

Abstrakt

Dynamika wartości i wektorów własnych w niehermitowskich modelach macierzowych

mgr Jacek Grela

Ta rozprawa jako przedmiot badania obrała hermitowskie i niehermitowskie dynamiczne macierze ze szczególnym uwzględnieniem położonym na zachowanie ich wartości własnych i wektorów własnych. Dysertacja jest podzielona na trzy części – pierwsze dwa rozdziały są poświęcone hermitowskim i niehermitowskim modelom zaś trzeci opisuje narzędzie matematyczne używane w rozprawie. Praca jest wykonana w schemacie dyfuzji wprowadzonej przez Dysona przy której hydrodynamiczny obraz jest realizowany przez obecność równania Burgersa.

W pierwszym rozdziale badamy hydrodynamikę dynamicznych hermitowskich macierzy w granicy dużych macierzy – wartości i wektory własne ewoluują praktycznie niezależnie od siebie przy czym kluczowe jest zachowanie tych pierwszych. Rozważając kilka modeli hermitowskich, znajdujemy powracające hydrodynamiczne równanie Burgers dla odpowiednich funkcji Greena zawierających informacje o wartościach własnych. Uwikłane rozwiązania tych równań są znalezione za pomocą metody zespolonych charakterystyk. Badamy uśrednione wielomiany charakterystyczne i odwrotne wielomiany charakterystyczne w dynamicznym Gaussowskim Zespole Unitarnym, pokazujemy jak te dwa obiekty zadają kernel korelacji w modelu i uzyskujemy uniwersalne zachowanie typu Airy oraz Pearcey dla obydwu obserwabli. Poprzez użycie zmiennych kolektywnych, odtwarzamy hydrodynamiczny obraz i obliczamy asymptotyczną formę całek typu Harish-Chandry/Itzykson'a-Zubera oraz Berezina-Karpielewicza.

W drugim rozdziale opisujemy dynamiczne niehermitowskie macierze. Przeprowadzamy numeryczne eksperymenty aby pokazać, że wartości i wektory własne tych macierzy koewoluują i nie mogą być rozdzielone. Bazując na tej obserwacji, odtwarzamy obraz hydrodynamiczny w klasie niehermitowskiej chociaż w stopniach swobody które łączą informacje o wartościach i wektorach własnych. Identyfikacja i interpretacja tych nowych zmiennych jest kluczowa w zrozumieniu niehermitowskich macierzy przypadkowych. W tym celu wyprowadzamy niehermitowskie równanie Burgersa dla funkcji q-Greena, znajdujemy makroskopowe wyrażenia na gęstość spektralną i korelator wektorów własnych oraz identyfikujemy znaczenie nienormalnych warunków początkowych. Dodatkowo, oprócz wyników w granicy dużych macierzy, obliczamy wyrażenie na dokładną gęstość spektralną spełnioną dla każdego rozmiaru macierzy.

W trzecim rozdziale opisujemy podejście sformalizowane pod nazwą metoda dyfuzyjna. Jest to narzędzie obliczeniowe służące do znajdowania średnich z wyznaczników. Opisujemy ją jako procedurę dwuetapową – zakładamy dyfuzyjną dynamikę macierzy i patrzymy na podobne równania spełnione dla obserwabli jednak w dualnej przestrzeni zmiennych pomocniczych.