

Geometria nieprzemienne



Geometria to przede wszystkim nauka o mierzeniu i to dzięki niej wiemy jak obliczyć długość krzywej, pole powierzchni trójkąta czy objętość stożka – obiektów, jakie dobrze znamy i potrafimy sobie znakomicie wyobrazić. Kiedy jednak słyszymy „geometria nieprzemienne” nasza wyobraźnia nie podpowiada nam o co chodzi: czym bowiem może być sztuka mierzenia jakichś nieprzemiennych obiektów? No i – przede wszystkim – co to są za obiekty? Żeby to wyjaśnić musimy spojrzeć na geometrię niejako od jej drugiej strony, opisując ją w sposób, w jaki ją naprawdę widzimy. Popatrzmy sobie na najprostszy możliwy świat – składający się z kilku punktów. Co potrafimy na takim świecie (matematycznego) zrobić? Potrafimy stworzyć na nim funkcję (powiedzmy o wartościach 0 i 1) – umieszczając w każdym punkcie tego świata włączoną bądź wyłączoną lampę. Pojedyncza taka funkcja niewiele nam powie, jednak mając i badając wszystkie możliwe funkcje na naszym obiekcie, będziemy mogli znaleźć odpowiedzi na wiele pytań, choćby to z ilu punktów składa się taki świat.

Współczesna fizyka teoretyczna używa geometrii jako podstawowego narzędzia opisu świata: opis przestrzeni i konstrukcji, opis tego jak wyglądają odległości w tej przestrzeni jest w bezpośredni sposób związany z oddziaływaniami między fundamentalnymi obiektami, z których zbudowany jest świat fizyczny. Prawie

Dr hab. Andrzej Sitarz prowadzi w Zakładzie Teorii Pola badania związane niekomutatywną geometrią. Przeważająca część badań dotyczy trójek spektralnych i właściwości operatorów Diraca w geometrii niekomutatywnej, a w szczególności działania spektralnego. Studiował w Oxfordzie i pracował na Uniwersytecie Johanna Gutenberga w Moguncji, Uniwersytecie Pierre et Marie Curie w Paryżu, Uniwersytecie Paris-Sud oraz w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Heinrich-Heine w Düsseldorfie i Instytucie Matematyki PAN (Warszawa).

andrzej.sitarz@uj.edu.pl

wszystkie modele, w tym w szczególności te opisujące oddziaływania podstawowe między cząsteczkami, oparte są o zaawansowaną geometrię: na przykład opisując galaktyki czy czarne dziury używamy stworzonej przez Einsteina geometrii znanej jako Teoria Względności. Problem pojawia się jednak przy opisie zjawisk fizycznych zachodzących w świecie kwantowym: oddziaływań między cząstkami elementarnymi na odległościach, które są miliony razy mniejsze od rozmiarów atomu. Jak wyglądają te oddziaływania? Jak wygląda przestrzeń w takiej skali? Odpowiedzi na pytania wymykają się naszej intuicji – nie możemy

bowiem takich odległości w żaden sposób zobaczyć, gdyż fizyką na takiej skali rządzi mechanika kwantowa i kwantowa teoria pola. Jedną z fundamentalnych właściwości tych teorii jest relacja nieoznaczności, która mówi, iż równoczesny dokładny pomiar różnych wielkości fizycznych, na przykład takich jak pęd i położenie, nie jest możliwy. Według matematycznego opisu tego zjawiska, położenie i pęd przestają być tym co doskonale znamy – wielkościami, którym możemy przypisać zawsze jakąś liczbę (bądź kilka liczb), a stają się obiektami pewnej nieprzemiennej algebry – jakby nieprzemiennymi funkcjami. Rozszerzając tę ideę na samą przestrzeń (i czas) można podejrzewać, iż na bardzo małych odległościach przestrzeń (jaką sobie dobrze wyobrażamy) nie istnieje i jest zastąpiona

przez „nieprzemienią przestrzeń”. Geometria nieprzemienna to po prostu nauka „mierzenia” w tej nieprzemiennej przestrzeni, badania jej w taki sam sposób jak badanie świata składającego się z kilku punktów, badając wszystkie funkcje na nim.

Zabawa w mierzenie na nieprzemiennych przestrzeniach jest zabawą w zrozumienie jak wygląda świat, dlaczego jest taki, jaki jest, skąd bierze się cząstka Higgsa (nieprzemienna geometria tłumaczy jak geometria wymusza istnienie tej cząstki) i ma zastosowanie w teorii strun, teoriach grawitacji kwantowej czy nawet opisie efektów kwantowych (jak kwantowy efekt Halla).

Jeśli chcesz „mierzyć” to, co nie jest mierzalne – zapraszam!