

Kraków, 30 październik 2024 r.

dr hab. Tomasz Dobrowolski, prof. UKEN
Katedra Fizyki i Matematyki Stosowanej,
Instytut Bezpieczeństwa i Informatyki,
Uniwersytet Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie,
Podchorążych 2, 30-084 Kraków, Polska

Recenzja

rozprawy doktorskiej pana mgr Dominika Władysława Ciurla zatytułowanej

"Negative radiation pressure in soliton dynamics"

Uwagi wstępne

Pan Dominik Ciurla napisał rozprawę doktorską w ramach Szkoły Doktorskiej Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie pod kierunkiem dr. hab. Tomasza Romańczukiewicza, prof. UJ.

Podstawą rozprawy są trzy artykuły. Artykuły zostały opublikowane w międzynarodowych czasopismach:

- 1) D. Ciurla, P. Forgács, Á. Lukács, and T. Romańczukiewicz, "Negative radiation pressure in Bose-Einstein condensates", Phys. Rev. E 109, 014228 (2024).

Praca ta, zgodnie z deklaracją doktoranta, została wykonana w 85% przez niego osobiście. W pracy tej doktorant wykonał wszystkie symulacje numeryczne, większość obliczeń analitycznych, a także znaczącą część prac związanych z przygotowaniem tekstu oraz grafiki zawartej w artykule.

- 2) D. Ciurla, "Negative radiation pressure in the abelian Higgs model", Physics Letters B 856, 138954 (2024).

- 3) D. Ciurla, P. Dorey, T. Romańczukiewicz, and Y. Shnir, "Perturbations of Q-balls: from spectral structure to radiation pressure", Journal of High Energy Physics 2024, 196 (2024).

Praca ta została wykonana w 55% przez doktoranta. W pracy tej doktorant wykonał najbardziej istotne symulacje numeryczne, część obliczeń analitycznych, a także część prac związanych z przygotowaniem tekstu oraz grafiki zawartej w artykule.

Artykuły poprzedzone są wstępem zawierającym ogólny/historyczny opis dziedziny, której poświęcony został doktorat. Wstęp liczy 28 stron i zawiera odniesienia do 44 artykułów. Pierwszy rozdział zawiera uwagi historyczne na temat pojawienia się pojęcia solitonu. W rozdziale tym pan Ciurla odwołuje się do obserwacji solitonu z 1845, a następnie przechodzi do czasów współczesnych tj. prac Normana Zabuskyego i Martina Kruskala. W następnej kolejności wymienia prace poświęcone ujemnemu

ciśnieniu promieniowania wywieranego na soliton. W części tej wskazuje również na różnorakie konteksty, w których pojawiają się równania solitonowe. Wymienia tutaj m. in. fizykę materii skondensowanej, fizykę atomowych kondensatów Bose-Einsteina, optykę nieliniową, fizykę jądrową, fizykę cząstek elementarnych, kosmologię i inne. Z uwagi na to, że przedmiotem zainteresowania doktoranta jest zjawisko ujemnego ciśnienia promieniowania wywieranego na soliton, wskazuje on również na konteksty, w których takie zjawisko występuje. W części tej wyjaśnia, jak w pracy rozumiane jest ujemne ciśnienie wywierane przez falę na soliton. Zgodnie z przyjętą w pracy regułą ze zjawiskiem ujemnego ciśnienia mamy do czynienia, gdy nadchodząca fala powoduje powstanie siły wywieranej na soliton o kierunku przeciwnym do kierunku nadbiegającej fali. Definicja ta odróżnia się od określenia, opartego na kierunku przyspieszenia solitonu poddanego działaniu nadbiegającej fali. Różnica pomiędzy obydwojema podejściami nie występuje dopóki efektywna masa solitonu jest dodatnia. Inaczej jest, gdy efektywna masa solitonu staje się ujemna, ponieważ wówczas kierunki siły oraz przyspieszenia są przeciwne. Doktorant w części tej omawia również mechanizmy odpowiedzialne za omawiane zjawisko. Wymienia tutaj obecność bezodbiowego potencjału w równaniu zlinearyzowanym wokół konfiguracji statycznej. Oczywiście zaznacza, że jeśli potencjał jest bezodbiowy we wszystkich rzędach to żaden pęd nie może zostać przekazany solitonowi i soliton pozostanie statyczny. Drugą możliwością jest obecność dwóch sprzężonych pól o różnych relacjach dyspersji w modach rozproszonych. Trzecia możliwość związana jest z obecnością pola zespolonego, posiadającego dwa możliwe kanały rozpraszania dla każdej fali padającej. Ostatnią sytuacją sprzyjającą powstawaniu ujemnego ciśnienia w czasie oddziaływania fali z solitonem jest jego asymetria. Ważną częścią analizy oddziaływania solitonu z nadbiegającą falą jest liniowe przybliżenie wokół rozwiązania statycznego. W przybliżeniu tym wyznaczane jest widmo wzbudzeń rozwiązania statycznego. Należą do nich stany związane, widmo ciągłe oraz mody kwazinormalne. Pierwsze pozwalają sprawdzić stabilność rozwiązania solitonowego oraz drgania wewnętrzne solitonu na skutek zaburzenia, podczas gdy kolejny sposób oddziaływania solitonu z nadbiegającą falą poprzez wyznaczenie współczynników odbicia i transmisji. W części tej doktorant omawia również sposób definiowania masy efektywnej oraz siły wywieranej na soliton poprzez wykorzystanie uśrednionej (po okresie drgań fali) zmiany pędu. Okazuje się, że w ostatecznym rachunku siła wywierana przez falę na soliton zależy od jej liczb falowych w minus i plus nieskończoności przestrzennej oraz od współczynników odbicia i transmisji.

Część druga zawiera krótkie zebranie uzyskanych wyników otrzymanych w trzech pracach stanowiących podstawę dysertacji. Omawiany jest tu krótko dwuskładnikowy atomowy kondensat Bose – Einsteina opisany przez układ nieliniowych równań Schrödingera. Problem ujemnego ciśnienia w Abelowym modelu Higgsa oraz model pola skalarnego z potencjałem ϕ^6 . Wyniki te szczegółowo zostały omówione w części poświęconej artykułom stanowiącym część tej rozprawy.

Część trzecia dość szczegółowo przedstawia metody numeryczne stosowane przy analizie powyżej wymienionych modeli. Wśród omówionych metod znajduje się metoda Rungego-Kutty czwartego rzędu wykorzystana w drugiej oraz trzeciej pracy oraz użyta w pierwszej metoda dzielonego kroku (split-step) drugiego rzędu. Metoda dzielonego kroku wykorzystywana jest do znajdowania ewolucji funkcji falowej w przypadku nieliniowego równania Schrödingera. Wiąże się ona z połowieniem kroku czasowego związanego z nieliniowym operatorem $\mathcal{N}$, tak aby część była zastosowana przed aplikacją transformaty Fouriera, a część po zastosowaniu transformaty Fouriera oraz transformaty do niej odwrotnej. Oczywiście transformaty rozumiane są jako Dyskretne Transformaty Fouriera (DFT), a obliczane przy pomocy algorytmu szybkiej transformaty Fouriera (FFT). Ostatnią metodą przedstawioną w tej części jest metoda przepływu gradientowego (gradient flow), która służy do numerycznego wyznaczania statycznych konfiguracji solitonowych, w przypadkach gdy wyznaczenie ich postaci analitycznych jest niemożliwe. W metodzie tej wychodząc od pewnej konfiguracji

początkowej poprzez jej stopniowe zmiany o wariację funkcjonatu energii uzyskuje się konfigurację, która minimalizuje energię. W końcu tej części opisuje zagadnienie wzbudzeń liniowych konfiguracji solitonowych. Omawia tutaj po pierwsze problem istnienia stanów związanych określonych poprzez warunki brzegowe nakładane na funkcję zaburzającą, co w konsekwencji pozwala wyznaczyć zarówno energię, jak i postać tej funkcji. Z drugiej strony stany widma ciągłego, dla których zadaje się energię, a wyznacza jedynie postać funkcji zaburzenia i to głównie poprzez wyznaczenie amplitud fali padającej i odbitej.

W kolejnej części doktorant przedstawia inne prace, których jest współautorem. W pierwszej z nich użyto perturbacyjnej relatywistycznej przestrzeni moduli w celu redukcji teorii pola do układu skończonego wymiarowego. Podejście to opiera się na promowaniu amplitud tak zwanych modów Derricka do współrzędnych kolektywnych. W szczególności pokazano, że dla takich modeli jak ϕ^4 , sinus-Gordona czy Christ-Lee prędkość krytyczna z przestrzeni moduli zbliża się do wartości rzeczywistej, gdy zwiększana jest liczba modów Derricka. Praca druga poświęcona jest badaniu sfaleronów (sphaleron). W pracy tej stwierdzono, że sfalerony mogą odgrywać istotną rolę w zderzeniach kink-antikink. Wynik ten pokazuje, że badanie dynamiki swobodnych solitonów nie zawsze wystarcza do dogłębnego zrozumienia procesu oddziaływania solitonów. Ostatnia ze wzmiankowanych prac poświęcona jest odmiennym zagadnieniom. Praca ta dotyczy próby pogodzenia geometrii niekomutatywnej z supersymetrią zainspirowaną procedurą "pierwiastkowania" operatora Diraca. Doktorant podjął próbę zastosowania tej faktoryzacji do operatorów Diraca w tzw. geometrii prawie-komutatywnej. Omawia on również swoje najnowsze, jeszcze nie opublikowane badania, poświęcone modelom zawierającym tzw. ciężkie kinki.

Uważam, że wstęp zawierający ogólne informacje o tematyce pracy jest przydatny, ponieważ oryginalne prace, które stanowią właściwą część rozprawy, nie pozwalają na zawarcie zbyt szczegółowych i elementarnych informacji poświęconych omawianym zagadnieniom. Z drugiej strony, wstęp zasadniczo nie jest nadmiernie rozbudowany zachowując rozsądną objętość.

Znaczenie podjętego tematu badawczego

Recenzowana seria artykułów dotyczy bardzo ważnego zagadnienia w fizyce matematycznej. Obejmuje ono badanie oddziaływania solitonu z zaburzeniem o postaci fali. Badania prowadzone przez doktoranta mogą znaleźć zastosowanie w wielu układach fizycznych i biologicznych. Szczególnie istotne są potencjalne zastosowania związane z zachowaniem ciemnych oraz ciemno-jasnych solitonów w atomowych (dwuskładnikowych) kondensatach Bose – Einsteina, które podlegają wpływowi rozprzestrzeniających się w tych ośrodkach fal akustycznych.

Metodologia i cele badań

Celem pracy była analiza wpływu zaburzenia o postaci fali na dynamikę solitonów w kilku wybranych modelach. Doktorant przeprowadził powyższe badania w oparciu o następujące techniki badawcze:

- badania numeryczne modeli polowych,
- konstrukcja modeli efektywnych opartych o zmienną kolektywną jaką jest położenie kinku,
- badania analityczne oraz numeryczne stabilności konfiguracji statycznych, poprzez badanie stanów związanych w widmie wzbudzeń solitonu,
- obliczenia analityczne oraz numeryczne oddziaływania solitonu ze stanami widma ciągłego.

Moim zdaniem cel ten został osiągnięty. W szczególności autor zidentyfikował różne scenariusze wpływu zaburzenia o postaci fali biegnącej w zależności od rodzaju modelu i jego parametrów.

Problematyka poszczególnych artykułów

Pierwszy artykuł:

D. Ciurla, P. Forgács, Á. Lukács, and T. Romańczukiewicz, "Negative radiation pressure in Bose-Einstein condensates", Phys. Rev. E **109**, 014228 (2024).

Artykuł liczy 17 stron i zawiera odniesienia do 84 pozycji. Ocena artykułu według listy MEiN wynosi 140 punktów. Impact Factor czasopisma wynosi 2,2.

Artykuł poświęcony jest badaniu efektu ujemnego ciśnienia, fali padającej, wywieranego na ciemny oraz ciemno-jasny soliton. W przybliżeniu pola średniego jednowymiarowy dwuskładnikowy atomowy kondensat Bose-Einsteina jest opisywany przy pomocy równań Grossa-Pitaevskiego. Funkcje skalarne występujące w tych równaniach są interpretowane jako wielocząstkowe funkcje falowe obu składników kondensatu. Układ można opisać za pomocą powyższych jednowymiarowych równań, jeśli częstotliwości potencjałów pułapkujących atomy kondensatu w kierunku x , tj. $V_i(x)$, są znacznie mniejsze, niż częstości w kierunkach poprzecznych $\omega_{\perp}$. Różnica w szerokościach potencjałów pułapkujących sprawia, że ruchy kolektywne odbywają się w kierunku zmiennej x . Kondensat, w tym przypadku, ma postać cygara o stosunkowo niewielkim wymiarze poprzecznym. W celu uproszczenia problemu, zmniejszono liczbę używanych parametrów. Aby to osiągnąć rozważono kondensat składający się z dwóch różnych stanów spinowych tego samego rodzaju atomów. W tym przypadku masy składników są identyczne i poprzez przeskalowanie można je wyeliminować z opisu. Przykładem takiego układu jest mieszanina stanów $|2,1\rangle$ oraz $|1,-1\rangle$ atomów rubidu ^{87}Rb . Po drugie, przyjęto parametr $g_{ii} = 1$ i zachowano g_{12} jako jedyny parametr kontrolny. W warunkach eksperymentalnych wartość g_{12} może być zmieniana poprzez rezonans Feshbacha dzięki modyfikacjom zewnętrznego pola magnetycznego. Tak więc, przyjęcie odpowiednich jednostek masy, odległości i czasu pozostawia g_{12} jako jedyny parametr kontrolny w prowadzonym przez pana Ciurlę rachunku. Na początek rozważany jest układ równań przy braku potencjałów zewnętrznych. Wiadomo, że w spektrum rozwiązań tego modelu znajdują się tzw. ciemne oraz ciemno-jasne solitony. Dla przypadku $g_{12} \neq 1$ rozwiązania te znane są jedynie numerycznie, podczas gdy dla $g_{12} = 1$ model staje się całkowalny, a co więcej znana jest postać analityczna solitonów ciemno-jasnych.

W przypadku $g_{12} \neq 1$ pokazano, że przychodzące fale akustyczne (nazywane w pracy promieniowaniem) wywierają na solitony pewną siłę. Zgodnie z przyjętą konwencją dodatnie ciśnienie promieniowania występuje, gdy kierunek siły wywieranej przez falę jest identyczny z kierunkiem propagacji fali, natomiast ujemne ciśnienie promieniowania występuje, gdy kierunek siły wywieranej na soliton jest przeciwny do kierunku fali padającej. W przypadku ujemnej masy efektywnej solitonu kierunek przyspieszenia jest przeciwny do kierunku działającej siły.

Na stronie 3 pierwszego artykułu rozważane jest zagadnienie stabilności liniowej solitonu. W oparciu o równanie 15 stwierdzono, że nie występują niestabilne mody w widmie wzbudzeń rozważanego rozwiązania. W przypadku widma ciągłego, równanie asymptotycznie staje się układem równań liniowych o stałych współczynnikach. Dzięki temu łatwo wyznaczana jest relacja dyspersji.

W celu wyznaczenia efektywnej dynamiki solitonu przy pomocy jednego stopnia swobody, którym jest położenie solitonu, w pracy posłużono się energią zrenormalizowaną w ten sposób, aby odjąć stałe tło. Podobnie postąpiono w przypadku pędu. Obydwie zrenormalizowane wielkości posłużyły do zdefiniowania masy solitonu. Z kolei zmiana pędu definiuje siłę jakiej doświadcza soliton. W pracy ze

względem na periodyczność zaburzenia, wyznaczana wielkość zmiany pędu jest średnią po okresie drgań nadbiegającej fali akustycznej.

Początkowo badano wpływ fali akustycznej na zachowanie ciemnego solitonu. Rozwiązanie to można interpretować jako zagłębienie w rozkładzie gęstości prawdopodobieństwa otrzymanej w oparciu o wielocząstkową funkcję falową opisującą atomy kondensatu.

Rozpoczęto od zbadania oddziaływania ciemnego solitonu osadzonego w pierwszej składowej z falą obecną w drugiej składowej. W tym przypadku można uzyskać analityczne rozwiązania zlinearyzowanych równań pozwalających wyznaczyć kształt fali w drugiej składowej. Tym samym uzyskano współczynniki odbicia i transmisji dla tego przypadku. Następnie badano dynamikę ciemnego solitonu w obecności fali płaskiej przybywającej z minus nieskończoności. W przypadku tym, siła działająca na soliton jest wprost proporcjonalna do współczynnika odbicia (przynajmniej w rzędzie kwadratowym względem amplitudy fali padającej). W tej części uzyskano również równanie efektywne opisujące zależność zmiennej kolektywnej, którą jest położenie solitonu, od czasu. Porównano wyniki uzyskane z modelu polowego z przewidywaniami modelu efektywnego dla różnych wartości parametrów tj. stałej g_{12} , amplitudy fali padającej, parametru μ opisującego potencjał chemiczny związany z pierwszą składową kondensatu oraz częstości drgań. We wszystkich przypadkach (w badanym zakresie parametrów) uzyskano bardzo dobrą zgodność. Zasadniczą konkluzją tej części jest obecność dodatniego ciśnienia fali akustycznej wywieranego na soliton.

W przypadku, gdy mamy do czynienia z falą w tej samej składowej jak soliton, pojawia się trudność z wyznaczeniem środka ciemnego solitonu, która ma swe źródło w drganiach położenia minimum gęstości prawdopodobieństwa (na skutek obecności fali w tej samej składowej). Aby wyeliminować ten problem, do wyznaczania pozycji solitonu zastosowano filtrowanie wysokich częstotliwości z gęstości prawdopodobieństwa w każdej chwili czasu przed obliczeniem minimum. Dalsza analiza przeprowadzona na podstawie przybliżenia liniowego, dla tego przypadku, prowadzi do wartości zerowej siły wywieranej na soliton. Badania przeprowadzone na podstawie modelu polowego pokazują, że rzeczywiście w przyjętych jednostkach przyspieszenie jest na poziomie bardzo niskim $10^{-7} - 10^{-8}$.

W następnej kolejności skupiono się na zbadaniu wpływu fali akustycznej na soliton ciemno-jasny (dark-bright). Soliton ten można rozumieć, jako lokalne zmniejszenie gęstości prawdopodobieństwa znalezienia atomów pierwszego rodzaju, przy jednoczesnym (również lokalnym) zwiększeniu gęstości prawdopodobieństwa znalezienia atomów drugiego rodzaju.

W przypadku, gdy fala występowała w składowej ciemnej tego solitonu, wyznaczono siłę, a następnie przyspieszenie solitonu. W wyniku obliczeń w modelu opartym o przybliżenie liniowe, stwierdzono obecność ujemnego ciśnienia wywieranego przez falę akustyczną na rozważany soliton.

Z przeciwną sytuacją mamy do czynienia, gdy fala pojawia się w składowej jasnej. W przypadku tym, fala wywiera dodatnie ciśnienie na soliton. Ze względu na przybliżenie liniowe w amplitudzie fali padającej, naturalnym jest, że dla dużych amplitud pojawiają się rozbieżności (co widać np. na rysunku 12). W pracy wspomniany jest również zaobserwowany, lecz niewyjaśniony fakt rozbieżności pojawiających się dla dużych częstości.

W końcu, dla umożliwienia konfrontacji z wynikami eksperymentów przeprowadzanych w atomowych kondensatach Bose – Einsteina, wykonano symulacje numeryczne dla równań Grossa-Pitaevskiego z potencjałem o postaci oscylatora harmonicznego. Stwierdzono, że przyspieszenia otrzymane na początku ruchu przy braku potencjału są podobne do tych, które występują w pułapce.

Drugi artykuł:

D. Ciurla, "Negative radiation pressure in the abelian Higgs model", Physics Letters B **856**, 138954 (2024).

Artykuł liczy 5 stron i zawiera odniesienia do 40 pozycji. Ocena artykułu według listy MEiN wynosi 140 punktów. Impact Factor czasopisma wynosi 4,3.

W pracy tej doktorant rozważa oddziaływanie ściany domenowej z promieniowaniem w modelu inspirowanym przez Abelowy model Higgsa z potencjałem ϕ^6 . Model otrzymany jest poprzez usunięcie części pól cechowania modelu oryginalnego, a dokładnie pozostawienie jedynie pola prostopadłego do zmiennej x . Dodatkowo faza pola skalarnego, które jest w wyjściowym modelu zespolone, jest ustalana na równą zero pozostawiając tylko zmienną, którą jest moduł funkcji skalarnej ϕ . Dodatkowo liczba zmiennych przestrzennych jest redukowana z trzech do jednej. Wybór modelu został podyktowany faktem, że rozwiązanie kinkowe tego modelu posiada przestrzennie asymetryczny profil.

Na początek autor przedstawia wyniki dotyczące modelu uproszczonego tj. rozwiązanie o postaci ściany domenowej oraz całki ruchu. W szczególności równanie ciągłości posłuży do wyznaczenia zmiany pędu ściany domenowej. Następnie rozważa zaburzenia ściany domenowej w przybliżeniu liniowym. Istotnym jest tu fakt, że dla tego rozwiązania, pole cechowania w całości ma charakter zaburzenia. Co więcej, autor rozważa sytuację, w której zaburzenie pola skalarnego jest zerowane. Rozwiązania równania z przybliżenia liniowego pozwalają określić wartości elementów macierzy rozpraszania. Zakładając, że zaburzenie w postaci fali nie deformuje rozwiązania, bada się wpływ fali na jedyny kolektywny stopień swobody pozostawiony do opisu kinku. Stopniem tym jest jego położenie. Otrzymując masę kinku poprzez różniczkowanie jego pędu po prędkościach oraz siłę działającą na kink, poprzez wyznaczenie zmiany czasowej pędu uśrednionej po okresie fali padającej, można napisać równanie Newtona określające ruch kinku jako całosci. Okazuje się, że siła otrzymana w liniowym przybliżeniu jest dodatnia niezależnie od kierunku padającej fali. Taki wynik oznacza, że jeśli fala przybywa z minus nieskończoności to wywiera na kink dodatnie ciśnienie (siłę w kierunku ruchu). Jeśli jednak fala przybywa z plus nieskończoności, wówczas kierunek siły oraz kierunek propagacji fali są przeciwne i dlatego możemy mówić o ujemnym ciśnieniu wywieranym przez falę na kink. Dla szczególnych wartości parametrów, gdy relacja dyspersji w plus nieskończoności staje się trywialna tj. wektor falowy się zeruje, okazuje się, że fala pochodząca z tego kierunku nie wywiera żadnego ciśnienia na kink. Wyniki modelu liniowego zostały porównane z symulacjami pochodzącymi z pełnego równania polowego. W wyniku symulacji uzyskano przyspieszenie kinku, w zależności od amplitudy, częstości oraz ładunku. Okazuje się, że model efektywny bardzo dobrze przybliża wyniki pełnego modelu polowego. Podsumowując kink zawsze jest przesuwany w tą samą stronę niezależnie od kierunku przybywającej fali tj. w kierunku próżni $\phi=0$.

Trzeci artykuł:

D. Ciurla, P. Dorey, T. Romańczukiewicz, and Y. Shnir, "Perturbations of Q-balls: from spectral structure to radiation pressure", Journal of High Energy Physics **2024**, 196 (2024).

Artykuł, wraz ze stroną tytułową, liczy 20 stron i zawiera odniesienia do 37 pozycji. Ocena artykułu według listy MEiN wynosi 140 punktów. Impact Factor czasopisma wynosi 5,0.

Trzecia praca stanowiąca podstawę doktoratu poświęcona została solitonom nietopologicznym, które nazywane są Q-balls. Rozwiązania te występują w skalarnych teoriach pola posiadających ciągłą globalną symetrię. Niosą one ładunek Noether związany z tą symetrią i są rozwiązaniami przestrzennie zlokalizowanymi oraz stacjonarnymi z fazą zależną od czasu. Fizycznie można je interpretować jako kondensat dużej liczby kwantów, który dla ustalonej wartości ładunku Q osiąga ekstremum funkcjonu energii. W takim kontekście ładunek interpretowany jest jako liczba cząstek. Okazuje się, że oddziaływanie takich obiektów jest o wiele bardziej złożone od oddziaływań solitonów topologicznych, co wynika z faktu zależności siły oddziaływania od faz oddziaływujących obiektów, a przede wszystkim z możliwości przenoszenia ładunku nietopologicznego pomiędzy oddziaływującymi obiektami. Okazuje się, że Q-ball można, do pewnego stopnia, postrzegać jako układ dwóch oddziaływujących oscylonów, powiązanych poprzez rzeczywiste składowe zespolonego pola skalarnego. Ważne jest jednak, że oscylony powoli wypromieniowują energię, podczas gdy Q-balls są niepromieniującymi rozwiązaniami stacjonarnymi. W pracy rozważany jest model zespolonego pola skalarnego posiadający globalną symetrię $U(1)$ z potencjałem ϕ^6 . Potencjał ten, w zależności od przyjętych parametrów, posiada jedno lub dwa minima. Z symetrią globalną związane jest zachowanie prądu oraz w konsekwencji pewnego ładunku. W gruncie rzeczy ładunek ten jest określony przez normę L^2 pola skalarnego.

W potencjale definiującym model, obecny jest jeden swobodny parametr β , którego wartość określa charakter rozwiązań występujących w modelu. Jeśli $\beta \in (1/4, 1]$ to mamy do czynienia ze stabilnym rozwiązaniem typu Q – balls. W przypadku $\beta=1/4$ mamy do czynienia ze zdegenerowanym stanem próżni, co sprawia, że w modelu pojawiają się rozwiązania topologiczne. Z kolei dla $\beta < 1/4$ Q-balls są jedynie rozwiązaniami metastabilnymi i w dłuższej perspektywie czasu rozpadają się do stanu prawdziwej próżni.

Badanie stabilności liniowej pokazuje obecność trzech reżimów, w zależności od wartości parametru spektralnego. W obszarze pierwszym mogą istnieć stany związane, w drugim obszarze istnieją tzw. mody pół-propagujące się tj. mody takie, że propagacja zachodzi jedynie w jednej składowej. W obszarze trzecim występują mody propagujące się w obu składowych. Dodatkowo obecne są dwa mody zerowe. Jeden związany z niezmienniczością translacyjną, a drugi związany z globalną symetrią $U(1)$, polegającą na rotacji fazy. Ponadto istnieją dwa dodatkowe rozwiązania modelu liniowego: jedno związane z przesunięciem fazowym, a drugie związane z symetrią Lorentza.

W obszarze pierwszym $\rho \in (0, 1-\omega)$, mamy do czynienia z modami, dla których żadna ze składowych się nie propaguje. Jeden z tych modów opisuje oscylacje grubości Q-ball.

W obszarze drugim tj. dla parametru $\rho \in (1-\omega, 1+\omega)$ istnieją tzw. pół-propagujące się mody. Część, która się nie propaguje wpływa na kształt Q-ball, natomiast część, propagująca umożliwia pozbywanie się nadmiaru energii przez wzbudzony Q-ball. Zależność amplitudy modu propagującego się od parametru spektralnego wskazuje na istnienie modów kwazinormalnych tj. długo żyjących modów, dla których parametr spektralny ρ posiada niewielką część urojoną kontrolującą stopniowy zanik takich zaburzeń. W pracy rozważane są również zaburzenia Q-ball polegające na jej ściskaniu lub rozciąganiu. Zaburzenia te nie wpływają na ładunek tego rozwiązania. Badanie widma mocy oscylacji, w przypadku relaksacji drgań, pozwala zidentyfikować poszczególne drgania należące do liniowego spektrum wzbudzeń.

Następnie badane jest oddziaływanie fali padającej z rozwiązaniem o postaci Q-ball. W części tej zakłada się, że amplituda fali padającej jest zdecydowanie mniejsza od amplitudy Q-ball. Dzięki temu założeniu możliwe jest ograniczenie użytych technik analitycznych do przybliżenia liniowego. Okazuje się, że stwierdzono tak analitycznie, jak i numerycznie, możliwość wystąpienia zarówno dodatniego, jak i ujemnego ciśnienia wywieranego przez falę padającą na Q-ball. Ujemne ciśnienie promieniowania może wystąpić, jeśli współczynnik transmisji z kanału o mniejszej liczbie falowej, do kanału o większej liczbie falowej jest wystarczająco duży. Określony jest również, w przybliżeniu linowym, warunek na

częstości, które sprzyjają takiemu zjawisku. Testowano także numerycznie na ile ładunek Q-ball jest zachowywany w trakcie oddziaływania solitonu z padającą falą. Okazuje się, że zmiany ładunku są zanedbywalnie małe, co potwierdza poprawność użytego przybliżenia liniowego, w którym macierz rozpraszania jest w naturalny sposób macierzą unitarną. Okazuje się, że w badanym zakresie parametrów wyniki otrzymane na bazie modelu przybliżonego są w bardzo dobrej zgodności z wynikami uzyskanymi na gruncie wyjściowego modelu polowego.

Uwagi dotyczące pracy

Redakcja pracy

Pod względem redakcyjnym praca nie budzi większych zastrzeżeń. Wskazuję jedynie kilka drobnych kwestii, które można by rozważyć w kontekście poprawek.

- 1) Symbole, pojawiające się pierwszy raz w tekście powinny być wyjaśniane na bieżąco. Przykładowo str. 6, co oznacza $\xi^{(1)}$ oraz $\xi^{(2)}$ we wzorze (1)?
- 2) Podobnie praca pisana po angielsku może być czytana przez różne osoby, które przywykły do różnych konwencji metrycznych, dlatego na str. 8 przy wzorze (4) warto byłoby podać sygnaturę metryki.
- 3) Wątpliwość może budzić, szczegółowy opis zastosowanych metod numerycznych, (rozdział 3 wstępu), gdyż są one jak najbardziej standardowe, jednakże z drugiej strony rozumiem, że rozprawa pomaga również doktorantowi w uporządkowaniu wiedzy.

Pytania do doktoranta

Chciałbym podkreślić, że praca cechuje się wysokim poziomem merytorycznym. Jednocześnie, wypełniając swoją rolę recenzenta, pragnę wskazać na pewne kwestie, które nasuwają się w trakcie czytania rozprawy.

- 1) Pierwszy artykuł dołączony do pracy (rozdział V, podrozdział D) zawiera porównanie wyników otrzymanych dla solitonu umieszczonego w potencjale harmonicznym z wynikami otrzymanymi przy zerowym potencjale. Okazuje się, że w pierwszych chwilach działania wymuszenia zachowanie solitonu w obu sytuacjach jest niezwykle podobne. Trudno się temu dziwić, ponieważ soliton jest umieszczony w początku układu współrzędnych, który pokrywa się z minimum potencjału, a tam gradient potencjału jest zerowy, a więc w punkcie tym na soliton nie działa z jego strony żadna siła. Siła ta pojawi się dopiero po wychyleniu z tego położenia i będzie proporcjonalna do wychylenia. Czy oznacza to, że w symulacjach uzyskano po dłuższym czasie działania siły pochodzącej od fali akustycznej nowy punkt równowagi, w którym soliton (przy średniowaniu po okresie) się zatrzymał?
- 2) W drugiej pracy brakuje informacji o prędkościach, które osiąga kink w stosunku do prędkości światła, natomiast w pierwszej pracy brakuje prędkości solitonu w stosunku do prędkości fali dźwiękowej. Przyznam się, że zabrakło mi jawnie podanych informacji o wartościach prędkości, które osiągał soliton w eksperymentach numerycznych w stosunku do prędkości fali dźwiękowej/światłowej w rozważanym układzie. Można to jedynie szacować na podstawie rysunków. Jakie prędkości osiągał soliton w ostatniej fazie ruchu? Chciałbym się zorientować czy lub na ile głęboko w reżimie nierelatywistycznym prowadzony jest opis ruchu solitonów.
- 3) We wstępie (str.17), a potem w pierwszym artykule doktorant pisze o przyjętych okresowych warunkach brzegowych w kontekście kondensatu Bose-Einsteina. Jak okresowe warunki brzegowe mają się do eksperymentalnej realizacji kondensatu Bose-Einsteina? W jaki sposób można by takie warunki zrealizować doświadczalnie?

- 4) Jakie są doktorantowi znane techniki doświadczalne generowania fali akustycznej w mieszaninie dwuskładnikowej, w sposób taki, aby atomy składnika drugiego takim drganiom nie podlegały?
- 5) Doktorant poświęca we wstępie cały rozdział 3 na opis wykorzystanych w pracy metod numerycznych. W szczególności podrozdział 3.4 opisuje metodę „Gradient flow”. Dlaczego dla znalezienia konfiguracji statycznych zdecydował się właśnie na tą metodę, a nie np. na metodę Newtona-Raphsona? Czy uważa, że metoda ta w rozważanym układzie jest bardziej wydajna, jeśli tak to dlaczego?
- 6) Czy w modelach (w jednym wymiarze i o jednej zmiennej polowej) zbudowanych na bazie modelu sinus-Gordona, ale nie posiadających niezmienniczości translacyjnej może wystąpić zjawisko ujemnego ciśnienia działającego na soliton, a pochodzącego od padającej na soliton fali? Jaki mógłby ewentualnie być mechanizm pojawienia się takiego efektu?
- 7) Operator nieliniowy $\mathcal{N}$ używany w pierwszej pracy (oraz opisywany we wstępie przy okazji opisu metody slip – step str. 15) zawiera kwadrat modułu funkcji falowej (lub w przypadku kondensatu o dwóch składowych – dwóch funkcji falowych). Czy zostało oszacowane na ile przybliżenie w operatorze nieliniowym $\mathcal{N}$ kwadratu modułu funkcji falowej stałą ze względu na zmienną czasową jest uzasadnione? Przy jakiej prędkości solitonu przybliżenie to się załamuje?
- 8) Co prawda rozmiar pułapki jest wielkością makroskopową (praca pierwsza), ale jednak kolektywna funkcja falowa podlega prawom fizyki kwantowej. Czy rozmiar podłużny pułapki kondensatu jest na tyle duży, że drabinka stanów w potencjale harmonicznym stanowi praktycznie rozkład ciągły nie wpływając na ruch solitonu w kierunku osi x ? Jaki jest stosunek średniej energii kinetycznej solitonu do odległości między stanami w tym potencjale?
- 9) W pracy drugiej, wzór (3), rozważany jest dość ciekawy model połowy. Trudno powiedzieć, czy nazywanie tego modelu Abelowym modelem Higgsa jest uzasadnione. W szczególności warto wyjaśnić, jak ma się przestrzeń rozwiązań Abelowego modelu Higgsa do przestrzeni rozwiązań modelu opisanego wzorem (3)?
- 10) W pracy pierwszej (rozdział V, podrozdział B) rozważany jest wpływ fali akustycznej na soliton ciemno-jasny. W kontekście tych badań wspomniany jest zaobserwowany, lecz niewyjaśniony fakt rozbieżności otrzymanych wyników dla dużych częstości. Czy istnieją jakieś hipotezy robocze dotyczące wyjaśnienia tego efektu?

Dodatkowe informacje o doktorancie

Warto nadmienić, że chociaż wszystkie prace stanowiące podstawę rozprawy doktorskiej zostały opublikowane w 2024 roku to pan Dominik Ciurla badania nad solitonami, lub szerzej, badania w dziedzinie fizyki teoretycznej prowadzi od kilku lat. W związku z tymi badaniami opublikowane zostały w wysoko punktowanych czasopismach dodatkowo trzy artykuły.

- 1) C. Adam, D. Ciurla, K. Oleś, T. Romańczukiewicz, and A. Wereszczyński, “Relativistic moduli space and critical velocity in kink collisions”, Phys. Rev. E 108, 024221 (2023).

Ocena artykułu według listy MEiN wynosi 140 punktów. Impact Factor czasopisma wynosi 2,2. Udział: 30%

- 2) C. Adam, D. Ciurla, K. Oleś, T. Romańczukiewicz, and A. Wereszczyński, “Sphalerons and resonance phenomenon in kink-antikink collisions”, Phys. Rev. D 104, 105022 (2021).

*Ocena artykułu według listy MEiN wynosi 140 punktów. Impact Factor czasopisma wynosi 4,6.
Udział: 5%*

- 3) D. Ciurla, L. Hadasz, and T. Williams, "A superspace Dirac operator in NCG and the "factorization" of the ordinary Dirac operator", Acta Physica Polonica B 52, 1449 (2021).

*Ocena artykułu według listy MEiN wynosi 70 punktów. Impact Factor czasopisma wynosi 0,9.
Udział: 30%*

Chociaż artykuły te nie wchodzą bezpośrednio do rozprawy doktorskiej to pokazują potencjał badawczy pana Ciurli.

Wnioski końcowe

Pracę doktorską pana mgr Władysława Ciurli uważam za wartościową i zasługującą na pozytywną ocenę. Pragnę podkreślić, że jest on samodzielnym naukowcem, zarówno w badaniach numerycznych, jak i analitycznych. W przypadku drugiej pracy jest jedynym jej autorem. Uważam, że jest w pełni ukształtowanym młodym naukowcem. Moim zdaniem zarówno wstęp, jak i oceniane artykuły spełniają wszystkie ustawowe i zwyczajowe wymogi stawiane rozprawom doktorskim. W związku z powyższym wnoszę o dopuszczenie pana mgr Dominika Władysława Ciurłę do publicznej obrony.

Ponadto myślę, że w ocenie pracy nie można abstrahować od dorobku doktoranta, który nie stanowi części tej rozprawy. Biorąc pod uwagę, zarówno wyniki zawarte w pracy, jak i dorobek doktoranta zgłaszam wniosek o wyróżnienie jego pracy.

dr hab. Tomasz Dobrowolski, prof. UKEN