

Recenzja rozprawy doktorskiej Krzysztofa Szczepańca

Noise induced effects in multivariate systems driven by Lévy noises

Praca doktorska Pana Krzysztofa Szczepańca przedstawia wyniki badań nad efektami indukowanymi szumem w przypadku układów napędzanych procesami Levy-ego. Praca obejmuje cztery zagadnienia związane z: ucieczką cząstki z ograniczonych obszarów, stanami stacjonarnymi w dwuwymiarowych studniach potencjału, aktywacją rezonansową oraz rezonansem stochastycznym. Autor ograniczył się do przypadków szumów α -stabilnych zadanych poprzez dwie miary spektralne - jednorodną i dyskretną - skoncentrowaną na przecięciu osi układu współrzędnych i okręgu jednostkowego.

Praca składa się ze wstępu, oraz dwóch rozdziałów, z których pierwszy jest przeglądem znanych pojęć a drugi przedstawia oryginalne wyniki Autora. Całość zakończona jest podsumowaniem oraz wyczerpującym spisem ponad stu pozycji z literatury. Praca złożona jest w systemie LaTeX a rysunki są wykonane w programie Gnuplot. Autor ponadto korzystał ze standardowej biblioteki numerycznej GNU Scientific Library. Należy przyznać, że wykorzystanie tych narzędzi było technicznie perfekcyjne, zarówno skład tekstu jak i elementy graficzne są czytelne i nie budzą najmniejszych zastrzeżeń. Podkreślić należy, że taki efekt wymaga szczególnej staranności oraz znacznego nakładu pracy.

Wstęp w zwięzły sposób przytacza historię istotnych odkryć poczynając od ruchów Browna aż po współczesne podejście do zjawisk indukowanych szumem. Autor opisuje wiele motywujących przykładów wykorzystania obserwacji szumów z długimi ogonami jak i modeli takich procesów opisujących różne zjawiska z wielu dyscyplin. Na takim tle nakreślony jest jasno cel pracy.

Rozdział pierwszy jest poświęcony przeglądowi podstawowych pojęć z zakresu zarówno dyfuzji normalnej jak i anormalnej. Autor, przedstawia kilka szczegółowych wyprowadzeń, które z pewnością zwiększają dostępność rozprawy dla szerszego grona czytelników. Wyczerpująco, został opisany szereg zagadnień związanych z szumami α -stabilnymi. Na uwagę zasługują

przykłady rozkładów zilustrowane wykresami, które pokazują intuicyjnie jak np. parametr α wpływa na kształt funkcji rozkładu. Podrozdział o wielowymiarowych α -stabilnych zmiennych losowych również zilustrowano przykładem dwuwymiarowego rozkładu Cauchy-ego dla dyskretnej i ciągłej (jednorodnej) miary spektralnej. Następnie Autor formułuje dwa sposoby opisu procesów losowych: oparty na równaniach Langevina oraz na równaniu Smoluchowskiego-Fokkera-Plancka. W obu przypadkach zostaje podany sposób uwzględnienia szumów α -stabilnych. Z uwagi na to, że podstawowym narzędziem badawczym są metody Monte-Carlo dla równań stochastycznych, Autor poświęca wyczerpujący rozdział na ten temat. Opisane w nim zostały algorytmy generowania α -stabilnych szumów w przypadku zarówno dyskretnej jak i ciągłej miary spektralnej. Kolejnym elementem ujętym w tym rozdziale jest przegląd zagadnień które są wykorzystywane w pracy: pierwszego czasu wyjścia, aktywacji rezonansowej i stochastycznego rezonansu. Podsumowując, rozdział ten jest wyczerpującym i bardzo pouczającym przeglądem wszystkich zagadnień potrzebnych w dalszej lekturze pracy.

Drugi rozdział pracy poświęcony jest opisowi oryginalnych wyników badawczych otrzymanych przez Autora. Prace te zostały opublikowane w 7 artykułach w renomowanych czasopismach takich jak Journal of Statistical Mechanics czy Physical Review E. Autor tej pracy umiejętnie połączył treść powyższych artykułów w jednolitą i spójną całość. Wyniki badań zostały przedstawione w pięciu podrozdziałach.

Pierwsze dwa podrozdziały traktują o problemie czasu wyjścia z obszaru ograniczonego. Autor rozpatruje w tej rozprawie uogólnienie tego zagadnienia na d -wymiarową hipersferę i hiperkostkę. Analizę dla hipersfery w przypadku szumu z ciągłą miarą spektralną rozpoczyna przedstawienie zagadnienia i wyprowadzenie wzorów na średni czas pierwszego wyjścia z hipersfery dla dowolnego wymiaru i parametru $\alpha=2$. Następnie przeprowadzono analizę skalowania się średniego pierwszego czasu wyjścia z wymiarem przestrzeni. Wyniki analityczne porównano z symulacjami otrzymując dobrą zgodność. Opierając się na tak przetestowanym narzędziu Autor analizuje przypadek dyskretnej miary spektralnej, w którym okazuje się, że skalowanie średniego pierwszego czasu wyjścia z hipersfery zachodzi z takim samym wykładnikiem dla wszystkich wartości parametru stabilności α . Następnie autor przechodzi do numerycznego badania układu w którym połowa granicy jest odbijająca. W tym przypadku otrzymano niemonotoniczne zależności średniego pierwszego czasu wyjścia od α . W rozprawie Autor rozważał także powyższe zagadnienie dla obszaru będącego hiperkostką. W tym przypadku nawet dla $\alpha=2$ trudno o dokładny wynik analityczny. Autor wyprowadza jednak przybliżenie w tym przypadku, którego poprawność weryfikuje symulacją równań stochastycznych. Z drugiej strony zostaje przeprowadzona podobna analiza tego procesu jak w przypadku hipersfery i tu okazuje się, że skalowanie nie podlega prostemu prawu potęgowemu. Autor zauważa jednak, że takie prawo potęgowe można zaobserwować dla małych wartości α w przypadku miary dyskretnej. Analizę problemów wyjścia z obszaru ograniczonego kończą obliczenia prawdopodobieństwa przeżycia. Tutaj pojawia się ciekawy wniosek, że proces wyskoku z hiperkostki może być zastosowany do badania niezależności przyrostów wielowymiarowego procesu α -stabilnego.

W kolejnym podrozdziale (2.3) przedstawione są wyniki dotyczące stanów stacjonarnych dla układów dwuwymiarowych. Autor rozpatruje przetłumiony ruch cząstki w potencjałach ograniczonych od dołu. Tutaj można zwrócić uwagę na to, że fakt badania właśnie cząstki przetłumionej nie został jawnie nadmieniony, co może się zdawać oczywistym dla Autora, jednak nie koniecznie dla czytelnika. Zagadnienie takie jest raczej trywialne w przypadku szumów Gaussowskich. Jednak uogólnienie tego problemu na szumy α -stabilne nie jest takie proste. Korzystając z ułamkowego równania Smoluchowskiego-Fokkera-Plancka, Autor otrzymuje wyniki analityczne dla ciągłej miary spektralnej i potencjałów posiadających symetrię obrotową. Jednak już dla miary dyskretnej nie udało się otrzymać zwartego wyniku analitycznego. W ogólnym przypadku Autor używa symulacji Monte Carlo do estymacji gęstości, przy okazji demonstrując poprawność metody na przypadkach rozwiązywalnych analitycznie. Oszacowane w ten sposób rozkłady stacjonarne ukazują wiele ciekawych cech, m.in. w oczy rzuca się złamanie symetrii obrotowej dla przypadku miary dyskretnej oraz pojawienie się lokalnego minimum w najniższym punkcie potencjału.

W podrozdziale 2.4 przedstawiono wyniki badań zjawiska aktywacji rezonansowej w dwuwymiarowym potencjale o symetrii obrotowej losowo zmieniającym swoją wysokość. Klasycznym efektem jest pojawienie się mniejszego czasu wyjścia z takiego potencjału od dwóch wartości asymptotycznych (dla małej i dużej częstości przełączania). Okazuje się, że dla współczynnika stabilności mniejszego od 1 efekt ten zanika. Przeprowadzono ilościową analizę różnych miar tego zjawiska i okazało się, że występuje ono przypadku dwu- i trójwymiarowym.

Rezonans stochastyczny w układzie dwuwymiarowym badano w rozdziale 2.5. W tym przypadku klasyczny dwustabilny potencjał rozszerzono w dodatkowym wymiarze przestrzennym dodając człon $\sim y^4$. Układ taki poddano działaniu okresowej siły wymuszającej i badano jak wpływa α -stabilny szum na przejścia między minimami. Autor rozpoczyna analizę tego zagadnienia od obserwacji trajektorii w tym układzie, które wykazują odmienne własności dla małych wartości parametru stabilności. Następnie systematycznie analizowana jest amplituda odpowiedzi w zależności od intensywności szumu oraz czas przebywania w danym "dołku". Przebadano te wielkości dla różnych parametrów α i otrzymano wiele ciekawych wyników. Okazało się, że średni czas przebywania w minimum jest malejącą funkcją α . Autor przebadał również funkcję rozkładu czasu przebywania w minimum. Tak funkcja wykazuje dla $\alpha=2$ charakter oscylacyjny, co można łatwo wytłumaczyć faktem, że cząstka przeskakuje pomiędzy dołkami w wielokrotnościach okresu siły wymuszającej. W obecności szumu o długich przeskokach funkcja ta staje się monotoniczna. W efekcie, podobnie jak w przypadku aktywacji rezonansowej, α -stabilne procesy generują "słabszy" rezonans stochastyczny dla małych wartości α . Autor podkreśla w tym rozdziale, że przypadek dwuwymiarowy jest nieredukowalny do jednowymiarowego ponieważ szumu α -stabilnego w ogólności nie można rozłożyć na dwa niezależne procesy w prostopadłych kierunkach.

Podsumowując, praca jest rzetelną analizą reprezentatywnego szeregu zjawisk w których α -stabilny szum odgrywa konstruktywną rolę. Autor wykazał się obszerną wiedzą zarówno z

zakresu procesów losowych jak i technik symulacji komputerowej. W pracy zawartych jest wiele oryginalnych wyników, które zostały opublikowane w siedmiu artykułach naukowych.

Praca jest starannie przygotowana pod względem technicznym i językowym. Na pochwałę zasługuje fakt, że przygotowana jest w języku angielskim. Biorąc pod uwagę jej walory edukacyjne, można śmiało przypuszczać, że będzie cenną lekturą dla wielu osób rozpoczynających naukę przygodę z procesami α -stabilnymi.

Jednym z nielicznych mankamentów tej pracy to pewien niedosyt w analizie i interpretacji wyników, które otrzymał Autor. Być może było by możliwe podanie przynajmniej w kilku wybranych przypadkach jak otrzymany wynik może rzutować na modelowanie układów fizycznych szumami α -stabilnymi. Byłoby to cenne nawet gdyby miało charakter spekulacji. Niektóre rozdziały, np. ten o rozkładach stacjonarnych wręcz wydają się pod tym względem niedokończone. Ponadto brakuje w tej rozprawie informacji na temat technicznych aspektów przeprowadzanych symulacji. Autor nadmienia, że korzystał z "gridu" obliczeniowego, ale warto było by poinformować czytelnika z jaką ilością czasu CPU należy się liczyć by odtworzyć uzyskane wyniki.

Powyższe uwagi krytyczne nie umniejszają wartości tej rozprawy takiej jaka jest. Dlatego zdecydowanie stwierdzam, że rozprawa Krzysztofa Szczepańca "Noise induced effects in multivariate systems driven by Lévy noises" spełnia z naddatkiem wszelkie ustawowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim w zakresie fizyki. Biorąc pod uwagę kompleksowość tej rozprawy, staranność opracowania i dużą różnorodność otrzymanych wyników zamierzam wnioskować o jej wyróżnienie.

Zwracam się do Rady Wydziału Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Jagiellońskiego z wnioskiem o dopuszczenie mgra Krzysztofa Szczepańca do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Maciej