omówione w nim są pokrótce wyniki modelowych rachunków hydrodynamicznych, które bardzo dobrze opisują dane uzyskane w eksperymentach ciężkojonowych. Ta zgodność stanowi inspirację do podjęcia zaawansowanych badań teoretycznych, których wyniki są przedstawione w rozprawie. Rysunek 1.2 przedstawia czasowo-przestrzenny obraz zderzeń ciężkich jonów. Pojawia się na nim faza mieszana, co nie wydaje mi się do końca właściwe ze względu na charakter przejścia fazowego w QCD, które dla zerowego potencjału barionowego jest przejściem typu crossover.

Rozdział drugi stanowi krótkie i eleganckie wprowadzenie do relatywistycznej hydrodynamiki rozumianej jako przybliżenie kwantowej teorii pola w granicy niskich częstości i dużych długości fal. Podstawą wprowadzenia równań hydrodynamiki jest rozwinięcie gradientowe w wersji zaprezentowanej wcześniej w pracy: Baier, Romatschke, Son, Starinets i Stephanov, JHEP 4 (2008) 100. Rozdział drugi zawiera także dyskusję małych hydrodynamicznych zaburzeń wokół stanu równowagi w trzech kanałach: skalarnym, lepkim i dźwiękowym. Kończy go dyskusja modelu Bjorkena oraz omówienie możliwości wyprowadzenia równań hydrodynamiki z równania Boltzmanna.

Określenie hydrodynamiki jako nisko-energetycznej granicy teorii pola oraz określenie modów hydrodynamicznych teorii jako tych, które spełniają warunek, że ich energia dąży do zera gdy ich długość fali dąży do nieskończoności jest obecnie powszechnie przyjęte chociaż może nasuwać pewne wątpliwości gdyż to określenie spełnia np. układ fononów w kryształach. Czy je można również traktować jako ciecz?

Rozdział trzeci wprowadza korespondencję AdS/CFT. Zaczynając od historycznych uwag dotyczących początkowych sformułowań teorii strun, poprzez definicję super teorii Yanga-Millsa dla $N=4$, autor dochodzi do działania Nambu-Goto i argumentuje, że teoria strun wprowadza warunki samouzgodnienia dla możliwych pól tła, w których mogą propagować się struny. Prowadzi to do równań Einsteina w wersji dla supergrawitacji. W kolejnych podrozdziałach omówione jest pojawienie się nieabelowej teorii pola w ramach teorii strun oraz wprowadzona jest korespondencja AdS/CFT łącząca grawitację z konforemą teorią pola.

Następne podrozdziały rozdziału trzeciego służą podłożeniu podwalin pod metody teoretyczne zastosowane w kolejnych rozdziałach w celu osiągnięcia głównych rezultatów rozprawy. Wyrażenie (3.47) łączy współczynnik rozwinięcia tensora metrycznego (po stronie grawitacji) z tensorem energii pędu (po stronie teorii pola). Pozwala ono na analizowanie nierównowagowej termodynamiki silnie oddziałującej plazmy. W podrozdziale 3.8 autor przechodzi do przedstawienia formalizmu używanego dla ogólnych układów dynamicznych. W tym przypadku podstawowym wzorem określającym metrykę jest wyrażenie (3.78), które zawiera funkcje $b(x)$ i $\beta(x)$. Metryka (3.78) nie jest w ogólności rozwiązaniem równań Einsteina. Funkcje $b(x)$ i $\beta(x)$ wyznaczone są metodą rozwinięcia gradientowego wokół rozwiązania dokładnego. Okazuje się, że po stronie teorii pola prowadzi to do wyznaczenia postaci tensora energii pędu, który opisuje ciecz lepką z dokładnością do gradientów pierwszego rzędu, czyli w granicy Naviera-Stokesa. W tym przypadku, z postaci tensora energii pędu odczytujemy słynny wynik na stosunek lepkości dynamicznej (ang. „shear viscosity”) do gęstości entropii, $\eta/s = 1/(4\pi)$. Brakuje mi tu referencji do pracy Kovtun, Son, Starinets, PRL 94 (2005) 111601, gdzie ten wynik uzyskano po raz pierwszy.

Rozdział czwarty przedstawia metody geometryczne ogólnej teorii względności pozwalające na numeryczne rozwiązywanie równań Einsteina. **W rozdziale piątym rozprawy** autor przechodzi do dyskusji swoich oryginalnych wyników. Rozdział ten poświęcony jest badaniu w ramach korespondencji AdS/CFT małych zaburzeń pola cechowania $U(1)$ sprzężonego z anizotropowym tłem – statycznym układem wykazującym anizotropię ciśnienia (ciśnienie w kierunku podłużnym, utożsamianym z kierunkiem zderzających się wiązek, jest różne od ciśnienia w kierunku poprzecznym, a inne składowe tensora ciśnień są równe zero). Motywacją do przeprowadzenia tych badań są wyniki otrzymane w ramach perturbacyjnej QCD, świadczące o pojawieniu się w takim przypadku niestabilności prowadzących w krótkich skalach czasowych do izotropizacji układu (czyli wyrównywania ciśnień). Na istnienie tego typu niestabilności po raz pierwszy w kontekście QCD uwagę zwrócił prof. Mrówczyński i od tego czasu są one często wymieniane jako jeden z elementów

fizycznych prowadzących ostatecznie do termalizacji plazmy kwarkowo-gluonowej produkowanej w zderzeniach ciężkich jonów (w tym scenariuszu izotropizacja poprzedza stan osiągnięcia lokalnej równowagi termodynamicznej). Wyniki uzyskane przez mgr. Witaszczyka nie potwierdzają aby analogiczne niestabilności pojawiały się w silnie oddziałującym układzie opisywanym w ramach korespondencji AdS/CFT, chociaż w wyniku przeprowadzonej analizy odnaleziony jest jeden nietłumiony mod z liniową relacją dyspersji.

Rozdział szósty stanowi rdzeń całej rozprawy. W przeciwieństwie do wcześniejszych zagadnień, które były analizowane w ramach liniowej odpowiedzi układu, w rozdziale szóstym przedstawione są wyniki opisujące pełną, nieliniową dynamikę, wyznaczoną poprzez numeryczne rozwiązywanie równań Einsteina. Wyniki te stanowią uogólnienie szeregu wcześniejszych wyników analitycznych opisujących dążenie układu do reżimu opisywanego poprzez równania hydrodynamiki płynu doskonałego lub cieczy lepkiej.

Ograniczenie się do układów jednowymiarowych wykazujących symetrię względem boostów (geometria modelu Bjorkena) pozwala na znaczne ograniczenie postaci metryki i zwięźle sformułowanie równań Einsteina. Problemem staje się jednak w tym przypadku wyznaczenie warunków początkowych, gdyż hiperpowierzchnia odpowiadająca współrzędnej czasowej $t=0$ zawiera stożek zerowy. Problem ten został rozwiązany poprzez rozwinięcie wszystkich szukanych funkcji wokół punktu $t=0$ i wyznaczenie relacji pomiędzy współczynnikami rozwinięcia, które eliminują potencjalne osobliwości.

Oprócz warunków początkowych wymagane jest także ustalenie warunków brzegowych w zmiennej u , wprowadzonej jako współrzędna w metryce ADM, wzór (6.16). Problemem jest tutaj pojawienie się osobliwości dla pewnej skończonej wartości zmiennej u . Nowatorskim rozwiązaniem technicznym tego zagadnienia jest wprowadzenie odpowiedniego obcięcia dla tej zmiennej, oznaczonego jako u_0 , i takie dopasowanie funkcji lapse, że zmiana współrzędnej czasowej dla $u=u_0$ zostaje zatrzymana. Pozwala to na odcięcie obszaru na który ma wpływ osobliwość, powyżej horyzontu i dogodne stosowanie metod numerycznych w obszarze poniżej. Odpowiedni dobór obcięcia pozwala także na wyznaczenie metryki dla dużych wartości czasu i zmiennej u bliskiej zero, co pozwala na studiowanie dochodzenia do równowagi układu dualnego odpowiadającego kwantowej teorii pola.

Mając wyznaczone współczynniki tensora metrycznego, można przejść do fizycznych obserwabli: składowych tensora energii-pędu, efektywnej temperatury i entropii. Składowe tensora energii-pędu wynikają z rozwinięcia metryki. Efektywna temperatura jest w gruncie rzeczy miarą nierównowagowej gęstości energii i wprowadzają ją równanie (6.58). Subtelną sprawą jest definicja gęstości entropii w przypadku dynamicznie zmieniającego się układu. Autor wiąże ją z hiperpowierzchnią tzw. pozornego horyzontu.

W rozdziale 6.8 przedstawiona jest dyskusja wyników opisujących termalizację układu, a właściwie jego dążenie do reżimu opisywanego równaniami hydrodynamiki. Aby opisać to zachowanie wprowadzona jest bezwymiarowa zmienna $w = T \tau$ oraz funkcja $F(w)$. Ta ostatnia znana jest dla ekspansji hydrodynamicznej, do trzeciego rzędu w gradientach dla modelu boost niezmienniczego. W tym przypadku kolejne gradienty określone są przez odwrotne potęgi zmiennej w . Porównując numeryczne wyniki uzyskane dla funkcji $F(w)$ z rezultatem znanym dla hydrodynamiki, możemy stwierdzić czy analizowany układ rzeczywiście osiąga stan opisywany równaniami hydrodynamiki. Okazuje się, że zgodność z hydrodynamiką ustanawia się zwykle dla wartości $w=0.7$. Zakładając, że efektywna temperatura wynosi wtedy około 500 MeV (co podpowiadają różne modele zderzeń ciężkich jonów) to uzyskujemy wartość czasu własnego $\tau=0.3$ fm/c, co oznacza bardzo krótki czas osiągnięcia reżimu hydrodynamicznego.

Niezmierzalnie ważnym wynikiem zaprezentowanym w rozprawie jest obserwacja, że dochodzenie układu do reżimu hydrodynamicznego nie wiąże się z osiągnięciem przez niego stanu lokalnej równowagi termodynamicznej. Okazuje się, że dynamika układu zgadza się bardzo dobrze z przewidywaniami hydrodynamiki lepkiej w chwilach, gdy anizotropia ciśnienia określona wzorem (6.81) wynosi około 6/10. Sugeruje to wprowadzenie nowego pojęcia, mianowicie „hydrodynamizacji” (na określenie zgodności dynamiki układu z przewidywaniami hydrodynamiki) i rozróżnienie zjawiska hydrodynamizacji od procesów termalizacji lub izotropizacji.

W kontekście dokładnych rozwiązań równań Einsteina wspomniane są przypadki gdy gęstość energii w chwilach początkowych ewolucji układu nie jest dodatnio określona. Fakt ten jest łączony w dyskusji z sytuacją gdy nie można znaleźć czasowo-podobnego wektora własnego dla tensora energii-pędu. Tego typu zachowanie pojawia się też w innych rachunkach opartych na korespondencji AdS/CFT. Muszę przyznać, że brak mi w tym miejscu przekonującego argumentu o fizycznej sensowności tego typu zachowania.

W **rozdziale siódmym rozprawy** autor przechodzi do zagadnienia konstrukcji pełnego rozwinięcia gradientowego dla analizowanego wcześniej układu. Polega to na rozwinięciu funkcji definiujących metrykę, a następnie także funkcji gęstości energii, w szereg odwrotnych potęg zmiennej τ ^{1/3}. Okazuje się, że dodawanie kolejnych wyrazów w takich szeregach nie pomaga uzyskać lepszej zgodności z rozwiązaniem dokładnym. Analiza numeryczna współczynników występujących w rozwinięciu gradientowym pokazuje, że jego promień zbieżności wynosi zero. W kolejnym kroku autor dokonuje resumacji Borela badanego szeregu i konstruuje aproksymantę Pade. Ta ostatnia jest użyta aby zlokalizować (w przybliżeniu) położenie osobliwości transformaty Borela.

Intrygującym wynikiem jest pokazanie, że położenie najbliższych zeru biegunów transformaty Borela zgadza się z wartościami najniższych tzw. quasi-normalnych modów, które są gaszone wykładniczo. Ta ostatnia właściwość oznacza, że nie są one widoczne bezpośrednio z rozwinięciu gradientowych, natomiast ich istnienie przejawia się w rozbieżnej naturze rozwinięcia gradientowego.

Rozdział ósmy rozprawy przedstawia propozycję uogólnienia formalizmu lepkiej hydrodynamiki poprzez włączenie w jej struktury efektów pochodzących od modów niehydrodynamicznych (części rzeczywistej wykładniczo tłumionych modów). Tego rozważania sugerują możliwość ogólnej konstrukcji równań hydrodynamiki, które mogą być „dopasowane” do zadanej teorii mikroskopowej przez jawne uwzględnienie jej modów niehydrodynamicznych. Oczywiście jeśli takowe są znane.

Ostatni, **dziewiąty rozdział** pracy stanowi jej podsumowanie. W pierwszym akapicie na str. 166 jest mowa o szybkiej termalizacji, którą tłumaczy AdS/CFT. Mam wrażenie, że ten fragment został napisany niejako z rozpędu bo mamy jednak, jak jest to wykazane w rozprawie, do czynienia z szybką hydrodynamizacją, a termalizacja (osiąganie stanu lokalnej równowagi termodynamicznej) jest dużo wolniejsza.

3. Podsumowanie

Praca doktorska pana mgr. Przemysława Witaszczyka spełnia z ogromnym nadmiarem typowe wymogi stawiane pracom doktorskim i powinna być dopuszczona do publicznej obrony. Zawiera ona niezwykle szeroki opis zagadnień związanych z zastosowaniem korespondencji AdS/CFT do opisu nierównowagowej dynamiki układów oddziałujących silnie. Zawarte w niej kluczowe wyniki oryginalne zostały opublikowane już wcześniej w najbardziej renomowanych czasopismach.

W mojej opinii praca bez wątpliwości zasługuje na wyróżnienie. Po pierwsze ze względu na wartość naukową zawartych w niej wyników naukowych, które znalazły już swoje godne miejsce w literaturze światowej i są często dyskutowane na międzynarodowych konferencjach naukowych (w tym kontekście należy wspomnieć np. zagadnienie hydrodynamizacji, rozbieżność rozwinięcia gradientowego w hydrodynamice, uwzględnienie modów niehydrodynamicznych). Po drugie przez rozmach i bardzo szerokie ujęcie tematu, co sprawia, że rozprawa doktorska nadaje się bez większych przeróbek do opublikowania jako artykuł przeglądowy lub monografia. Na podkreślenie zasługuje także fakt bardzo starannego przygotowania rozprawy. Jedynym mankamentem jest to, że musieliśmy na nią tak długo czekać.

Wojciech Florkowski