



International Centre for Theory of Quantum Technologies
80-308 Gdańsk, ul. Jana Bażyńskiego 1a
prof. dr hab. Michał Horodecki, e-mail: michal.horodecki@ug.edu.pl

6.12.2024

Recenzja doktoratu Jakuba Czartowskiego pt. “Optimal Generalized Quantum Measurements and other Fantastic Beasts”

Rozprawa Pana Jakuba Czartowskiego bazuje na czterech artykułach opublikowanych (dwa w Quantum, jeden w PRX Quantum, jeden w Phys. Rev. Res.) oraz jedynym w przygotowaniu. Są to bardzo prestiżowe czasopisma. W szczególności jest bardzo trudno opublikować pracę w PRX Quantum. Także czasopismo Quantum stawia wysoką poprzeczkę, o czym się nieraz boleśnie przekonałem. Trzeba nadmienić, że Jakub Czartowski jest współautorem 16 opublikowanych prac i czterech artykułów w bazie arXiv. Jest to bardzo duży dorobek na tym etapie naukowej kariery.

Rozprawa (nie licząc podziękowań) liczy 134 strony, składa się z 6 rozdziałów podsumowania i posłowie (które nie ma już charakteru naukowego). Warto zaznaczyć, że rozprawa jest ilustrowana pięknymi zdjęciami wykonanymi przez autora – chylę czoła zwłaszcza przed ujęciami ptaków! Przejmująca było także wspomnienie o dziadkach Autora rozprawy zawarte w podziękowaniach. Z oświadczeń zawartych w rozdziale zatytułowanym „Motivations and Contributions” wynika, że wkład autora do niemal wszystkich prezentowanych rezultatów był dominujący. Widać, że Autor nie był zaledwie wykonawcą idei bardziej doświadczonych współpracowników, lecz miał własne koncepcje i potrafił je samodzielnie implementować. W szczególności rezultaty z metrologii i deseni zostały otrzymane w całości przez Autora przy asystencji promotora prof. Karola Życzkowskiego oraz prof. Daniela Brauna, gospodarza wizyty studyjnej (w zakresie metrologii). Z tego co się zorientowałem, Autor zdecydował się przytoczyć w rozprawie tylko te rezultaty, które są bezpośrednio przez niego uzyskane, co zaliczam na plus. Dzięki temu rozprawa nie jest sklejką streszczeń artykułów. Rozdział pierwszy jest przedmową zawierającą m.in. spis publikacji autora, listę tych publikacji, których rezultaty złożyły się na niniejszą rozprawę, skrótowy opis rezultatów oraz oświadczenia o wkładzie autora rozprawy.

Tematyka rozprawy nie jest jednolita: na rezultaty składają się cztery dość odrębne tematy

- bazy splątane (rozdział 2)
- metrologia (rozdział 3)
- termodynamiczna teoria zasobów (rozdziały 4 i 5)
- desenie kanałów kwantowych (rozdział 6)

Wspólnym mianownikiem tych problemów jest to, że są w nich używane bardzo podstawowe narzędzia formalizmu kwantowego takie jak pomiary czy odwzorowania, a także dyskretność – tj. brak dynamiki. Autor prezentuje szereg ciekawych rezultatów. W rozdziale 2, klasyfikuje wszystkie bazy układu 2-qubitowego stosując naturalne klasy równoważności - lokalna równoważność oraz permutacje. Autor identyfikuje też bazy izo-splątane.

W rozdziale 3, Autor analizuje metrologię przy użyciu spinowych stanów koherentnych – jako analog metrologii stanów światła, gdzie estymowane jest przemieszczenie, zaś zarówno w procesie przygotowania stanów jak i ich pomiaru bierze udział operacja ściskania. Rezultaty zostały otrzymane na wyjeździe studyjnym i zarówno koncepcja jak i wykonanie należą do autora, przeprowadzone pod opieką promotora i gospodarza w ośrodku przyjmującym (Uniwersytet w Tybindze). Najbardziej podobają mi się rezultaty z rozdziału 4 i 5, nie tylko dlatego, że dotyczą tematyki, którą swego czasu rozwijałem, ale przede wszystkim dlatego, że są to rezultaty natury ogólnej. W rozdziale 4 autor zadaje pytanie – czy można operacje termiczne składać z operacji termicznych Markowskich. W ogólności jest to niemożliwe, więc Autor rozważa scenariusz, gdy można korzystać z pamięci - dodatkowych układów w stanie termiczny. Autor stawia pytanie, czy jest możliwe uzyskanie dowolnych operacji termicznych przy pomocy Markowskich operacji oraz takiej pamięci. Otrzymuje rezultaty, że dla temperatury nieskończonej jest to możliwe, zaś dla temperatury skończonej, dowodzi, że można przybliżyć pewną klasę odwzorowań – mianowicie te generowane przez tzw. Beta-swapy. Dostarcza też numerycznych rezultatów wspierających hipotezę, że można przybliżać wszystkie operacje termiczne przy pomocy operacji Markowskich i pamięci w stanie termicznym. Co najciekawsze, autor oszacowuje jak skaluje się ilość qubitów pamięci, potrzebnych aby uzyskać daną dokładność przybliżenia. W interesujący sposób ukazuje się tutaj jakościowa różnica między rezerwuarem o skończonej i nieskończonej temperaturze: zbieżność w nieskończonej temperaturze jest wielomianowa zaś zbieżność w temperaturze skończonej – wykładnicza. Autor tutaj umieszcza dodatkowe rezultaty, które otrzymał, a których nie ma w opublikowanych pracach.

W rozdziale 5 Autor zajmuje się problemem, jakie przejścia są możliwe w obecności katalizatora czyli układu, którego stan początkowy ma być taki sam jak stan końcowy. Autor w Twierdzeniu 5.8 szacuje wymiar stanu katalizatora który może katalizować przejście między danymi stanami. Autor także podaje jawny przykład katalizowania przejścia między dwoma stanami trójpoziomowymi. Wcześniej nie było wiadomo czy jest to możliwe, gdyż w przypadku temperatury nieskończonej (czyli w przypadku majoryzacji), dopiero począwszy od 4 poziomów kataliza jest możliwa (t.j. można wykonać katalitycznie przejście, które nie jest możliwe bez katalizatora). Następnie Autor analizuje zbiór stanów które nie mogą być splątane przez operacje termiczne lub przez katalityczne operacje termiczne. W Propozycji 5.14 Autor konstruuje przykład stanu, którego „termiczna przyszłość” leży wewnątrz zbioru stanów, których nie można splątać za pomocą katalizy. Następnie na podstawie numerycznych doświadczeń, formułuje przypuszczenie charakteryzujące analitycznie zbiór takich stanów. Autor również prezentuje relacje między objętością stanów, które można splątać katalitycznie oraz tych które można splątać bez katalizy.

W rozdziale 6 Autor bada tzw. desenie, czyli skończone miary, które reprodukuja pewną skończoną ilość momentów danej miary. Autor rozważa desenie dla kanałów – pojęcie, które nie było dotąd badane w literaturze. Autor konstruuje desenie dla kanałów poprzez indukowanie ich z deseni stanów. Następnie wprowadza ograniczenia dla wymiaru przestrzeni środowiska i w ten sposób konstruuje desenie sygnowane tym wymiarem. Następnie rozważa przybliżone desenie i wprowadza efektywny wymiar środowiska, jakiego te desenie potrzebują. Autor zauważa, że wymiar ten można uczynić parametrem ciągłym. Wreszcie stosuje przygotowane narzędzia do oszacowania efektywnego wymiaru szumu na kwantowym komputerze IBM Kyoto.

Przedstawię teraz moje komentarze dotyczące wybranych wyników. Nie mam uwag do rozdziału 2.

Uwagi do rozdziału 3. Analizując rezultaty dla schematu metrologicznego w którym w obu ramionach interferometru są rotacje na str 55. Autor pisze „well known central maksimum”. Czy dobrze rozumiem, że to maksimum jest znane w scenariuszu fotonowym? Brakuje mi w tej sekcji podsumowania, w którym porównane są wyniki metrologii spinowej i fotonowej. W dalszej analizie, Autor pisze “Furthermore, disappearance of the central maximum can be seen whenever $S_1 - S_2$ is half-integer.”. Tymczasem, jak widać na rysunku 3.9, np. Dla

$S_1=1/2$ oraz $S_2=1$, maximum jest. Podobnie dla innych przypadków na tym rysunku. Być może czegoś nie rozumiem.

Na str. 58 Autor pisze: “Therein, the authors have demonstrated that the variance of a spin in a selected direction orthogonal to the main axis of the squeezed state for large spins approaches a constant.” To jak rozumiem, jest przytoczeniem rezultatów istniejących, które jednak nie mają znaczenia dla obecnych rozważań, bo Autor nie rozważa tego problemu?

Uwagi do rozdziału 4. Jeżeli już dysponujemy rezultatem doktoratu jakim jest przybliżanie dowolnych operacji bistochastycznych przez operacje Markowskie na większym układzie otrzymanym przez dodanie układów w stanie maksymalnie zmieszanym, problem przedstawiony jako otwarty można stosunkowo łatwo rozwiązać, korzystając z pracy [179] w rozprawie. Mianowicie, w pracy tej obszernie korzysta się z tego, że gdy uwzględnimy kąpiel, możemy wykonywać permutacje na przestrzeniach degeneracji Hamiltonianu. I dalej, gdy powiększymy jeszcze kąpiel, te same degeneracje używamy jako szum, aby otrzymać mieszanki permutacji. Innymi słowy, duża kąpiel z degeneracjami dostarcza efektywnie maksymalnie zmieszanych ancilli (piszę efektywnie, bo nie jest to iloczyn tensorowy, jednak nie ma to większego znaczenia). Jeżeli teraz skorzystamy ze wspomnianego powyżej rezultatu z doktoratu, to możemy wziąć jeszcze więcej ancilli, żeby owe mieszanki permutacji zasymulować przy pomocy Markowskich operacji. To co piszę, oczywiście wymaga doprecyzowania, ale nie sądzę, żeby była tu jakaś luka. Oczywiście, tak zaproponowany protokół jest bardzo niewydajny. Zatem wciąż wartościowy jest problem postawiony w doktoracie, który pozostaje otwarty – mianowicie, czy protokół zaproponowany w doktoracie pozwala aproksymować wszystkie operacje termiczne.

Autor pisze na str. 81: “Figures 4.6 and 4.7 provide evidence for convergence of the proposed algorithms to the extreme points not only in $\beta = 0$, where it was guaranteed by the Birkhoff polytope, but also for finite temperatures, where it is far from obvious whether one can realise such extreme transformations using just two-level Markovian thermal operations.” Co to znaczy, że coś jest gwarantowane przez wielościan Birkhoffa? Z tego co wiem, twierdzenie Birkhoffa mówi, że punkty ekstremalne zbioru operacji bistochastycznych są permutacjami. Dodatkowo wiemy, że permutacje można złożyć z transpozycji. Ale co to ma wspólnego z rezultatem, że operacje bistochastyczne możemy przybliżać przy pomocy operacji Markowskich na większym układzie (obrazowany przelewaniem wody w szklankach)? Być może autorowi chodziło o to, że twierdzenie Birkhoffa identyfikuje wszystkie punkty ekstremalne, więc wystarczy przybliżyć te punkty ekstremalne, zaś dla $\beta > 0$ nie znamy w ogólności punktów ekstremalnych, więc nie da się powtórzyć tego wyniku. Czy tak?

Autor pisze tak na stronie 81: „Apparent impossibility of even approximating the state O_s with infinitesimal precision using two-level thermal operations, as reported by Mazurek and Horodecki in [185] turns out to be highly undermined by the numerics, unless it is more rigorously formulated to restrict operations to 2-level thermal operations on the primary system only.” Mniemam, że w cytowanej pracy autorzy sformułowali rezultat rygorystycznie 😊. Jeżeli nie ograniczymy się do układu podstawowego, czyli jeżeli dwupoziomowe operacje się przeprowadzi na całym układzie – kąpiel plus rozważany układ, to nawet bez wyników numerycznych widać, że oczywiście można przybliżyć wszystkie operacje termiczne. Rzeczywiście jak wynika z pracy [179], można je przybliżyć przez permutacje na większym układzie, a te można złożyć z transpozycji które są 2-poziomowymi operacjami termicznymi – gdyż odbywają się na degeneracjach – a zatem nawet przy skończonej temperaturze są wykonywalne.

Na stronie 84 Autor wprowadza liczby porządkowe „ordinal numbers” i pisze „Although proper understanding of ordinals is beyond your truly”. Translator google przetłumaczył to jako “(...) przekracza twoje możliwości”. Nie jest powiedziane kim jest ów „you”, czyli adresat tego stwierdzenia. Na pewno prawidłowe zrozumienie tego pojęcia przekracza możliwości niniejszego recenzenta, ale niekoniecznie kogoś bardziej

wyszkolonego matematycznie 😊. Użycie tego formalizmu jest być może eleganckie, tym nie mniej sądzę, że warto by było też opisać to w sposób dostępny dla zwykłych śmiertelników. Jak przypuszczam, można tutaj wykonać dwie granice naraz, odpowiednio zwiększając dwa parametry, czy może o to chodzi?

W protokole na str. 74, który ma za zadanie przybliżać dowolne operacje termiczne, ostatnim krokiem jest termalizacja, jednak pojawia się tam parametr a , który nie jest nigdzie wspomniany. Stąd nie potrafię zrozumieć, jaka przestrzeń jest termalizowana.

Uwagi do rozdziału 5. W Obserwacji 5.11 Autor pisze że dla $\beta \geq 0$ i dla $d \geq 0$ istnieje przejście katalizowalne (czyli, przejście, które jest możliwe tylko przy pomocy katalizatora). Nie rozumiem dowodu i w dodatku nie widzę, w jaki sposób to nie przeczy Obserwacji 5.3, która jest de facto rezultatem o majoryzacji, a $\beta = 0$ to właśnie ten przypadek.

Czy przypuszczenie umieszczone w ostatnim akapicie rozdziału 5 nie jest w sprzeczności z wynikami Turguta, Klimesha i Daftuara? Te wyniki mówią, że katalityczna majoryzacja jest wyznaczona przez całą klasę funkcji (tzw. monotonów). Co oznacza w tym kontekście pierwszy i ostatni monotony?

Uwagi do rozdziału 6.

Nie rozumiem, w jaki sposób (6.1) prowadzi do funkcji zbalansowanych, i przez to jest równoważny (6.2). Zgadza się, że (6.14) jest równoważne z (6.15), bo tam widać dobrze, skąd się biorą funkcje zbalansowane – gdyż w (6.15) występuje U oraz U sprzężone. W (6.1) tak nie jest.

Autor pisze, że równanie (6.31) pozwala generować desenie. W jaki sposób? Naiwnie można by pomyśleć, że szukanie deseni jest tutaj beznadziejne, a nie tylko niewydajne. Proszę o odpowiedź, jakiego typu algorytm daje pewność znalezienia deseni w oparciu o tę formułę.

Na str. 122 Autor pisze „Using the above, one may put forward the following theorem”. To jest zbyt duży przeskok. Jak od równości (6.48) przejść do nierówności (6.49) ?

Podrozdział 6.3 jest dla mnie wyjątkowo niejasny, a nie mogłem się posiłkować publikacją, bo jeszcze nie powstała. Z drugiej strony rezultat jaki jest szacowanie efektywnego wymiaru szumu na komputerze kwantowych IBM Kyoto wygląda na bardzo ciekawy, więc żałuję że nie potrafię go zrozumieć. Nie widzę w tym rozdziale w jaki sposób pojawiają się zbiory kanałów. W kwantowym komputerze mamy jeden kanał – efekt działania środowiska. Wyniki są interesujące, ale nie widzę jak przy pomocy formalizmu deseni można było do nich dojść. Skoro autor nie opublikował pracy, to powinna tu się znaleźć bardziej dokładna prezentacja rezultatu.

Jeżeli chodzi o stronę redakcyjną, rozprawa jest dobrze pomyślana – prezentacja wyników jest poprzedzona przez stosowne wstępy. Są minimalne artefakty, wynikające z przetwarzania materiału zawartego w publikacjach i pewna ilość literówek lub niejasnych sformułowań.

Literówki:

Str 31: „it allows” rozpoczyna zdanie z małej litery

Str 34: „probabilities for opy” – miało być zapewne „from OPI”

Str 37: “Thus, one may conjecture that there will thanks to this there may exist a pair of orthogonal states”

Str 41: “aising”

Str 43. „In order to *achieved* this”

Str. 46. „To gain some intuition on QFI works”, brakuje “how”

Str. 47 “can naturally beyond” brakuje “go”

Str 47. “Multiparameter, however, poses a unique challenge of finding a measurement”, powinno być “Multiparameter estimation”.

Str 52. “Axix Xis” 😊

Na tej stronie przestaję wymieniać literówki, a jedynie przedstawię takie, które są istotne dla rozumienia treści.

Literówki istotniejsze:

Str 55, Powyżej wzoru (3.45) informacja Fiszera powinna być do potęgi minus 1.

Str 55. „Moving forward we can analyze the denominator”. Analizujemy nie mianownik ale odwrotność pierwszego wyrażenia w (3.45), zgadza się?

Str. 56

If we want to have a proper analogy between the SRU protocol for spins and the results obtained in [156] for SDU protocol in SU(1,1) interferometry we need the rotations in both spins in such a way that their difference $\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1$ is well defined;

Zamiast „well defined” użyłbym słowa „fixed”. Czy dobrze rozumiem?

Str 57. Znów, jak się zdaje, niepoprawne użycie frazy „well defined”. Dopóki się nie domyśliłem, że chodzi o „determined” miałem kłopoty ze zrozumieniem co się dzieje.

Str. 69. W równaniu (4.28) pojawia się Γ_{ij} , która nie była zdefiniowana. Sądzę, że to powinny być wagi Gibbsowskie.

Str 75. W twierdzeniu 4.2, we wzorze (4.62) jest formuła która wcześniej występuje jako P z tyldą. Rozumiem co się tu wydarzyło, ale notacyjnie trzeba by coś pozmienić.

Str. 78. Przy wzorze niestety nie numerowanym, trzeba dopisać, że parametr a jest na razie nie zdeterminowany. I dopiero wtedy zdanie, które występuje po wzorze, jest zrozumiałe – bo wyjaśnia, że jednak skoro jest to termiczna operacja, to „ a ” już jest zdeterminowane.

Str. 101,102, rozdział 5.

Autor dwukrotnie definiuje zbiór $\mathbb{TN}$. Na str. 101: “States that cannot get entangled under thermal operations are said to belong to the *thermally non-entangleable set*, mathematically denoted by $\mathbb{TN}$.”

Następnie na stronie 102:

future thermal cone $\mathbf{p}^\pi \in \mathcal{T}_+(\mathbf{p})$ with β -order given by $\pi = (2134)$. We denote by $\mathbb{TN}$ the set of states $\mathbf{p}$ for which no point of the future cone $\mathcal{T}_+(\mathbf{p})$ can become entangled under energy-preserving unitaries; this set is called thermally non-entangleable set.

Czy to jest oczywiste, że te definicje są równoważne?

Str 102, rozdział 5

W dowodzie Prop. 5.14 Autor pisze:

energy-preserving unitaries if and only if $4p_1p_4 - (p_2 - p_3)^2 < 0$ [57, 58]. Furthermore, as shown in [19], a state $\mathbf{p}$ can be entangled by TOs if and only if the extreme point of its future thermal cone $\mathbf{p}^\pi \in \mathcal{T}_+(\mathbf{p})$ with β -order given by $\pi = (2134)$. We denote by $\mathbb{TN}$

W powyższym zdaniu złożonym, zdanie podrzędne nie ma orzeczenia. Nie rozumiem więc treści.

Inne:

Str 28: Autor w równaniu przedstawia bazę jako macierz i pisze „with the states taken column-wise”. Przy pierwszym czytaniu nie rozumiałem o co chodzi. W kolejnym podrozdziale baza jest przedstawiona lepiej.

Na str 61: W zdaniu “Next, we move to demonstrate that using two-level Markovian thermal operations it is possible to simulate arbitrary beta-swap as well as arbitrary extreme thermal operation” jest użyte nie wyjaśnione pojęcie beta-swap, więc choć rozumiem, że nie jest to miejsce żeby to pojęcie definiować, ale może warto dodać “so-called”.

Str. 64. Co oznacza że „bath is closed” ? W równaniu (4.7) brakuje chyba potęg przy H .

Str. 110: Autor pisze:

$g_t(|\psi\rangle\langle\psi|)$ in the elements of the projection operator $|\psi\rangle\langle\psi|$. Another interesting reformulation is in this case the statement concerning equality of t -copy averages. In the particular case of $t = 2$,

$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |\psi_i\rangle\langle\psi_i|^{\otimes t} = \int_{\mathcal{H}_d} |\psi\rangle\langle\psi|^{\otimes t} = \binom{d+t-1}{t}^{-1} \Pi_{sym}^{(t)}, \quad (6.6)$$

where $\Pi_{sym}^{(t)}$ is the projection operator onto the symmetric subspace in the t -copy space $\mathcal{H}_d^{\otimes t}$.

Nie rozumiem, dlaczego to jest przypadek $t=2$. Przynajmniej prawa równość jest prawdziwa dla dowolnego t .

Poniżej autor pisze "For the simplest case $N=2$ " Co oznacza N ?

Str. 119, Def. 6.11 jest chyba nie do końca rygorystyczna. Nie rozumiem, dlaczego to funkcja F jest mierzalna.

Wydawałoby się, że to f musi być mierzalna – funkcja mierzalna może indukować miarę w obrazie.

Literatura – jest obszerna i adekwatna. Mam jedynie niewielkie uwagi. Wydaje mi się, że charakteryzacja przejść dla dowolnych stanów qubitowych była dostarczona nie w [2] lecz w pracy, która chyba nie jest cytowana [Ćwikliński et al. Phys. Rev. Lett. **115**, 210403]. Warunki konieczne są w równaniach (8),(9) z tej pracy, zaś to, że są wystarczające jest pokazane w materiałach dodatkowych, rozdział 4. Brakuje też cytowania pracy fundamentalnej dla termodynamicznej teorii zasobów [Janzing et al. Int. Journ. Th. Phys. 39(12):2217-2753, 2000]. Na stronie 95 w pierwszym zdaniu rozdziału 5.2.2 Autor chyba miał na myśli [182] a nie [179]. Gdy Autor zadaje warunki na dysypatywną część generatora równania GKLS - t.j. komutowanie jej z częścią Hamiltonowską dobrze by było zacytować pracę [R. Alicki, Rep. Math. Phys. 10, 249 (1976)], która o tym traktuje. Wreszcie warto by było także odnieść się do pracy [Perry et al. Phys. Rev. X 8, 041049 (2018)], gdzie również rozważa się możliwość wykonania operacji termicznych za pomocą prostszych operacji.

Poniżej chciałbym przedstawić nieco niejasności.

Niejasności:

Str 33. Autor wyróżnił kilka rodzin, które są zbiorami rozłącznymi. Następnie jednak pisze "It is the most general of the families, as it overlaps with each of the other ones". Co oznacza to "nakładanie" skoro rodziny są zbiorami rozłącznymi?

Str. 35 Co to oznacza "produce consistently" w sformułowaniu "EJM turned out to be the only measurement producing OPI distribution consistently" ?

Str. 35 Autor pisze:

thus simplifying this family to direct sum of unitaries, $\sum_{i=1}^d U_i$.

Sumy prostej się tak nie zapisuje, ale co ważniejsze, jakoś nie widzę, jak ma się tu ona pojawiać.

Str. 36 Czym jest R^j ?

Str. 39. O ściśniętej próżni autor pisze, że dostarcza "orders of magnitude increase of sensitivity to the most recent LIGO experimental runs." Z tego co pamiętam, to było zwiększenie widzialności o kilkadziesiąt procent (co oczywiście było kluczowe, jednak nie jest to „orders of magnitude”).

Str. 41 Autor pisze:

however, let us simply say that commutation relations for larger photon numbers are preserved and thus the triplet, of operators maintain their functional form, $J_i \stackrel{\text{fun.}}{=} \sigma_i$.

Co oznacza taka równość, ze znacznikiem „fun.”? Może jest to jedynie oznaczenie na to, że „operators maintain their functional form” jednak to sformułowanie jest dla mnie niezrozumiałe. Wprowadzenie do tego rozdziału jest pisane bardzo szybko. Czytelnik albo wie o co chodzi, jeżeli jest odcytany w literaturze metrologicznej, albo nie ma szans zrozumieć, np. w jaki sposób wiąże się problem metrologiczny z jakąś grupą. W związku z tym, nie jest jasne, czy ma być owa reinterpretacja. Nie rozumiem też czemu ma służyć wywód, który pokazuje, jak wygląda operator liczby fotonów w dwóch modach. Jest to podstawowa wiedza, i jeżeli bym to pisał, to tylko dla ustalenia notacji.

Str. 43 Autor pisze

Thus, if we disregard all the non-symmetric basis states of the full space, we can write

$$|S, S\rangle_{\theta, \phi} = \sum_{M=-S}^S \sqrt{\binom{2S}{S+M}} \cos^{S+M}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]^{S-M} |S, M\rangle. \quad (3.7)$$

Nie rozumiem, dlaczego, dopiero jak „zlekceważymy” czy też ”pominiemy” (disregard) to możemy tak napisać. Stany z równania (3.6) można tak zapisać bez żadnych warunków. Stany $|S, M\rangle$ rozpinają przestrzeń symetryczną, więc nie jestem pewien, dlaczego trzeba tutaj coś pomijać.

Str. 44: Autor nie pisze co to znaczy „squeezing Hamiltonian”. Rozumiem, że to jest generator operacji ściskania, dobrze byłoby to napisać, bo wcześniej, kiedy są wprowadzone operacje ściskania, w okolicy wzoru 3.5, autor nie używa takiej nomenklatury.

Str 44. Autor wprowadza pojęcie two-axis countertwisting, a później, w okolicy r-nia 3.11 używa sformułowania „two-axis squeezing”. Rozumiem, że chodzi o to samo? Następnie pisze „one-axis twisting”, rozumiem, że chodziło o „one-axis squeezing”? Na tej stronie czytelnik musi się mocno skupić, gdyż mamy jedną lub dwie osie, oraz jeden lub dwa spiny i łatwo się pogubić, stąd takie minimalne notacyjne niekonsystencje wprowadzają dużo konfuzji.

Str 49. W równaniu: 3.27 nie jest podane co oznacza $S(\Phi)$.

Str 112. Autor pisze:

“The above is the first, somewhat trivial, example of induced measures and the way they relate designs from different space with one another. We will return to this notion later on, but first we will consider one more fundamental notion connected to quantum operations.”

Wydaje mi się, że to przypadek sfery i odcinka był takim pierwszym przykładem indukowania desenia. Czy nie mam racji?

Str. 117: W tytule rozdziału 6.1.2, co to są k-measures?

Podsumowanie

Podsumowując stwierdzam, że niniejsza praca doktorska stanowi istotny wkład do kwantowej informatyki i jej termodynamicznej emanacji. Z oświadczeń wynika, że wkład autora w większość rezultatów był dominujący zarówno na poziomie koncepcyjnym jak i technicznym. I rzeczywiście, w rozprawie widać swobodę pisania, która charakteryzuje dojrzałych naukowców. Autor też, jak wspomniano, zdecydował się przedstawiać w rozprawie jedynie rezultaty swojego autorstwa (oczywiście łącznie z koniecznym tłem). Rozprawa nie jest zbyt długa, dzięki temu nie jest nużąca i dobrze się ją czyta, choć pewnym skutkiem ubocznym są pojawiające się od czasu do czasu skoki myślowe, lub zgrubność prezentacji – pewne dość oczywiste treści rozumiałem dopiero przy drugim czytaniu. Nie ma to jednak wpływu na moją wysoką ocenę rozprawy. Stwierdzam, że spełnia ona z naddatkiem zwyczajowe i ustawowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim i wnoszę o przyznanie Panu Jakubowi Czarowskiemu stopnia doktora. Ze względu na wysoki stopień samodzielności Autora wnoszę także o wyróżnienie rozprawy.

Michael Horodach