

Recenzja pracy doktorskiej mgr. Jakuba Czartowskiego pt. “Optimal Generalized Quantum Measurements and other Fantastic Beasts”

Praca doktorska mgr. Jakuba Czartowskiego została napisana pod kierunkiem prof. dr. hab. Karola Życzkowskiego. Jej główna część liczy 134 strony i składa się na nią sześć rozdziałów i podsumowanie. Pozostała część to streszczenie, spis treści, przedmowa, postłowie i bibliografia. Praca została oparta na czterech pracach opublikowanych w Phys. Rev. Res. (2 prace), PRX Quantum (1 praca), Quantum (1 praca) i jednej pracy w przygotowaniu. Warto dodać, że doktorant jest współautorem 20 różnych prac i preprintów. Moim zdaniem jest to ilość imponująca.

Pierwszy rozdział pełni rolę krótkiego wstępu. Autor omawia w nim pomiary kwantowe (w tym uogólnione pomiary), kwantową ewolucję, kanały kwantowe i izomorfizm Choi-Jamiołkowskiego. Wspomniane zagadnienia zostały omówione tu w sposób krótki i zwarty, ale najważniejsze fakty ich dotyczące zostały podane. Żeby ułatwić ich zrozumienie autor zilustrował je prostymi i właściwie dobranymi przykładami.

Każdy z następnych rozdziałów poświęcony jest rozwiązaniu jednego problemu i ma następującą strukturę. Najpierw autor przedstawia ogólne wiadomości łączące się z problemem, wprowadzając przy tym potrzebne narzędzia matematyczne, a następnie przedstawia swoje oryginalne wyniki.

W drugim rozdziale autor omawia krótko miary splątania koncentrując się na mierze zwanej tangle oraz podaje kilka informacji na temat podprzestrzeni o ograniczonym rzędzie Schmidta. Następnie omawia pokrótce sieci kwantowe. Szczególną uwagę poświęca sieci składającej się z trzech osób, z których każda para dzieli stan maksymalnie splątany i poszczególne osoby wykonują na nich pomiary. Autor skupia się na pomiarach, których wyniki są permutacyjnie niezmiennicze, uważając je za interesujące. Chętnie dowiedziałbym się, dlaczego uważa je za takie. Czy dlatego, że

prawdopodobieństwa są opisane za pomocą trzech parametrów, czy też istnieją jakieś ciekawe zjawiska fizyczne z tym związane? Głównym oryginalnym wynikiem autora jest klasyfikacja izosplątanych baz dwuqubitowych. Są to takie bazy, w których każdy stan bazowy ma tę samą wartość miary splątania. Doktorant znalazł za pomocą eleganckich metod analitycznych cztery klasy takich baz. Co więcej pokazał, że wspomniane wcześniej pomiary, których wyniki są permutacyjnie niezmiennicze, są generowane przez pomiar w takiej bazie. Wynik ten uważam za bardzo ciekawy, ponieważ łączy on rozkłady prawdopodobieństwa o dużej symetrii z prostą własnością bazy.

W trzecim rozdziale autor przedstawia krótkie wprowadzenie do interferometrii, koherentnych i ściśnionych stanów spinowych i informacji Fischera. O ile eksperyment z rysunku 3.1 jest powszechnie znany, to eksperyment z rysunku 3.2 już taki nie jest. Moim zdaniem przydałoby się bardziej wyczerpujące wyjaśnienie tego eksperymentu. W szczególności chętnie bym zobaczył, jakiej eksperymentalnej sytuacji odpowiada stosowanie odpowiednich operatorów w równaniu (3.5). Warto by było także przed omówieniem koherentnych i ściśnionych stanów spinowych omówić ich optyczne odpowiedniki i na ich przykładzie zilustrować graficznie, czemu odpowiada ściskanie. Oryginalnym wynikiem autora jest modyfikacja optycznego protokołu ściśnij-przesuń-ściśnij i zastosowanie tej zmodyfikowanej wersji do stanów spinowych. Modyfikacja polega na zastosowaniu do spinów zamiast operacji przesunięcia operacji obrotu. Doktorant następnie oblicza informację Fischera i analizuje jej zachowanie w kilku przypadkach. Najciekawszym wynikiem jest pokazanie, że wielkość ta zachowuje się inaczej dla spinów połówkowych niż dla spinów całkowitych. W jednym przypadku informacja Fischera przyjmuje maksymalną wartość dla osi x dla spinów całkowitych i dla osi y dla spinów połówkowych. Moim zdaniem przydałoby się wyjaśnienie, co oznaczają osie x i y . Czy odpowiadają one osiom obrotu? W drugim przypadku widoczna jest asymetria wykresów informacji Fischera w zależności od parametru ściskania, jeśli różnica dwóch spinów jest połówkowa.

W czwartym rozdziale autor przedstawia najpierw wprowadzenie do relacji majoryzacji w zastosowaniu do rozkładów prawdopodobieństwa, a następnie w zastosowaniu do teorii splątania i termodynamiki kwantowej. Doktorant omawia też markowskie operacje termiczne, które będzie rozważał w dalszej części pracy. Moim zdaniem wprowadzenie to bardzo ładnie prezentuje szeroką wiedzę autora na temat zastosowania relacji majoryzacji w fizyce. Najważniejszym nowym wynikiem w tym rozdziale jest znalezienie algorytmu, który pozwala na przybliżenie dowolnych operacji termicznych za pomocą markowskich operacji termicznych uzupełnionych o pamięć

Gibbsa. Sam algorytm jest bardzo prosty, jednak dowód, że algorytm ten przybliża odpowiednie operacje już taki nie jest. Autor przedstawia ładną matematyczną analizę zbieżności pewnych operacji występujących w algorytmie do tzw. operacji beta-swap. Stawia też dwie hipotezy dotyczące zbieżności operacji, z których jedna została silnie wsparta numerycznymi badaniami. Moim zdaniem wyniki te stanowią istotny wkład do termodynamiki kwantowej, ponieważ pokazują one bardzo ciekawy związek między dwoma ważnymi klasami operacji. Mam jedną uwagę dotyczącą wzoru (4.7). Hamiltoniany H w nim występujące powinny mieć indeksy.

W piątym rozdziale autor rozważa przejście między stanami za pomocą operacji termicznych i przy występowaniu katalizatorów. Katalizatory te pomagają przy przejściu między stanami, ale same pozostają na końcu w takich samych stanach jak na początku. Najistotniejsze oryginalne wyniki doktoranta są zebrane w podrozdziale 5.3. Autor przedstawił tam warunek konieczny na możliwość wykonania takiego przejścia oraz zbadał strukturę stanów, które są użyte jako katalizatory. W szczególności katalizatory nie pomagają przy przejściu przejścia między układami o wymiarze przestrzeni Hilberta 2, natomiast pomagają one przy przejściach między układami o wymiarze przestrzeni Hilberta 3. Chętnie bym się dowiedział, dlaczego w tym przypadku katalizatory są użyteczne, a nie są one użyteczne w teorii splątania dla $d=3$, jak autor zauważa w obserwacji 5.3. Czy jest jakaś szczególna cecha dwóch teorii, która powoduje, że rola katalizatorów dla $d=3$ jest różna? Wyniki te stanowią piękne przeniesienie wyników z teorii splątania do termodynamiki kwantowej i moim zdaniem będą się cieszyły dużym zainteresowaniem innych badaczy. Bezpośrednim zastosowaniem tych wyników jest pokazanie w podrozdziale 5.4, że objętości stanów splątanych, które nie mogą być wygenerowane za pomocą operacji termicznych bez użycia katalizatora i z użyciem katalizatora są różne. Wynik ten dodatkowo podkreśla użyteczność katalizatorów przy rozpatrywaniu odpowiednich przejść między stanami.

W rozdziale 6 autor najpierw omawia t-designy. Poza standardowymi konstrukcjami warto zwrócić uwagę na wprowadzone przez doktoranta t-designy dla stanów mieszanych. Jednak najważniejszym wynikiem przedstawionym w tym rozdziale jest wprowadzenie t-designów dla kanałów. Doktorant zaproponował również metodę sprawdzania, czy dany zbiór kanałów tworzy t-design oraz metodę konstrukcji t-designów. Tę ostatnią metodę autor ładnie zilustrował przy pomocy grupy Clifforda. Ciekawa jest też zaproponowana przez doktoranta metoda oszacowania efektywnego wymiaru środowisko. Została on zaimplementowana do part qubitów na komputerze kwantowym IBM Kyoto. W tym miejscu chciałbym podkreślić dużą wartość otrzymanych

wyników, ponieważ kanały kwantowe są jedną z głównych koncepcji kwantowej teorii informacji i wykorzystanie t-designów bardzo ułatwi obliczenia dotyczące ich. Mam również uwagę krytyczną. W rozdziale 6.2 przydałoby się więcej ogólnego spojrzenia na problem. Sam musiałem najpierw przeczytać streszczenie na końcu rozdziału, żeby lepiej zrozumieć, co autor chce osiągnąć.

W rozdziale siódmym doktorant krótko streszcza otrzymane wyniki.

Praca napisana jest poprawnym językiem i z pasją. Prezentuje też szeroką wiedzę doktoranta oraz posługiwanie się zaawansowanymi technikami matematycznymi. Jest ona starannie zredagowana, chociaż występuje pewna ilość błędów typograficznych.

Podsumowując stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa spełnia wszystkie wymagania ustawowe stawiane rozprawom doktorskim (Ustawa Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce, DZ. U. z 2020 r. poz 85 z późn. zm.) i wnoszę o dopuszczenie jej autora do dalszej części postępowania. Chciałbym podkreślić, że doktorant otrzymał dużą liczbę interesujących wyników dotyczących szerokiego spektrum aktualnych problemów naukowych. Moim zdaniem część z tych wyników znajdzie duży oddźwięk w badaniach innych naukowców. W szczególności za takie wyniki uważam te przedstawione w rozdziałach 5 i 6. W związku z powyższym wnoszę o wyróżnienie rozprawy doktorskiej.