

Prof. dr hab. Tadeusz Domański
Katedra Fizyki Teoretycznej,
Instytut Fizyki UMCS,
20-031 Lublin

7 czerwca 2021 r.

Recenzja rozprawy doktorskiej mgra Krzysztofa Giergiela
zatytułowanej „**Time crystal phenomena**”

Przedłożona praca doktorska przedstawia teoretyczny opis dynamicznych zjawisk, manifestujących się w czasowej ewolucji układów fizycznych pod wpływem periodycznego zaburzania czynnikami zewnętrznymi. Zasadniczym punktem odniesienia przeprowadzonej analizy są tzw. kryształy czasowe, gdzie spontanicznie łamana jest dyskretna symetria przesunięcia w czasie. Na kanwie takiej sytuacji zbadano bogatą gamę zjawisk fizycznych realizowalnych w domenie czasowej, będących odpowiednikiem analogicznych statycznych efektów w materii skondensowanej. W szczególności przedstawiono scenariusz dynamicznej lokalizacji Andersona, metodę generowania oddziaływań w domenie czasowej, obserwowalność dynamicznego przejścia fazowego, sposób wytwarzania kwazikryształów typu Fibonacciego, algorytm uzyskania nietrywialnej fazy topologicznej w czasowym wariancie scenariusza Su-Schrieffer-Heggera oraz uogólnionym bozonowym modelu Hubbarda i metodę uzyskania *dużych* kryształów czasowych. Są to pionierskie badania, które cieszą się aktualnie olbrzymim zainteresowaniem wiodących grup badawczych na świecie.

Praca doktorska została przygotowana w Instytucie Fizyki Teoretycznej na Wydziale Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie. Promotorem rozprawy jest prof. dr hab. Krzysztof Sacha. Na rozprawę składa się cykl spójnych tematycznie sześciu artykułów opublikowanych przez Doktoranta we współautorstwie z Promotorem oraz innymi współpracownikami w następujących czasopismach: Phys. Rev. Lett. (1 artykuł), Phys. Rev. A (2 artykuły), Phys. Rev. B (1 praca) oraz New J. Phys (2 artykuły). We wszystkich tych artykułach mgr Krzysztof Giergiel jest pierwszym autorem, co świadczy o Jego wiodącym wkładzie (dodatkowo potwierdzonym deklaracjami współautorów).

Poniżej przedstawię przegląd ważniejszych wyników uzyskanych przez mgra Giergiela.

[1] K. Giergiel & K. Sacha, Phys. Rev. A **95**, 063402 (2017).

Doktorant przeanalizował realizację dynamicznej lokalizacji Andersona możliwej do zaindukowania w atomie wodoropodobnym przy użyciu periodycznego pola mikrofalowego z chaotycznie modulowaną amplitudą. We wstępnej części pracy klarownie przedstawił istotę lokalizacji w domenie czasowej, odwołując się do analogii konwencjonalnej wersji tego zjawiska w układach przestrzennie periodycznych z przypadkowym nieporządkiem. Szczegółowe obliczenia przeprowadził w podejściu semiklasycznym oraz kwantowomechanicznym dla układów jedno- i trójwymiarowego. W tym celu rozpatrzył hamiltonian atomu rydbergowskiego zaburzany polem mikrofalowym o częstotliwości ω bliskiej częstotliwości orbitalnego ruchu elektronu wokół rdzenia. Amplitudę periodycznej polaryzacji pola $f(t) = f(t + 2\pi/\omega)$ wyraził poprzez przypadkowe wartości f_k składowych fourierowskich $f(t) \equiv \sum_{k \neq 0} f_k e^{ik\omega t}$. W układzie jednowymiarowym lokalizacja elektronu zachodzi wokół charakterystycznego czasu t_0 przy dowolnej wielkości nieporządku siły wymuszającej. Doktorant przedstawił wyniki ilościowe uzyskane na podstawie efektywnego modelu klasycznego a także z uwzględnieniem kwantowania dla rozpatrywanych stopni swobody, jak również analizę zjawiska dynamicznej lokalizacji Andersona w ujęciu formalizmu Floqueta. Uzyskane wyniki pokazały, że w czasowej zależności gęstości prawdopodobieństwa rzeczywiście ma miejsce eksponencjalne lokalizowanie elektronu wokół pewnego charakterystycznego czasu. W rozdziale III Doktorant przedyskutował warunki trójwymiarowej dynamicznej lokalizacji Andersona, która może być zrealizowana dodając statyczne pole elektryczne wzdłuż osi polaryzacji pola mikrofalowego. Przykładowe profile gęstości prawdopodobieństwa dla dwóch wybranych kwazistanów Floqueta przedstawiono na rysunkach 7 i 8. Superpozycja monochromatycznego pola mikrofalowego z jego składowymi harmonicznymi o przypadkowych wartościach amplitudy faktycznie powoduje lokalizację Andersona obserwowalną w domenie czasowej w ruchu elektronów wzdłuż orbit atomowych. W podsumowaniu Doktorant wskazał też konkretną możliwość empirycznej realizacji tego zjawiska przez dwie grupy badawcze.

[2] K. Giergiel, A. Miroszewski & K. Sacha, Phys. Rev. Lett. **120**, 140401 (2018).

W tym inspirującym artykule przedstawiono algorytm umożliwiający konstrukcję odpowiedników różnych stanów materii skondensowanej w domenie czasowej. Algorytm bazuje na schemacie periodycznego zaburzania układu z odpowiednim doбором wyższych harmonik czasowych. Idea jest analogiczna do opisanej w pracy [1], tzn. dotyczy cząstki poruszającej się w pobliżu rezonansowej trajektorii z dodatkowo nałożonymi warunkami na periodyczną siłę wymuszającą. W szczególności opisano warunki, które pozwalają zrealizować czasowy odpowiednik jednowymiarowej struktury kwazikrystalicznej. Jako przykład na rysunku 1 przedstawiono profil czasowej transformaty siły wymuszającej, indukującej kwazikryształ Fibonacciego. Kolejny przykład dotyczy konstrukcji fal typu blochowskiego oraz stanów Wanniera, w tym przypadku centrowanych na argumentach cza-

sowych. Zaproponowano następnie procedurę modelowania potencjału U_{ij} oddziaływań wielociałowych. Przykład dalekozasięgowego (względem argumentu czasowego) potencjału oddziaływań zilustrowano na rysunku 2. Pokazano możliwość generowania dwu- oraz trójwymiarowych czasowych struktur periodycznych. Opisano przykład realizacji efektywnego oddziaływania dwuciałowego, dzięki któremu destrukcyjna interferencja kwantowa sprzęga dwie cząstki do stanu związanego (molekuły). Zasugerowano też schemat inżynierii kwazistanów Floqueta cząstek typu fermionowego lub bozonowego. Wykazano więc, że szeroka gama zjawisk znanych w materii skondensowanej może być z powodzeniem oraz w kontrolowalny sposób generowana w domenie czasowej. Techniczne szczegóły załączone są w suplemenatnym materiale tego artykułu.

[3] K. Giergiel, A. Kosior, P. Hannaford & K. Sacha, Phys. Rev. A **98**, 013613 (2018).

W pracy przedyskutowano realistyczne warunki eksperymentalnego wytworzenia dyskretnych kryształów czasowych i obserwacji dynamicznego przejścia fazowego oraz lokalizacji Andersona wykorzystując kondensat Bose-Einsteina atomów ^{85}Rb w konfiguracji nadsubtelnej $|F = 2, m_F = -2\rangle$ umieszczonych w trójwymiarowej pułapce optycznej, gdzie oddziaływania są sterowalne poprzez szeroki rezonans Feshbacha. Układ ten jest dodatkowo umieszczony nad oscylującym lustrem. Zaproponowano dobór takich parametrów układu, które umożliwiają wytworzenie dyskretnego kryształu czasowego o okresie 40-krotnie większym od okresu siły wymuszającej. W oparciu o numeryczne rozwiązanie równanie Grossa-Pitajewskiego zbadano realistyczną ewolucję paczki falowej kilku tysięcy atomów rubidu, które po wyłączeniu potencjału pułapkującego spadają grawitacyjnie na oscylujące lustro. Przykładowe wyniki profilu gęstości prawdopodobieństwa po 2210 oscylacjach zwierciadła (czy 55 odbiciach kondensatu od lustra) przedstawiono dla układu z oddziaływaniem przyciągającym (rysunek 3) oraz bez oddziaływań (rysunek 4). Stwierdzono, że proces powstawania dyskretnego kryształu czasowego znacząco zależał od potencjału oddziaływania, co przejawiało się w stopniu przekrycia pomiędzy początkowym stanem Wanniera i aktualną funkcją falową układu. Autorzy szczegółowo rozpatrzyli wpływ różnych czynników doświadczalnych (kontrolowalności liczby atomów, precyzji doboru podłużnej częstotliwości $\omega_{\parallel}$ potencjału pułapkującego oraz odpowiedniego wstępnego rozkładu przestrzennego atomów) na stabilność dyskretnego kryształu czasowego, wykluczając istotne znaczenie takich czynników.

Autorzy pracy przedyskutowali również ciekawą perspektywę realizowalności tzw. dynamicznego przejścia fazowego spowodowanego wyłączeniem oddziaływań. Dynamiczne przejście fazowe przejawia się nieanalityczną zależnością echa Loschmidta $|\langle\psi(t)|\psi(t=0)\rangle|^2$ w pobliżu krytycznego czasu t_c (takich punktów czasowych może być wiele). W ogólności zjawisko może być zaindukowane gwałtowną zmianą jednego (lub więcej) parametru(ów) modelu [w terminologii anglojęzycznej określanego jako *quantum quench*]. W obecnym przypadku zaproponowano wykorzystać zmianę potencjału oddziaływania w wyjściowo

utworzonym dyskretnym kryształ czasowym. Dynamiczne przejście fazowe uwidacznia się wówczas poprzez osobliwości (typu *cusp*) w logarytmie echa Loschmidta, tzw. szybkości powrotu (*return rate*). Dla tutaj wybranego zestawu fizycznego takie zachowanie zilustrowano w górnym panelu rysunku 6.

Następnie (w rozdziale V) autorzy przeanalizowali warunki realizowalności zjawiska lokalizacji Andersona w domenie czasowej a także lokalizacji wielociałowej. Wielowątkowy charakter przeprowadzonej analizy oraz ściśle odniesienie do laboratoryjnie osiągalnych parametrów układu są niekwestionowaną zaletą niniejszej publikacji.

[4] K. Giergiel, A. Dauphin, M. Lewenstein, J. Zakrzewski & K. Sacha, New J. Phys. **21**, 052003 (2019).

Koncepcję dyskretnych kryształów czasowych uogólniono w tym artykule na przypadek fazy topologicznie nietrywialnej. Autorzy zilustrowali to przykładami na bazie układu ultrazimnych atomów odbijających się w polu grawitacyjnym od oscylującego lustra. W rozdziałach 2 oraz 3 przedyskutowano dobór składowych harmoniczných drań lustra, dzięki któremu efektywny hamiltonian układu przyjmuje postać znaną ze scenariusza Su-Schrieffer-Heggera. Jest to model jednowymiarowych wędrownych fermionów z modulowaną całką przeskoku $J_{2i} \neq J_{2i+1}$. Poprzez modyfikację profilu drgań lustra można uzyskać przejście z topologicznie trywialnej fazy izolatorowej (gdzie kwazienergje wykazują przerwę energetyczną) do fazy nietrywialnej (w której występuje para zerowych modów brzegowych oddzielonych przerwą topologiczną od pozostałych stanów). Autorzy zaproponowali też metodę detekcji brzegowych modów zerowych oraz niezmiennika topologicznego (liczby nawojowej) poprzez pomiar średniego przesunięcia chiralnego.

W rozdziale 5 opisano realizację topologicznej fazy w ramach uogólnionego modelu Bose-Hubbarda, opisującego cząstki typu bozonowego z oddziaływaniem na węzle oraz międzywęzłowym. Generowanie oddziaływań dalekozasięgowych w domenie czasowej jest dobrze kontrolowalne (ten aspekt dyskutowany był w publikacji [2]). W ramach obecnego scenariusza można więc zapewnić niezbędne warunki do realizacji topologicznej izolatorowej fazy Haldane'a. Pewnym wyzwaniem jednak, może być przygotowanie układu w odpowiednim stanie podstawowym.

[5] K. Giergiel, A. Kuroś & K. Sacha, Phys. Rev. B **99**, 220303(R) (2019).

Autorzy przedstawili propozycję scenariusza spontanicznej samoorganizacji atomów typu bozonowego w strukturę kwazikrystaliczną względem domeny czasowej. Jednowymiarowy kwazikryształ Fibonacciego można w zwykłej przestrzeni zrealizować poprzez przecięcie kwadratowej sieci ($\text{dim}=2$) pod kątem, którego tangens odpowiada ułamkowi niewymiernemu (w tym przypadku dobranym z reguły złotego podziału, czyli $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$). Do realizacji czasowego odpowiednika kwazikryształu Fibonacciego autorzy zaproponowali wykorzystać ultrazimne atomy typu bozonowego uwolnione z pułapki harmoniczných i

opadające w polu grawitacyjnym na dwa oscylujące lustro o częstotliwościach $\Omega_{x,y}$ dobranych w taki sposób, że $s_x \Omega_x = s_y \Omega_y$ (gdzie $s_{x,y}$ są liczbami całkowitymi). Układ ten można efektywnie opisać hamiltonianem dwuwymiarowego modelu Bose-Hubbarda w bazie czasowo-periodycznych stanów Wanniera. Autorzy wykazali, że do spontanicznej samoorganizacji atomów w kwazikryształ Fibonacciego niezbędne są silne oddziaływania na węzle. Konkretnie obliczenia przeprowadzone dla $s_x = 8$, $s_y = 13$ w przypadku silnych oddziaływań przyciągających rzeczywiście indukują ewolucję paczki falowej o stabilnej charakterystyce kwazikryształu Fibonacciego w domenie czasowej (rysunek 3). Takiego zachowania nie obserwuje się w układzie słabo-oddziałujących bozonów. Autorzy wskazali również praktyczny sposób modelowania oscylujących zwierciadeł poprzez odpowiednie strojenie wiązek laserowych z wykorzystaniem ogniskowania cylindrycznego.

[6] K. Giergiel, T. Tran, A. Zaheer, A. Singh, A. Sidorov, K. Sacha & P. Hannaford, New J. Phys. **22**, 085004 (2020).

W pracy rozpatrzono szczególny wariant dyskretnych kryształów czasowych realizowanych na bazie atomowych kondensatów Bose-Einsteina opadających grawitacyjnie na oscylujące lustro, charakteryzujących się dużym ilorazem spontanicznie zaindukowanego okresu czasowej periodyczności względem okresu wymuszającego. Wskazano, że uzyskanie tak *dużych* kryształów czasowych może być łatwiejsze niż w przypadku podwojenia okresu dzięki wyższej wysokości opuszczenia atomów na lustro i mniejszej liczbie odbić. W konkretnych obliczeniach numerycznych uwzględniono szereg czynników, m.in. determinujących przerwę między pasmami kwazi-energetycznymi, uwzględniono wpływ oddziaływań oraz efekt *miękkiego* lustra (tzn. gaussowskiego potencjału odpychania od frontu wiązki laserowej) oraz rolę warunków związanych z liczebnością atomów. Dobór realistycznych parametrów przedyskutowano dla atomów rubidu, potasu i litu. Na przykładzie potasu zbadano niezbędne warunki do uzyskania kryształów czasowych o rozmiarach $s \approx 20-100$. Autorzy przedstawili również podstawowe kroki empirycznego protokołu i dyskusję jego praktycznej realizacji.

Nie mam wątpliwości, że przeprowadzona analiza teoretyczna jest bardzo cenna i dotyczy aktualnie ważnych zagadnień. Artykuły opublikowane w recenzowanych czasopismach nie dają podstaw do jakichkolwiek uwag krytycznych. Ze zwykłej ciekawości chciałbym jednak wyrazić kilka nurtujących mnie pytań. W obecności periodycznego pobudzania do układu dostarczana jest energia, co w naturalny sposób może prowadzić do ogrzewania cząstek i destruktywnie wpływać na kondensat Bose-Einsteina. W poszczególnych publikacjach Doktorant przedstawił pewne argumenty świadczące, że taki proces nie wpłynie znacząco na realizowalność badanych zjawisk. Moim zdaniem warto przeprowadzić ilościową analizę absorpcji energii, jednoznacznie oszacowując wpływ procesu nagrzewania lub wykazując ewentualny brak tego efektu. Kolejna uwaga dotyczy widma kwazi-

cząstkowego. Chciałbym mianowicie dowiedzieć się czy w warunkach nierównowagowych (zaindukowanych periodycznym pobudzeniem i/lub *quench-em*) czasowo-zależna gęstość prawdopodobieństwa spełnia warunek unormowania (równoważny warunkowi zachowania całkowitej liczby cząstek w układzie). W ramach formalizmu Floqueta wykazano, że jednocząstkowa funkcja spektralna fermionowych układów powinna spełniać warunek sum [PRL **122**, 130604 (2019)]. Prosiłbym Doktoranta o komentarz, czy analogiczna sytuacja ma miejsce również w układach bozonowych. Następna uwaga dotyczy pracy [3], gdzie na rysunku 3 pokazano funkcję przekrycia $\langle w_1(t) | \psi(t) \rangle$. Przesłanką świadczącą o powstaniu kryształu czasowego mogłaby być funkcja przekrycia typu $\langle w_1(t=0) | \psi(t) \rangle$. Chciałbym prosić o ewentualną informację jak zachowuje się taka (nielokalna względem argumentów czasowych) funkcja przekrycia. W tej samej pracy [3] (w drugim akapicie lewej kolumny na stronie 9-tej) napisano, że krytyczny czas t_c jest widoczny jako osobliwość typu *cusp* w echu Loschmidta. Moim zdaniem osobliwość jest widoczna raczej w funkcji powrotu (*return rate*). Kolejny komentarz dotyczy ciekawego pomysłu przejścia topologicznego, który jest opisany w pracy [4]. Zgodnie z zasadą *bulk-boundary correspondence* w fazie topologicznej powinny pojawić się charakterystyczne mody brzegowe chronione topologią. Zastanawiam się jaka dostępna metoda spektroskopowa mogłaby dokonać detekcji takich brzegowych modów, odseparowując je od zwykłych trywialnych modów. Ewentualne odpowiedzi na powyższe pytania/uwagi chętnie usłyszałbym podczas obrony doktorskiej.

Podsumowując, przedłożona rozprawa zawiera opis oryginalnych i wartościowych wyników analizy teoretycznej na temat dynamicznych odpowiedników zjawisk jedno- i wielociałowych znanych w kryształach stacjonarnych (tzn. przestrzennych). Publikacje składające się na pracę doktorską mogą być stymulujące dla przyszłych prób zrealizowania takich zjawisk w domenie czasowej. Doktorant zaproponował opis warunków umożliwiających realizację lokalizacji Andersona, kwazikryształów, *dużych* kryształów, topologicznych przejść fazowych i innych zjawisk obserwowalnych względem argumentu czasowego. Z pełnym przekonaniem przekazuję wniosek do Rady Dyscypliny Nauki Fizyczne Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie o dopuszczenie magistra Krzysztofa Giergiela do publicznej obrony Jego pracy doktorskiej. W uznaniu dla umiejętności posługiwania się wyrafinowanymi metodami analizy teoretycznej, wysoką jakością uzyskanych wyników oraz ich różnorodność wnioskuję jednocześnie o wyróżnienie niniejszej pracy doktorskiej.

Tadeusz Domański