

prof. dr hab. Jan Dereziński
Katedra Metod Matematycznych Fizyki
Wydział Fizyki
Uniwersytet Warszawski
Pasteura 5, 02-093 Warszawa.

Imię i nazwisko kandydata: mgr Kamil Ziemian
Tytuł rozprawy doktorskiej: „Algebraiczne podejście do efektu Casimira
z dwoma potencjałami typu quasi-delta”
Promotor: prof dr hab. Andrzej Herdegen
Recenzent: prof. dr hab. Jan Dereziński

Efekt Casimira jest jednym z najbardziej intrygujących zjawisk przewidywanych przez elektrodynamikę kwantową i, ogólniej, przez kwantową teorię pola. Efekt ten występuje już w liniowej „swobodnej” teorii. Dotyczy on oddziaływania dwóch obiektów wskutek warunków brzegowych, które trzeba uwzględnić przy kwantyzacji. Wymaga on całkiem subtelnych rachunków. W szczególności, naiwne podejście prowadzi do nieskończonych wielkości. Dopiero ostrożna analiza i renormalizacja dają skończone rezultaty przewidujące (na ogół) przyciąganie dwóch obiektów.

Recenzowana praca dotyczy pola skalarnego, a nie elektromagnetycznego, co stanowi pewne uproszczenie pozwalające skupić się na matematycznych trudnościach problemu. Zmienia to nieco fizyczny obraz zjawiska, ale nadal wymaga dość trudnej i głębokiej analizy.

W literaturze można znaleźć różne podejścia do efektu Casimira. W rozprawie stosowane jest podejście zaproponowane i rozwijane przez promotora pracy, Andrzeja Herdegena. Stosuje się w nim opis pól przy pomocy algebry obserwabli. Zamiast ostrych warunków brzegowych stosuje się ich rozmyte wersje. Energia definowana jest przez wartość oczekiwaną hamiltonianu swobodnego w stanie podstawowym uwzględniającym warunki brzegowe. W literaturze można znaleźć też inną metodę obliczania sił Casimira opartą na tzw. energii punktu zerowego.

W obszernym rozdziale 2 rozprawy znajduje się przegląd literatury dotyczącej efektu Casimira. Rozdział zaczyna się od streszczenia klasycznej pracy Casimira z 1948 roku, w której rozważany był układ dwóch równoległych płytek oddalonych o $a > 0$. Pokazane tam zostało, że różnica energii stanu podstawowego z płytkami i bez płytek na jednostkę powierzchni po

usunięciu regularyzacji jest równa $-\frac{\hbar c \pi^2}{720 a^3}$.

W rozdziale 2 omówione też zostały niektóre prace doświadczalne na temat efektu Casimira oraz artykuły próbujące uwzględniać dodatkowe czynniki fizyczne takie jak temperatura i zależność przenikalności elektrycznej i magnetycznej od częstości. Rozdział 2 jest zakończony dość obszerną i krytyczną analizą podejścia opartego na różnicy zaburzonej i swobodnej „energii stanu zerowego”. Muszę przyznać, że nie rozumiem niektórych argumentów autora lub się z nimi nie zgadzam. Na przykład nie zgadzam się ze zdaniem (strona 20) „Uważamy, że zasada (1) [o różnicy energii] nie stosuje się tak samo do układów o skończonej i nieskończonej liczbie stopni swobody.” W fizyce układy o nieskończonej liczbie stopni swobody we wszystkich sytuacjach, jakie znam, można wyprowadzić jako graniczne przypadki układów o skończonej liczbie stopni swobody. Tak czy inaczej, problemy omawiane przez autora są bardzo trudne i kontrowersyjne.

W rozdziale 3 omówione zostało podejście promotora, A. Herdegena, do efektu Casimira. Jak wspomniałem o tym wyżej, główną ideą w tym podejściu jest identyfikacja energii Casimira z wartością oczekiwaną hamiltonianu swobodnego w stanie podstawowym hamiltonianu zaburzonego. Jest to podejście nie do końca równoważne z pierwotnym podejściem Casimira opartym na różnicy energii stanu zerowego. Mgr Ziemian opisuje wyniki kilku prac A. Herdegena (częściowo wspólnie z M. Stopą), w którym ta idea była rozwijana. Prace te różniły się między sobą sposobem modelowania matematycznego „płytek”.

Rozprawa K. Ziemiana jest poświęcona nowemu modelowi efektu Casimira w ujęciu A. Herdegena, w którym zamiast „płytek” rozważane są dwie, jak to autor nazywa, „quasi-delta”. Hamiltonian układu jest zaburzony dwoma (nielokalnymi) potencjałami separowalnymi. Jak wiadomo, po zastosowaniu skalowania i dla odpowiedniej zależnej od skali stałej sprzężenia, takie quasi-delta dają w granicy „potencjały punktowe”. Znane są one w fizyce od czasów Fermiego. Ich ścisłą interpretację w ramach rozszerzeń operatorów hermitowskich podali po raz pierwszy Bieriezin i Faddiejew. Sformułowanie metody, opis potencjałów separowalnych i przejścia granicznego jest podany w rozdziale 4 rozprawy.

Główną częścią rozprawy jest rozdział 5. W pierwszej jego części policzona została energia Casimira dla układu sformułowanego w rozdziale 4. Energia ta zależy od kilku parametrów. Parametr α opisuje moc granicznego potencjału punktowego. Jest związana z używanym przez fizyków pojęciem długości rozpraszania (o czym niestety autor nie pisze). Model zależy również

od dowolnej funkcji g , która występuje w potencjale separowalnym. Wreszcie ważnym parametrem jest $\gamma = \frac{a}{L}$, gdzie a jest odległością między quasi-deltami a L rozmiarem quasi-delt przed skalowaniem. Parametr skali jest oznaczany przez λ i dąży do zera. Ostateczna wielkość „oddziaływania Casimira” jest identyfikowana z energią dla dwóch quasi-delt minus podwojona energia dla jednej quasi-delt. Przedstawiona została we wzorze (5.53), który następnie został poddany analizie ze względu na zależność od parametrów, zwłaszcza γ . Wyrażenie (5.53) jest dość skomplikowane. Jego precyzyjna analiza wydaje się dość trudna i, jak rozumiem, nie została przeprowadzona do końca. W każdym razie, autor konkluduje, że „rozważana klasa modeli przewiduje istnienie siły dopychającej”.

W dalszej części rozdziału 5 autor próbuje porównywać swoje wyniki z rezultatami innych autorów. A. Scardicchio otrzymuje przyciągającą siłę dla dwóch delt. Inne rezultaty otrzymali M. Spreafico i S. Zerbini, u których siła Casimira zależy od dodatkowego parametru, który nazywają stałą renormalizacji. K. Ziemian komentuje te różnice podkreślając odmienne formalizmy użyte w tych pracach.

Podrozdział 5.3 poświęcony jest lokalnej gęstości energii dla dwóch quasi-delt. Punktem wyjścia jest wzór (5.99) i (5.100), standardowy wzór na gęstość energii dla swobodnej skalarnej kwantowej teorii pola (niezaburzonej). Otrzymana gęstość oddziaływania podana jest we wzorze (5.127). Jest ona uniwersalna (nie zależy od szczegółów potencjału). Rezultat ten K. Ziemian porównuje z gęstością policzoną przez D. Fermiego i L. Pizzochero dla konfiguracji dwóch delt. Metody wykorzystywane przez tych autorów są odmienne: wykorzystują oni coś w rodzaju „regularyzacji analitycznej” (podobnej ale nie tożsamej z popularną „regularyzacją wymiarową”). D. Fermi i L. Pizzochero uzyskali identyczne wzory na gęstość energii co K. Ziemian, mimo korzystania z innych metod.

Rozprawa zawiera trzy dodatki. Pierwszy dotyczy matematycznego sformułowania swobodnej kwantowej teorii pola. Jest to w zasadzie dobrze znany temat, niemniej podawany w różny sposób przez różnych autorów, dlatego taki dodatek był potrzebny. Drugi dodatek zawiera pewne pojęcia z teorii operatorów używane w rozprawie. Wreszcie do trzeciego dodatku autor przeniósł część technicznych rachunków potrzebnych w rozdziale 5.

Moim zdaniem rozprawa K. Ziemian jest wartościowym przyczynkiem do naszego zrozumienia intrygującego problemu fizycznego, jakim jest efekt Casimira. Zostało to zresztą udokumentowane publikacją, na łamach *Annales Henri Poincaré* (AHP). Niestety w owym artykule zakradł się błąd rachun-

kowy, odkryty przez D. Fermiego i L. Pizzoccherio, którzy napisali artykuł (również opublikowany w AHP), wyjaśniający błąd popełniony przez K. Ziemiana i komentujący jego metodę. K.Ziemian zrozumiał swoją pomyłkę i wysłał do AHP erratę. Oczywiście, recenzowana rozprawa prezentuje poprawione wyniki. Niewątpliwie, popełnienie błędu, nawet jeśli tylko rachunkowego, w artykule posłanym do publikacji nie przysparza K.Ziemianowi chwały. Niemniej jednak trzeba przyznać, że włoscy badacze z dużym zainteresowaniem komentowali i analizowali artykuł K.Ziemiana.

Rozprawa zawiera interesujący i dość szeroki przegląd literatury i różnych podejść, co znacznie zwiększa jej wartość. Jest napisana całkiem jasno, choć w wiele miejscach byłoby lepiej, gdyby autor wyrażał się nieco zwięźle.

Organizacja rozprawy jest całkiem przejrzysta, choć nie zawsze w pełni optymalna. Na przykład, w równaniu (5.49) w rozdziale 5 można znaleźć symbol b_1 , którego wyjaśnienie znajduje się dopiero w dodatku C we wzorze (C.48a). Główne rezultaty pracy, zawarte w podrozdziale 5.2, są niezbyt przejrzyste zaprezentowane. Autor nie był w stanie odpowiedzieć na wszystkie nasuwające się pytania. W szczególności analiza porównawcza z innymi pracami zawarta w rozprawie pozostawia niedosyt. Niemniej jednak, dużą część moich uwag krytycznych można usprawiedliwić obiektywną trudnością tematyki rozprawy.

Należy pamiętać, że rozprawa K. Ziemiana poświęcona jest kontrowersyjnemu zagadnieniu, którego jeszcze nie rozumiemy do końca. Model rozważany w pracy został poddany ciekawej i wartościowej analizie i pokazał kompetencję autora w szerokim zakresie elementów fizyki i matematyki.

Ja, niżej podpisany stwierdzam, że recenzowana rozprawa doktorska Kamila Ziemiana spełnia warunki określone w art. 13.1 Ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz.U. nr 65 poz. 595 z późn. zmianami) i wnioskuję do Rady Dyscypliny Nauki Fizyczne Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie o dopuszczenie Kamila Ziemiana do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Warszawa, 05.09.2024 r.

Jan Dereziński.