

Prof. dr hab. Marcin Mierzejewski
Katedra Fizyki Teoretycznej
Wydział Podstawowych Problemów Techniki
Politechnika Wrocławska

Recenzja rozprawy doktorskiej
Pana mgra Piotra Sieranta
pt. *Many-body localization of cold atoms*

Rozprawa doktorska Pana mgra Piotra Sieranta poświęcona jest teoretycznej analizie lokalizacji wielociałowej (*many-body localization, MBL*) w różnych układach fizycznych, które były lub mogą być w przyszłości przedmiotem doświadczeń z wykorzystaniem ultrazimnych gazów. Rozprawa została przygotowana na Wydziale Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod opieką Prof. dr hab. Jakuba Zakrzewskiego. Wyniki badań prezentowane w rozprawie zostały opublikowane w latach 2017-2019 w siedmiu publikacjach, wśród których znajduje się kilka prac opublikowanych w prestiżowych czasopismach, takich jak *Physical Review A*, *Physical Review B*, *Physical Review E* oraz *New Journal of Physics*. Pan mgr Piotr Sierant jest pierwszym autorem tych publikacji. Ponadto, ma on w swoim dorobku jedną pracę opublikowaną w *Physical Review X*.

Pierwszy rozdział rozprawy podsumowuje dotychczasową wiedzę oraz najważniejsze wyzwania związane z MBL. Biorąc pod uwagę fakt, iż lokalizacja wielociałowa jest bardzo aktualnym tematem badawczym, który w ostatnich latach był przedmiotem kilkuset publikacji, już sam dobór materiału omawianego we wstępie musiał stanowić istotne wyzwanie. W mojej ocenie wstęp jest bardzo dobrze skomponowany. Jego treść odzwierciedla dobrze ugruntowane własności omawianych układów oraz w odpowiedni sposób prezentuje te hipotezy, których potwierdzenie wymaga dalszych badań. Świadczy to o dogłębnej wiedzy i dojrzałości naukowej Autora rozprawy. Brak termalizacji obserwowany w silnie nieuporządkowanych układach z oddziaływaniami wielociałowymi został omówiony w kontekście hipotezy *ETH* (*eigenstate thermalization hypothesis*). W dalszej części rozprawy przytoczone zostały najważniejsze własności izolatorów Andersona oraz pierwsze wyniki teoretyczne, które wskazywały na to, iż lokalizacja indukowana nieporządkiem może istnieć także w obecności pewnych oddziaływań wielociałowych. Spośród licznych nietypowych własności układów z MBL, w rozprawie omówiono te, które także w moim odczuciu są najważniejsze: logarytmiczny w czasie wzrost entropii splątania oraz kwazilokalne

całki ruchu, których obecność i przestrzenna struktura determinują większość pozostałych własności tych układów. Wstęp kończy prezentacja najważniejszych wyników eksperymentalnych dotyczących MBL oraz omówienie jednego z najważniejszych wyzwań, jakim jest właściwa interpretacja wyników dotyczących możliwości wystąpienia lokalizacji wielociałowej w układach dwuwymiarowych.

Kolejne rozdziały rozprawy poświęcone są omówieniu oryginalnych wyników uzyskanych przez jej Autora. W szczególności rozdział drugi dotyczy lokalizacji wielociałowej w łańcuchu oddziałujących bozonów. W mojej ocenie, badania prezentowane w tym rozdziale są istotne i nowatorskie. Większość dotychczasowych wyników dotyczących MBL uzyskano dla najprostszego modelu, czyli dla łańcucha oddziałujących, bezspinowych fermionów. Przy ustalonej długości łańcucha, model ten ma stosunkowo niewielką przestrzeń Hilberta, co umożliwia zastosowanie różnych technik numerycznych. Pytanie o występowanie lokalizacji wielociałowej w innych układach fizycznych pozostaje w znacznej mierze otwartym problemem badawczym. Wyniki uzyskane przez Pana mgra Piotra Sieranta pokazują, że MBL może występować także w modelu bozonowym, w którym jedynym źródłem nieporządku są oddziaływania wielociałowe (hamiltonian 2.3). Jest to bardzo istotny wynik wykraczający poza standardowe zrozumienie MBL, które bazuje na wiedzy o izolatorach Andersona ze zlokalizowanymi stanami jednocząstkowymi. Jednocześnie diagram fazowy pokazujący występowanie MBL dla różnych energii układu (rysunek 2.6), w istotny sposób odbiega od wyników uzyskanych dla bezspinowych fermionów. Z uwagi na wymiar przestrzeni Hilberta, badania układów bozonowych w sposób oczywisty prowadzą do pojawienia się pewnych problemów technicznych, np. problemów z przeprowadzeniem skalowania rozmiarowego. Pojawia się pytanie, w jaki sposób wyniki dotyczące nierównomiernego rozkładu cząstek (rysunek 2.1) czy entropii splątania (2.2) zależą od rozmiaru układu. Czy wyniki uzyskane dla bardzo silnego nieporządku ($W > 40$) pozwalają jednoznacznie wykluczyć transport dyfuzyjny lub subdyfuzyjny, który może zanikać (np. eksponencjalnie) wraz ze wzrostem nieporządku i może nie być widoczny na prezentowanych wykresach? Czy nazwa *stationary imbalance* używana do opisu wyników uzyskanych dla przedziału czasowego $25 < t < 35$ jest w pełni uzasadniona? Powyższe pytania nie stanowią zarzutu wobec obliczeń prezentowanych w rozprawie gdyż, w mojej ocenie, Autor rozprawy w pełni wykorzystał możliwości współczesnych, zaawansowanych metod numerycznych. Są to otwarte problemy badawcze, które warto przedyskutować w trakcie publicznej obrony rozprawy doktorskiej.

Kolejny, trzeci rozdział rozprawy poświęcony jest lokalizacji wielociałowej w łańcuchu bezspinowych fermionów, które znajdują się w optycznej wnęce rezonansowej, indukującej efektywne oddziaływanie pomiędzy wszystkimi fermionami. Występowanie MBL w obecności tego typu oddziaływań jest kolejnym ciekawym i jednocześnie nieoczekiwanym wynikiem, szczególnie biorąc pod uwagę fakt, iż lokalizacja pojawia się już przy stosunkowo słabym nieporządku. Obecność lokalizacji stwierdzono na podstawie rozkładu położenia kolejnych trzech poziomów energetycznych (*gap ratio*), dynamiki entropii splątania oraz przebiegów czasowych kilku funkcji korelacyjnych typu gęstość-gęstość. Co ciekawe, wskazano, że w obecności rozpatrywanych

oddziaływań dalekozasięgowych, najczęściej używana funkcja korelacyjna (*imbalance*) nie jest właściwym wyznacznikiem pojawienia się lokalizacji wielociałowej (rysunek 3.10), gdyż kwadrat odpowiadającego jej operatora (I^2) występuje w hamiltonianie badanego układu. Stwierdzono, że brak zaniku tej wielkości jest konsekwencją projekcji stanu początkowego na stan podstawowy układu, która jest szczególnie istotna przy słabym nieporządku. Pojawia się pytanie, czy lokalizację można stwierdzić badając różnicę pomiędzy wyznaczonym numerycznie przebiegiem czasowym *imbalance* a jej wartością w stanie termicznym (np. w rozkładzie mikrokanonicznym) odpowiadającym tej samej średniej energii co badany stan początkowy. Występowanie lokalizacji wielociałowej w sposób przekonujący wyjaśniono w rozdziale 3.3.4, w którym oddziaływanie dalekozasięgowe zostało przedstawione przy pomocy kwazilokalnych całek ruchu, których obecność jest cechą charakterystyczną układów wykazujących MBL. Wyjaśnienie to sugeruje, że obecność MBL w układach z dalekozasięgowymi oddziaływaniami nie musi być typowa i może ograniczać się do układów zbliżonych do tego, który jest analizowany w rozprawie.

Czwarty rozdział rozprawy poświęcony jest analizie statystyki poziomów w modelu spinowym typu XXZ z losowym polem magnetycznym. Oprócz najczęściej prezentowanej statystyki stosunku sąsiednich przerw energetycznych (*gap ratio*), wyznaczono także funkcję rozkładu tych przerw (*level spacing*) oraz wariancję liczby poziomów energetycznych występujących w określonym fragmencie spektrum energetycznego (*number variance*). Uzyskane wyniki potwierdzają oczekiwania dotyczące własności układów w granicy termodynamicznej, zgodnie z którymi dla słabego nieporządku statystyka poziomów jest taka sama jak dla macierzy losowych *GOE*, natomiast dla silnego nieporządku poziomy energetyczne są statystycznie niezależne i opisywane są statystyką Poissona. Wyjątek stanowi wąski zakres nieporządku lub, jak zasugerowano w rozprawie jedna wartość nieporządku, przy którym oczekuje się przejścia od układów ergodycznych do układów z lokalizacją wielociałową. Dla tego przypadku wyprowadzono model nazwany w rozprawie *wSRMP* (*weighted short-range plasma model*), którego liczne parametry są ustalane na podstawie rozkładu stosunku sąsiednich przerw energetycznych (równanie 4.23), i który poprawnie opisuje pozostałe dwie rozpatrywane charakterystyki. Warto podkreślić, że stosowalność modelu *wSRMP* została wykazana także dla łańcuchów Hubbarda opisujących bozony lub fermiony ze spinem połówkowym. Świadczy to o bardzo konsekwentnej postawie Autora rozprawy, który nie ogranicza swoich rozważań jedynie do podstawowego modelu MBL, lecz poszukuje uniwersalnych własności związanych z lokalizacją wielociałową. Szkoda, że nie zaprezentowano wyników dla fermionów ze spinem połówkowym opisywanych modelem Hubbarda, w którym symetria $SU(2)$ nie została złamana. Jako drobną usterkę techniczną wskazałbym również dość skromny opis tego, w jaki sposób ustalany jest parametr m występujący w równaniu 4.23. Chciałbym podkreślić jeszcze jeden wynik z rozdziału czwartego, który w mojej ocenie jest szczególnie ważny dla dalszych badań nad lokalizacją wielociałową. Wynik ten został zaprezentowany na rysunku 4.2 i dotyczy jakościowej różnicy pomiędzy statystykami poziomów wyznaczonymi dla układów z losowym potencjałem a badanymi doświadczalnie układami z pseudolosowym nieporządkiem. O ile powszechnie znany jest fakt, że oba modele wykazują istotne

różnice przy słabym nieporządku, zaprezentowane w rozprawie różnice w okolicach przejścia do stanu MBL są nowym i bardzo ważnym wynikiem. Wynik ten sugeruje, że obecność silnie nieuporządkowanych obszarów (tzw. *weak-links*) ma istotne znaczenie nie tylko dla transportu subdyfuzyjnego, który występuje przy słabszym nieporządku, lecz także dla samego przejścia (lub *crossover*) z reżimu ergodycznego do reżimu MBL.

W rozdziale piątym przedstawiono wyniki dotyczące tzw. dynamiki poziomów (*level dynamics*), która opisuje to, w jaki sposób słabe zaburzenie wpływa na poszczególne poziomy energetyczne. Dwie podstawowymi wielkościami analizowanymi w tym rozdziale są rozkład krzywizny poziomów (druga pochodna energii poziomów po parametrze zaburzenia) oraz rozkład podatności opisującej zmianę *fidelity* wynikającą z niewielkiej zmiany parametru zaburzenia. Aby zastosować drugą z tych wielkości do opisu układów z MBL, konieczne było jej uogólnienie na przypadek niezerowych gęstości energii układu. Wyniki numeryczne zaprezentowano dla łańcucha bezspinowych oddziałujących fermionów przy trzech typach zaburzenia: zmianie potencjału oddziaływania, zmianie całki przeskoku oraz zmianie warunków brzegowych. Najważniejszym rezultatem tej części rozprawy było wskazanie rozbieżności pomiędzy wynikami numerycznymi w reżimie ergodycznym oraz przewidywaniami dla macierzy losowych należących do *GOE*.

Rozprawę kończy krótkie podsumowanie, w którym wymienione zostały najważniejsze rezultaty. Szkoda, że tak wartościowe wyniki nie zostały omówione w ramach nieco szerszego opisu, w którym Autor mógł przedstawić swój pogląd dotyczący znaczenia przeprowadzonej analizy oraz perspektywy dalszych badań. Należy jednak podkreślić, że tego typu opisy zostały zamieszczone na końcu każdego z rozdziałów rozprawy.

Rozprawa doktorska została napisana w sposób staranny i przejrzysty, i czyta się ją z dużą przyjemnością. Nie dostrzegłem zbyt wielu usterek technicznych, a te, które zauważyłem, należy zakwalifikować jako oczywiste błędy edytorskie.

Uważam, że rozprawa Pana mgra Piotra Sieranta spełnia z nadmiarem wszystkie wymagania stawiane rozprawom doktorskim i wnioskuję o dopuszczenie jej Autora do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Ponadto uważam, że recenzowana rozprawa zawiera bardzo wartościową, wszechstronną i dogłębną analizę lokalizacji wielociałowej w jednowymiarowych układach kwantowych. W odróżnieniu od większości prac poświęconych temu zjawisku, przeprowadzono badania różnych modeli mikroskopowych, dzięki czemu wykazano uniwersalność występowania pewnych własności silnie nieuporządkowanych układów z oddziaływaniami wielociałowymi. Z tego powodu wnioskuję do Rady Wydziału Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Jagiellońskiego o wyróżnienie rozprawy Pana mgra Piotra Sieranta. Szczegółowe uzasadnienie wniosku o wyróżnienie zostało dołączone do niniejszej recenzji.

Mosin
Miłejelski

Prof. dr hab. Marcin Mierzejewski
Katedra Fizyki Teoretycznej
Wydział Podstawowych Problemów Techniki
Politechnika Wrocławska

Uzasadnienie wniosku o wyróżnienie rozprawy doktorskiej
Pana mgra Piotra Sieranta
pt. *Many-body localization of cold atoms*

Rozprawa doktorska Pana mgra Piotra Sieranta poświęcona jest teoretycznej analizie lokalizacji wielociałowej, która w ciągu ostatnich dziesięciu lat była przedmiotem kilkuset publikacji naukowych. Podczas gdy wyniki eksperymentalne sugerowały konieczność prowadzenia obliczeń teoretycznych dla łańcuchów opisujących oddziałujące bozony lub fermiony ze spinem połówkowym, prace te w większości dotyczyły bezspinowych fermionów z krótkozasięgowym oddziaływaniem oraz z losowym lokalnym potencjałem, dzięki czemu unikano wielu problemów technicznych związanych z analizą bardziej realistycznych modeli. Pan mgr Piotr Sierant pokonał te problemy, przeprowadził obliczenia dla różnych modeli oraz wykazał, że istnienie lokalizacji wielociałowej jest niezależne od wielu szczegółów rozpatrywanych modeli mikroskopowych. Jednym z ważniejszych rezultatów rozprawy było wykazanie istnienia MBL w układzie, w którym jedynym źródłem nieporządku jest oddziaływanie wielociałowe. Wynik ten pokazuje, że spostrzeganie MBL jako rozszerzenia lokalizacji Andersona o oddziaływania wielociałowe jest niewystarczające. Jestem przekonany, że waga naukowa wyników prezentowanych w rozprawie, a także podejście do badań naukowych, w którym poszukiwane są uniwersalne własności analizowanych zjawisk, zasługują na wyróżnienie. Wniosek o wyróżnienie odzwierciedla także wysoką rangę czasopism, w których Pan mgr Piotr Sierant publikował swoje wyniki naukowe.

Marcin Mierzejewski