

Ocena rozprawy doktorskiej pana mgr. Moisésa Bermejo Morána
pt. *Characterizing Quantum Behaviours*

Rozprawa doktorska pana mgr. Moisésa Bermejo Morána pt. *Characterizing Quantum Behaviours* kryje, pod dosyć ogólnym tytułem, analizę dwóch problemów dotyczących podstaw mechaniki kwantowej, a w szczególności opisu i kwantyfikacji wielkości, czy też relacji fizycznych, które charakteryzują obiekty i układy kwantowe w kontraście do tych, które można opisywać w ramach teorii klasycznych.

Problemy charakteryzacji zachowań specyficznie kwantowych stały się w ostatnim ćwierćwieczu istotnym obszarem badań podstaw mechaniki kwantowej w związku z rozwojem informatyki kwantowej. W szczególności chodzi tu o identyfikację układów kwantowych i tych ich właściwości, które mogłyby zapewnić przewagę rozwiązań kwantowych w problemach przetwarzania informacji, obliczeniach numerycznych i kryptografii. Zagadnienia omawiane w pracy sytuują się więc w obszarze intensywnych i obiecujących badań we współczesnej fizyce.

Jak wiadomo od lat trzydziestych poprzedniego wieku, szczególnymi charakterystycznymi cechami, które w istotny sposób pozwalają na odróżnienie zachowania kwantowego i klasycznego są zasady nieoznaczoności dla pomiarów obserwabli oraz korelacje między wynikami pomiarów w układach złożonych. Wspomniane powyżej analizy zawarte w rozprawie dotyczą:

1. nierówności Bella (a więc korelacji) w sytuacjach, gdy pomiary wykonywane na podukładów w ten sposób, że (w przeciwieństwie do zwykle rozpatrywanych wypadków) obserwatorzy mają dostęp do więcej niż jednego podukładu układu złożonego,
2. systematycznego poszukiwania i klasyfikacji relacji nieoznaczoności dla wielu obserwabli.

Do badań tych zagadnień autor użył technik metod optymalizacyjnych (programy półokreślone) w połączeniu z technikami z obszaru algebry (optymalizacja wielomianowa, bazy Gröbnera).

Rozprawa składa się z pięciu rozdziałów. Rozdział 1. ma charakter wprowadzający. Oprócz przedstawienia celów pracy autor omawia tu, po pierwsze, w sposób krótki ale przystępny i wyczerpujący schematy pomiarowe (scenariusze Bella) służące wykrywaniu korelacji kwantowych, po drugie, daje systematyczny przegląd struktur algebraicznych niezbędnych w dalszych rozważaniach (monoid, grupa, pierścień, ciało, przestrzeń wektorowa, przestrzeń Hilberta, algebra, algebra Banacha, C^* -algebra). Struktury te są rozpatrywane w dość ogólnym kontekście, jednak z uwagi na to, iż ewentualne zastosowania dotyczą podstawowych problemów kwantowo-algebraicznych, zwykle osadzonych w skończeniowym wymiarowym przestrzeniach Hilberta, nacisk położony jest właśnie na te ostatnie. Trzecim tematem omówionym w Rozdziale 1 jest optymalizacja, w szczególności optymalizacja wielomianowa. Cały rozdział wstępny napisany jest jasno i logicznie. Zawiera odpowiednią porcję niezbędnych informacji wykorzystywanych w dalszych częściach rozprawy.

Rozdział 2. pracy rozpoczyna część oryginalną. Autor omawia tu problematykę optymalizacji wielomianowej z więzami w postaci równości dla problemów z komutującymi i antykomutującymi wielkościami. Przedstawione są problemy konstrukcji odpowiednich baz Gröbnera, w szczególności baz dla ogólnych (niekomutatywnych) monoidów. Oryginalne osiągnięcia zaprezentowane w tej części pracy dotyczą właśnie problemów optymalizacyjnych z częściowo komutującymi zmiennymi. Ta część pracy jest bardzo techniczna, siłą rzeczy zawiera omówienie szeregu wyników z teorii programowania półokreślonego, algorytmów obliczeniowych dla baz Gröbnera, itd. Niekiedy trudno zorientować się, które z przytoczonych rezultatów są oryginalnymi osiągnięciami autora. Niewątpliwie, do takich należy zaliczyć wyniki dotyczące problemów z więzami ograniczającymi wymiar przestrzeni, w której poszukujemy rozwiązań, problemów dla operatorów z przekrywającymi się nośnikami oraz problemów redukcji kosztów obliczeniowych omawianych konstrukcji za pomocą symetrii oraz metod algebr Jordana. W tej części pracy brakuje, w zasadzie, odniesienia do jakichkolwiek problemów fizycznych (pewien, choć dość abstrakcyjny wyjątek to Przykład 74, który łatwo zinterpretować w terminach problemu fizycznego). Ten brak w dużym stopniu utrudnia ocenę istotności otrzymanych wyników, tym bardziej, że autor również nie pokusił się o jakiekolwiek podsumowanie.

Rozdział 3. poświęcony jest wspomnianemu powyżej problemowi odpowiedników nierówności typu Bella w wypadkach, gdy poszczególni obserwatorzy mają dostęp do kilku podukładów jednocześnie. Jest to uogólnienie zwykłego podejścia do scenariusza Bella, kiedy to każdy z obserwatorów dokonuje pomiarów tylko na lokalnym podukładzie. Oczywiście łatwo sobie wyobrazić, że takie uogólnienie istotnie opisuje konkretną sytuację fizyczną. Co więcej, sytuacje takie mogą występować w konkretnych urządzeniach kwantowo-informatycznych, gdzie trudno jest zapewnić odpowiednią separację przestrzenną podukładów. Tak więc problem może mieć znaczenie praktyczne, np. w zagadnieniach korekcji błędów. Głównym celem jest więc tu odpowiedź na pytanie jakie korelacje między wynikami pomiarów są możliwe do otrzymania przy takim uogólnieniu, jak zależą one od liczby układów, w których poszczególni obserwatorzy mogą dokonywać jednoczesnych pomiarów i jakich konsekwencji należy się spodziewać z punktu widzenia ewentualnych zastosowań. W pracy podano szereg przykładów pozwalających na częściowe odpowiedzi na te pytania. Wykorzystano tu wyniki Rozdziału 2. dotyczące niekomutatywnych wielomianowych problemów optymalizacyjnych. Przedstawione w tym rozdziale rezultaty uważam za bardzo interesujące i otwierające szerokie pole dalszych badań dotyczących korelacji kwantowych w układach kwantowych interesujących z punktu widzenia zastosowań.

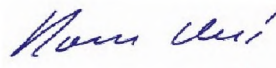
W rozdziale 4. przedstawiono wyniki dotyczące relacji nieoznaczoności w dość ogólnym wypadku gdy występują obserwable komutujące i antykomutujące. Głównym oryginalnym i interesującym wynikiem jest tu konstrukcja hierarchii optymalizacyjnych problemów półokreślonych dla znalezienia odpowiednich dla takich układów relacji nieoznaczoności. Interesujące, nowe rezultaty dotyczą uogólnienia liczby Lovasza charakteryzującej grafy (w tym wypadku grafy, poprzez swoje wierzchołki i krawędzie reprezentują, odpowiednio, wyniki i pomiary).

Rozdział 5. rozprawy to jednostronicowe podsumowanie treści poprzednich dwóch rozdziałów.

Praca napisana jest dobrze, w należyty sposób wykorzystuje obszerną i pełną dołączoną bibliografię. Nie znalazłem istotnych uchybień w argumentacji i prezentacji rezultatów (drobne błędy we wzorach nie są warte wspominania w recenzji, gdyż w żadnym stopniu nie wpływają na możliwość zrozumienia wyводу). Pewien niedosyt (o którym już trochę wspomniałem powyżej) spowodowany jest oszczędnością w pokazywaniu związków otrzymanych wyników z konkretnymi, ciekawymi sytuacjami fizycznymi. Przytaczane przykłady są zazwyczaj bardzo proste (elementarne scenariusze Bella dotyczące małej liczby podukładów w niskowymiarowych przestrzeniach) i dla ich analizy wystarczają środki daleko mniej zaawansowane niż przedstawione w rozprawie. Rozumiem jednak, że mają one na celu tylko bardzo proste ilustracje zastosowań rozwiniętych przez autora metod, a nie dyskusję ciekawych zagadnień fizycznych. Jednak choć jeden przykład pokazujący praktyczne znaczenie otrzymanego wyniku dla konkretnego problemu kwantowo-informatycznego byłby cennym dodatkiem.

Powyższa uwaga nie umniejsza mojego uznania dla całości pracy oraz wiedzy autora. Zaprezentowane wyniki są interesujące i oryginalne. Konsekwentne stosowanie podejścia w terminach problemów optymalizacyjnych pozwala na całościowe spojrzenie na fundamentalne problemy kwantowości układów: korelacje i zasady nieoznaczoności.

Uważam, że praca mgr. Moisésa Bermejo Morána pt. *Characterizing Quantum Behaviours* spełnia wszelkie formalne i zwyczajowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie go do dalszych etapów postępowania w sprawie nadania mu stopnia doktora.

 Elektronicznie podpisany
przez Marek Marcin Kuś
Data: 2024.12.17 01:22:40
+01'00'

Warszawa, 17.12.2024

prof. dr hab. Marek Kuś