

Autoreferat

1. Imię i Nazwisko.

Andrzej Rostworowski

2. Posiadane dyplomy i stopnie naukowe.

- Stopień doktora nauk fizycznych w zakresie fizyki (z wyróżnieniem), Uniwersytet Jagielloński, Kraków, 2003 r.
Tytuł rozprawy: Funkcje falowe mezonów w efektywnym modelu QCD
Promotor: prof. dr hab. Michał Przaszałowicz
- Stopień magistra fizyki (z wyróżnieniem), Uniwersytet Jagielloński, Kraków, 1997 r.
Tytuł rozprawy: Próba opisu protonu w modelu dipoli QCD
Promotor: prof. dr hab. Michał Przaszałowicz

3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych

- 2006 – obecnie: adiunkt, Uniwersytet Jagielloński
- 2003 – 2006: asystent, Uniwersytet Jagielloński
- 1998 – 2002: doktorant, Uniwersytet Jagielloński
- 1997 – 1998: asystent-stażysta, Uniwersytet Jagielloński

4. Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.)

Moim osiągnięciem naukowym, które przedstawiam jako podstawę postępowania habilitacyjnego, jest monotematyczny cykl prac zatytułowany "Efekty nieliniowe w długo-czasowej asymptotyce rozwiązań równań Einsteina i innych modelowych, nieliniowych równań falowych":

1. M. Maliborski, A. Rostworowski, *Time-periodic solutions in Einstein AdS - massless scalar field system*, **Phys. Rev. Lett.** **111**, 051102 (2013), arXiv:1303.3186.
2. J. Jałmużna, A. Rostworowski, P. Bizoń, *A comment on AdS collapse of a scalar field in higher dimensions*, **Phys. Rev. D** **84**, 085021 (2011), arXiv:1108.4539.
3. P. Bizoń, A. Rostworowski, *On weakly turbulent instability of anti-de Sitter space*, **Phys. Rev. Lett.** **107**, 031102 (2011), arXiv:1104.3702.
4. P. Bizoń, A. Rostworowski, *A note about late-time wave tails on a dynamical background*, **Phys.Rev.D** **81** (2010) 084047, arXiv:0912.3474.

5. P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, S. Zając *Late-time tails of wave maps coupled to gravity*, **Class. Quant. Grav.** **26** (2009) 225015, arXiv:0906.2919.
6. P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, *Late-time tails of a self-gravitating massless scalar field revisited*, **Class. Quantum Grav.** **26** (2009) 175006, arXiv:0812.4333.
7. N. Szpak, P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, *Linear and nonlinear tails II: exact decay rates in spherical symmetry*, **Journal of Hyperbolic Differential Equations (JHDE)** **6** 107-125 (2009), arXiv:0712.0493.
8. P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, *A Note on late-time tails of spherical nonlinear waves*, **Phys. Rev.** **D78** 024044 (2008), arXiv:0804.0903.
9. P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, *Anomalously small wave tails in higher dimensions*, **Phys. Rev.** **D76** 124035 (2007), arXiv:0708.1769.
10. P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, *Late-time tails of a Yang-Mills field on Minkowski and Schwarzschild backgrounds*, **Class. Quant. Grav.** **24** F55-F63 (2007), arXiv:0704.0993.
11. P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, *On asymptotic stability of the Skyrminion*, **Phys. Rev.** **D75** 121702 (2007), arXiv:0701037.

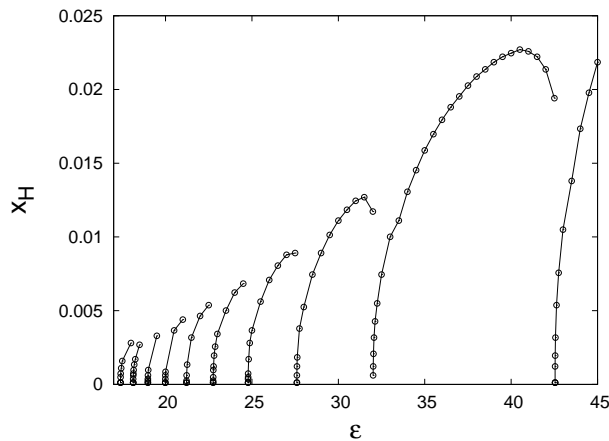
Omawiając cel i wyniki ww. prac będę starał się podkreślić kluczowe elementy tych prac, redukując jednocześnie ilość wzorów i szczegółów technicznych do niezbędnego minimum. Mam nadzieję, że spowodowana tym strata matematycznej ścisłości zostanie zrekompensowana lepszą czytelnością tekstu, a matematyczną ścisłość można będzie w każdym momencie odzyskać sięgając do oryginalnych prac.

Efekty nieliniowe w równaniach Einsteina z ujemną stałą kosmologiczną

W mojej ocenie najważniejszymi pracami cyklu są prace [3] (współautor: Piotr Bizoń) oraz [1] (współautor: Maciej Maliborski), dotyczące rozwiązań równań Einsteina z ujemną stałą kosmologiczną. Praca [3] wskazuje na niestabilność rozwiązania anty- de Sittera (AdS) równań Einsteina. Niestabilność ta polega na tym, że dowolnie małe, generyczne zaburzenie rozwiązania AdS koliduje grawitacyjnie tworząc czarną dziurę. Praca [1] wykazuje, że ujemna stała kosmologiczna umożliwia istnienie globalnie regularnych (bez osobliwości), periodycznych w czasie, stabilnych rozwiązań równań Einsteina. Według mojej wiedzy jest to pierwsze doniesienie w literaturze na temat istnienia tej nowej, zaskakującej klasy rozwiązań równań Einsteina.

Rozwiązanie AdS jest maksymalnie symetrycznym rozwiązaniem próżniowych równań Einsteina z ujemną stałą kosmologiczną. Czasoprzestrzeń AdS można więc traktować jako jedno z podstawowych rozwiązań równań Einsteina, analogiczne do czasoprzestrzeni Minkowskiego (maksymalnie symetrycznego rozwiązania próżniowych równań Einsteina bez stałej kosmologicznej) i czasoprzestrzeni de Sittera (maksymalnie symetrycznego rozwiązania próżniowych równań Einsteina z dodatnią stałą kosmologiczną).

Z naszej codziennej perspektywy kluczowym rozwiązaniem jest niewątpliwie czasoprzestrzeń Minkowskiego, jako tło dla otaczających nas zjawisk. Czasoprzestrzeń de Sittera jest prawdopodobnie istotna z kosmologicznego punktu widzenia, ponieważ ostatecznie pomiary akceleracji rozszerzania się Wszechświata (uhonorowane nagrodą Nobla z fizyki w 2011) wskazują na dodatnią wartość stałej kosmologicznej. Natomiast rozwiązanie AdS stało się niezmiernie modne w ostatnich 15-tu latach z powodu tzw. korespondencji AdS/CFT [22, 23], czyli hipotezy o dualności pomiędzy rozwiązaniami klasycznych równań Einsteina z ujemną stałą kosmologiczną (tzn. o asymptotyce AdS),

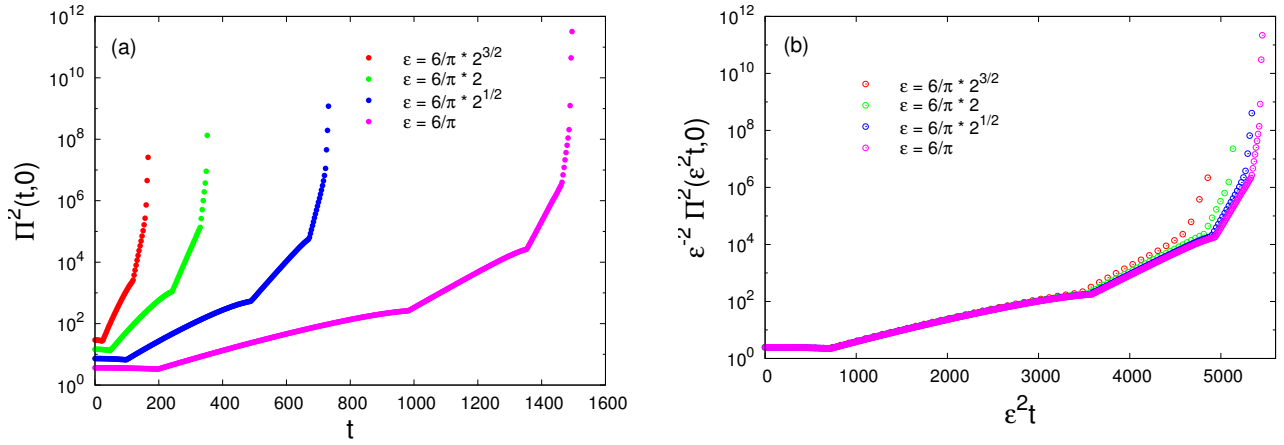


Rysunek 1: Promień horyzont vs. amplituda danych początkowych. Kolejne (od prawej do lewej) zera tej funkcji odpowiadają wartościom krytycznym amplitudy; dla tych wartości w czasie n -tej implozji rozwiązanie zmierza lokalnie do krytycznego rozwiązania Choptuika [28].

a konforemną kwantową teorią pola, przy silnym sprzężeniu wielu stopni swobody, zdefiniowaną na brzegu czasoprzestrzeni AdS.

Z punktu widzenia ogólnej teorii względności (OTW) mając rozwiązanie równań Einsteina, kluczowe jest pytanie o jego stabilność, czyli o to czy małe zaburzenie danego rozwiązania w chwili początkowej pozostaje małe w przyszłości. Stabilność czasoprzestrzeni Minkowskiego i de Sittera została dowiedziona w pracach, odpowiednio [24] i [25]. Natomiast stabilność rozwiązania AdS pozostaje nadal otwartym problemem matematycznym, co ciekawe prawie zupełnie ignorowanym przez ostatnie 15 lat aktywności związanej z korespondencją AdS/CFT. Czasoprzestrzeń Minkowskiego jest stabilna dzięki swojej strukturze kauzalnej i możliwości wypromieniowania energii (zaburzenia) do (zerowej) nieskończoności. Natomiast w przypadku struktury kauzalnej czasoprzestrzeni AdS zerowa nieskończoność jest czasową hiperpowierzchnią, do której promieniowanie dochodzi w skończonym czasie własnym obserwatora znajdującego się wewnątrz przestrzeni AdS. W przypadku badania ewolucji zaburzenia rozwiązania AdS, wymaga to określenia warunków, które zaburzenie ma spełniać na tej hiperpowierzchni. Te (fizycznie) dyktowane warunki mogą wykluczać możliwość wypromieniowania energii i tym samym pozbawić rozwiązanie AdS mechanizmu zachowania stabilności. Zbadanie tego problemu i chęć porównania z asymptotycznie płaskim przypadkiem [6] były właśnie motywacją do podjęcia pracy [3]. W tej pracy badamy prosty model bezmasowego pola skalarnego (jako modelu materii) minimalnie sprzężonego z grawitacją z ujemną stałą kosmologiczną, przy upraszczającym założeniu sferycznej symetrii. W analogicznym modelu bez stałej kosmologicznej (asymptotycznie płaskim) Christodoulou wykazał dyspersję dla "małych" danych początkowych [26] i kolaps grawitacyjny do czarnej dziury dla "dużych" danych początkowych [27], z kolei Choptuik, badając granicę pomiędzy tymi dwoma scenariuszami odkrył uniwersalne (niezależne od rodziny danych początkowych), krytyczne rozwiązanie rozdzielające kolaps od dyspersji [28] i w ten sposób zapoczątkował badanie zjawisk krytycznych w kolapsie grawitacyjnym. Wracając do pracy [3]: przyjmujemy ansatz na postać sferycznie zaburzonego rozwiązania AdS sparametryzowany przez dwie funkcje metryczne (oznaczane w pracy jako A i δ), a następnie z równań Einsteina oraz równania ruchu dla bezmasowego pola skalarnego (oznaczanego przez ϕ) otrzymujemy zamknięty układ równań. Rozwiązanie AdS jest oczywiście rozwiązaniem tego układu przy $\phi = 0$, $A = 1$ i $\delta = \text{const}$. Właściwe postawienie zagadnienia początkowego dla zaburzenia rozwiązania AdS wymaga dookreślenia warunków na zachowanie pól A , δ , i ϕ w nieskończoności, która jest punktem osobliwym naszego układu. Fizycznie naturalnym

warunkiem jaki tu narzucamy jest warunek skończonej całkowitej masy rozwiązania oraz gładkości funkcji w nieskończoności. W uproszczeniu można powiedzieć, że warunki te sprowadzają się do tego aby funkcje A , δ i ϕ odpowiednio szybko osiągały wartości odpowiadające rozwiązaniu AdS. Warunki te powodują, że brzeg AdS staje się idealnie odbijającym lustrem dla pola skalarnego, uniemożliwiając relaksację zaburzenia do rozwiązania AdS. Następnie przygotowujemy dane początkowe w postaci zwartego pakietu pola skalarnego i numerycznie symulujemy ich ewolucję czasową. Pierwszym problemem jaki badamy jest krytyczny kolaps grawitacyjny. Ustalamy rodzinę danych początkowych (w pracy przyjmujemy $\phi = 0$ i gaussowski rozkład pędu pola w chwili początkowej) i zmieniamy jeden z parametrów danych (w pracy jest to amplituda rozkładu pędu). Dla dużych amplitud, przy implozji przez centrum AdS (sferyczna symetria), część materii kolapsuje do czarnej dziury o masie będącej jakimś ułamkiem całkowitej masy rozwiązania. Następnie zmniejszając amplitudę danych możemy masę powstającej czarnej dziury uczynić dowolnie małą, aż dochodzimy do krytycznej wartości amplitudy, rozdzielającej kolaps przy implozji przez centrum od dyspersji do nieskończoności. Otrzymane w ten sposób rozwiązanie krytyczne jest lokalnie identyczne z rozwiązaniem krytycznym Choptuika [28] w analogicznym modelu (bezmasowe pole skalare) w przypadku asymptotycznie płaskim, ponieważ lokalnie, na małych skalach stała kosmologiczna nie ma znaczenia. Dalsze zmniejszenie amplitudy powoduje, że żadna część zaburzenia nie zostaje grawitacyjnie złapana i zaburzenie ucieka do nieskończoności. Tu pojawia się różnica pomiędzy czasoprzestrzenią asymptotycznie płaską, w której następuje relaksacja do rozwiązania Minkowskiego [6], a czasoprzestrzenią o asymptocie AdS, w której zaburzenie dochodzi do nieskończoności (brzegu AdS) w skończonym czasie, tam zostaje odbite i wraca do centrum z nową możliwością kolapsu. Istotnie okazało się, że takie zaburzenie kolapsuje w czasie drugiej implozji przez centrum (po jednym odbiciu od brzegu AdS). Zmniejszając amplitudę możemy uczynić czarną dziurę powstającą w czasie drugiej implozji dowolnie małą i ponownie odnaleźć krytyczne rozwiązanie Choptuika rozdzielające tym razem kolaps przy drugiej implozji przez centrum od dyspersji. Postępując analogicznie dla drugiego i kolejnych odbić od brzegu, dochodzimy w ten sposób do nieskończonego ciągu amplitud krytycznych, które prowadzą do krytycznego rozwiązania Choptuika w pierwszej, drugiej, trzeciej i kolejnych implozjach pola skalarnego przez centrum sferycznej symetrii. To zachowanie ilustruje rysunek 1. Dopasowanie potęgowej zależności amplitudy krytycznej $\varepsilon^*(n) \sim n^{-\alpha}$ rozdzielającej kolaps od dyspersji w czasie n -tej implozji przez centrum sugeruje powstanie czarnej dziury dla dowolnie małego zaburzenia rozwiązania AdS. Wyznaczenie zależności $\varepsilon^*(n)$ jest jednak bardzo kosztowne numerycznie, a dla $n \sim 1000$ wydaje się wręcz niewykonalne więc numeryczne wykazanie niestabilności AdS wymaga mocniejszego argumentu. Takim argumentem jest zachowanie skalara krzywizny. W centrum skalar krzywizny dany jest wzorem $R = -(\partial_t\phi)^2 + R_{AdS}$ (gdzie R_{AdS} jest stałą, ujemną krzywizną rozwiązania AdS). Małe zaburzenie rozwiązania AdS w postaci zwartego pakietu falowego imploduje przez centrum - ucieka do nieskończoności - odbija się od brzegu - imploduje, itd. w postaci zwartego pakietu. W czasie każdej implozji przez centrum mierzymy osiągnięte maksimum $(\partial_t\phi)^2$. Wynik dla czterech różnych małych amplitud (ε) skalujących się jak $\sqrt{2}$ jest przedstawiony (w skali liniowo-logarytmicznej) na rysunku 2a (w oznaczeniach pracy [3] $\Pi = A^{-1}e^\delta\partial_t\phi$, co w centrum sferycznej symetrii redukuje się do $\partial_t\phi$). Mówimy, że amplitudy są małe w tym sensie, że w początkowym okresie maksima osiągnięte przez $(\partial_t\phi)^2$ w czasie kolejnych implozji skalują się liniowo z ε^2 , co ze względu na nieliniowość problemu nie zachodzi dla dużych danych początkowych. Jak widać na rysunku 2a w początkowym okresie nie dzieje się nic nadzwyczajnego, a badając przestrzenne profile rozwiązania można przekonać się, że zaburzenie porusza się praktycznie bez zmiany kształtu. Jednak po czasie, który skaluje się z grubszą jak $1/\varepsilon^2$ osiągnięte maksima $(\partial_t\phi)^2$ zaczynają (wykładniczo) rosnać, aż do powstania horyzontu w czasie, który również skaluje się z dobrym przybliżeniem jak $1/\varepsilon^2$. Te cechy są podkreślone na rysunku 2b, gdzie $(\partial_t\phi)^2$ i t zostały przeskalowane do $(\partial_t\phi)^2/\varepsilon^2$ i ε^2t , powodując nałożenie się wszystkich czterech krzywych z rysunku 2a na jedną krzywą, uniwersalną



Rysunek 2: (a) Maksima osiągnięte przez $\Pi^2(t, 0) \equiv (\partial_t \phi(t, 0))^2$ przez rozwiązania startujące z małych danych początkowych, których amplitudy w chwili początkowej skalują się jak $\sqrt{2}$. Po wykonaniu od 53 ($\epsilon = 2^{2/3} 6/\pi$) do 476 odbić ($\epsilon = 6/\pi$) wszystkie rozwiązania ostatecznie kolapsują. (b) Krzywe z rysunku (a) po przeskalowaniu $\epsilon^{-2} \Pi^2(\epsilon^2 t, 0)$.

dla wybranej rodziny danych początkowych. Właśnie ta uniwersalność ewolucji (w ramach danej rodziny danych początkowych) jest naszym kluczowym argumentem numerycznym: oczekujemy, że dowolnie małe zaburzenie rozwiązania AdS zacznie rozwijać nieliniową niestabilność w czasie skalującym się z kwadratem amplitudy danych początkowych. Argumenty numeryczne są poparte heurystycznym rachunkiem perturbacyjnym. Tego typu rachunek, w którym perturbacyjnym parametrem jest amplituda zaburzenia, był wcześniej z sukcesem zastosowany w naszych pracach dotyczących relaksacji do rozwiązań statycznych w czasoprzestrzeniach asymptotycznie płaskich. W liniowym rzędzie rachunku otrzymuje się zlinearyzowane równanie falowe na ustalonym tle (tutaj AdS), którego rozwiązanie jest wyznaczone jednoznacznie przez zadane dane początkowe; w wyższych rzędach otrzymuje się kolejne poprawki do metryki (dane przez równania zwyczajne, które można łatwo formalnie scałkować) oraz niejednorodne równanie falowe na ustalonym (zlinearyzowanym) tle dla kolejnych poprawek do rozwiązania pełnego równania falowego, w którym niejednorodność dana jest przez poprawki wyliczone w niższych rzędach. Liniowe równanie falowe na ustalonym tle AdS zostało dokładnie zbadane w pracy Ishibashi i Walda [29]. W szczególności funkcje własne zlinearyzowanego problemu tworzą układ zupełny, a odpowiadające im spektrum częstości własnych składa się z nieparzystych liczb całkowitych większych od 1: $\omega_j = 3 + 2j$, z całkowitym $j \geq 0$. Kluczową cechą tego spektrum jest to, że jest ono równomiernie rozłożone na osi rzeczywistej. W związku z tym jeśli Ω jest zbiorem częstości harmonicznych obecnych w danych początkowych to w rzędzie ϵ^3 każda częstość postaci $|\omega_{j_1} + \omega_{j_2} - \omega_{j_3}|$, gdzie $\omega_{j_i} \in \Omega$ jest wzbudzana rezonansowo. Część z tych rezonansów może być skompensowana przez odpowiednią (zależną od amplitudy danych początkowych) modulację częstości, ale część pozostaje i prowadzi do rezonansowego transferu (zachowanej) energii pomiędzy modami. Prowadzi do przepływu energii do coraz wyższych częstości, a co za tym idzie to koncentracji energii na coraz mniejszych skalach przestrzennych i ostatecznie do kolapsu grawitacyjnego. Jako przykład rozważyliśmy (niegeneryczne) dane początkowe startujące z jednego modu, dla których rezonans dało się usunąć, a ewolucja numeryczna nie prowadziła do powstania czarnej dziury (teraz interpretujemy to numeryczne rozwiązanie jako zaburzenie stabilnego rozwiązania periodycznego o asymptocie AdS [1]), oraz dane początkowe startujące z (dowolnej) liniowej kombinacji dwóch modów, co prowadzi do nieusuwalnego rezonansu, a ewolucja numeryczna przypomina ewolucję zwartych danych początkowych i prowadzi do kolapsu grawitacyjnego.

Wyniki pracy [3] zostały uogólnione na wyższe wymiary w pracy [2] oraz zainicjowały dalsze badania problemu w naszej grupie badawczej i na świecie (w ciągu dwóch lat od ukazania się w arXiv praca [3] zebrała przeszło 50 cytowań wg. bazy INSPIRE). Numeryczne wyniki [3] zostały potwierdzone w pracy [30] i rozszerzone na przypadek skalarnego, bezmasowego pola naładowanego.

W dalszej perspektywie ważne wydaje się wyjście poza sferyczną symetrię. Ostatecznym celem byłaby tu długo-czasowa stabilna ewolucja w osiowej symetrii, zakończona wg. naszych oczekiwań dynamicznym uformowaniem się czarnej dziury. Pewnym małym krokiem w tym kierunku jest doskonała praca Bantilana, Pretoriusa i Gubsera [31], w której badana jest relaksacja zdeformowanej rotującej czarnej dziury, jednak stąd jeszcze daleka droga do długo-czasowej stabilnej ewolucji i oczekiwanego kolapsu prowadzącego do dynamicznego powstania czarnej dziury. Można natomiast stosunkowo łatwo uzyskać w pełnych nieliniowych równaniach człon, który odpowiada barierze centryfugalnej [5, 32], czyli "wypycha" kolapsujące pole z centrum i w ten sposób symulować pewne aspekty niesferycznego kolapsu grawitacyjnego. Podobny mechanizm "wypychania" pola z centrum występuje w modelu grawitacyjnego kolapsu w $4 + 1$ wymiarach, opartego na ansatzu [33], który właśnie przygotowujemy do publikacji.

Kolejnym tematem zapoczątkowanym pracą [3] i sfinalizowanym w pracy [1] jest poszukiwanie rozwiązań periodycznych w czasie o asymptotyce AdS. Heurystyczne argumenty oparte na rachunku perturbacyjnym analogicznym do [3] zasugerowały, istnienie takich rozwiązań dla próżniowej grawitacji w $3 + 1$ i $4 + 1$ wymiarach z ujemną stałą kosmologiczną [34] oraz ich stabilność [35]. W pracy [1] podaliśmy dwie niezależne metody: perturbacyjną i numeryczną, konstrukcji periodycznych w czasie rozwiązań równań Einsteina w naszym uproszczonym modelu samograwitującego, bezmasowego pola skalarnego w sferycznej symetrii oraz przedstawiliśmy numeryczną ewidencję ich stabilności. Metoda perturbacyjna jest metodą typu Poincaré–Lindstedt, wykorzystującą swobodę wyboru perturbacyjnych poprawek do częstości i stałych całkowania w równaniach perturbacyjnych do systematycznego usuwania członów wiekowych (*secular terms*), których pojawienie się psułoby periodyczność rozwiązania. Przedstawiamy również ewidencję na niezerowy promień zbieżności szeregu perturbacyjnego. Metoda numeryczna jest oparta na nowym (w stosunku do pracy [3]) sformułowaniu więzu na funkcję metryczną A , które umożliwiło skonstruowanie metody pseudo-spektralnej wyliczania prawych stron równań dynamicznych dla pola skalarnego. Dzięki temu możemy otrzymać (nieliniowe) równania na współczynniki rozwinięcia rozwiązania periodycznego na funkcje harmoniczne w czasie i funkcje własne operatora falowego dla metryki AdS w przestrzeni, a następnie rozwiązać je stosując algorytm Newton–Raphson. Te dwie zupełnie niezależne metody prowadzą do idealnie zgodnych wyników, co utwierdza nas w przekonaniu, że regularne, periodyczne w czasie rozwiązania równań Einsteina z ujemną stałą kosmologiczną rzeczywiście istnieją. Porównanie otrzymanych rozwiązań z numeryczną ewolucją ich danych początkowych i otrzymana zgodność są silnym argumentem za stabilnością otrzymanych rozwiązań (brak zgodności nie oznaczałoby, że rozwiązania periodyczne zostały źle wyznaczone, a jedynie dowodził ich niestabilności). Podobne argumenty numeryczne na rzecz stabilności gwiazd bozonowych zostały podane w pracy [36]. Wyniki prac [3, 1, 35, 36] sugerują, że podczas gdy sama przestrzeń AdS jest niestabilna względem kolapsu grawitacyjnego, to zaburzenie jej w odpowiedni sposób (przez np. rozwiązanie periodyczne lub gwiazdę bozonową) przeciwdziała niestabilności.

Ciekawym problemem może być zbadanie konsekwencji niestabilności rozwiązania AdS oraz istnienia rozwiązań periodycznych o asymptotyce AdS w kontekście hipotezy AdS/CFT.

Omawiając niestabilność AdS warto też wspomnieć, że przypadek $2 + 1$ wymiarowej grawitacji z ujemną stałą kosmologiczną [37, 38] jest przypadkiem szczególnym. Ze względu na przerwę w spektrum dopuszczalnych mas czarnych dziur w przypadku małych danych początkowych rezonansowy przepływ energii do coraz wyższych częstości nie może zakończyć się powstaniem czarnej dziury i pytanie o końcowy stan ewolucji pozostaje otwarte.

Wyniki prac [3, 1] były wielokrotnie prezentowane na arenie międzynarodowej zarówno przez

Piotra Bizonia (Zurich, Edinbourg, Wiedeń, Oberwolfach, Cambridge, GR20 Warszawa), Macieja Maliborskiego (GR20 Warszawa, Zakopane) jak i przeze mnie (Lizbona, Praga, Leiden, Benasque, Cambridge) i spotykały się zwykle z dużym zainteresowaniem.

Relaksacja do rozwiązań statycznych i nieliniowe ogony

Wykonanie pracy [3] było możliwe dzięki wcześniejszym doświadczeniom zdobytym przy badaniu relaksacji do rozwiązań statycznych w płaskiej czasoprzestrzeni [4]–[11]. Nieliniowe równania falowe mogą posiadać stabilne rozwiązania statyczne. W przypadku istnienia takich rozwiązań ciekawym problemem jest proces relaksacji małego zaburzenia do rozwiązania statycznego. Linearyzacja równania wokół rozwiązania statycznego prowadzi do liniowego równania falowego z potencjałem pochodzącym od rozwiązania statycznego. Pozostaje jednak pytanie, czy rozpraszanie zaburzenia na potencjale w zlinearyzowanym równaniu falowym wystarcza do opisu relaksacji; inaczej czy człony nieliniowe rzeczywiście można zaniedbać. Jako przykład rozważmy równanie falowe w 3 wymiarach z potencjałem V i kubiczną potęgą nieliniowością:

$$\partial_t^2 F - \Delta F + V F + F^3 = 0.$$

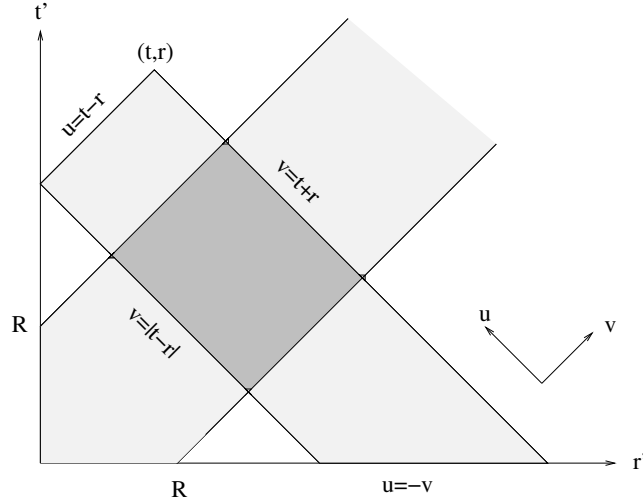
Przyjmijmy, że potencjał jest sferycznie symetryczny $V = V(r)$, nieujemny i spadający do zera jak $1/r^3$ dla dużych r . W chwili początkowej zadajemy zwarte, sferycznie symetryczne dane początkowe na powierzchni Cauchy i zastanawiamy się który z wyrazów (potencjał czy nieliniowość) ma decydujący wpływ na zachowanie rozwiązania w pewnej skończonej odległości r_{obs} od środka symetrii, dla długich czasów, tzn. $t \gg r_{obs}$. Potencjał jest odpychający oraz nieliniowość jest nieogniskująca, więc dla każdego skończonego r rozwiązanie zmierza do zera dla $t \rightarrow \infty$. Istotnie, dla czasów pośrednich rozwiązanie maleje wykładniczo (ta faza ewolucji jest zdominowana przez mody kwazinormalne), a dla długich czasów ujawnia się spadek potęgowy (często określany jako potęgowy ogon rozwiązania). Mody kwazinormalne są dobrze zrozumianym liniowym efektem związanym z rezonansami potencjału V . Ponieważ w fazie potęgowego spadku pole jest jeszcze mniejsze niż w fazie modów kwazinormalnych, można oczekiwać, że również ta faza jest dobrze opisana przybliżeniem liniowym. Takie podejście okazuje się jednak zbyt naiwne - w tym modelowym równaniu o długo-czasowa asymptotyka jest dyktowana przez kubiczną nieliniowość. Heurystycznie można to zrozumieć w następujący sposób. W przybliżeniu liniowym sygnał dochodzący dla dużych czasów t do obserwatora znajdującego się w odległości r_{obs} od środka symetrii pochodzi w pierwszym przybliżeniu od pojedynczego rozproszenia na potencjale. Ponieważ sygnał ten spędził z grubsza czas $t/2$ uciekając początkowo w kierunku nieskończoności i czas $t/2$ wracając do centrum po rozproszeniu na potencjale, rozproszenie nastąpiło w odległości $r \approx t/2$ od centrum, gdzie amplituda potencjału zachowuje się jak $1/r^3 \sim 1/t^3$. Ponieważ amplituda sygnału w r_{obs} jest wprost proporcjonalna do amplitudy potencjału w punkcie rozproszenia daje to potęgowy $1/t^3$ spadek rozwiązania. Teraz musimy porównać dwa człony: człon liniowy $V F$ oraz człon kubiczny $F^3 = F^2 F$, a więc V w stosunku do F^2 . Ogólne rozwiązanie swobodnego równania falowego maleje jak $1/r$ na stożku światła. Dlatego na stożku mamy do porównania $V \sim 1/r^3$ w stosunku do $F^2 \sim 1/r^2$. Zatem na stożku to F^2 maleje wolniej i ustala potęgowy spadek ogona na $1/t^2$, podczas gdy liniowy ogon potęgowy maleje jak $1/t^3$! Pomimo tego prostego przykładu pokazującego możliwość zdominowania długo-czasowej asymptotyki rozwiązań przez efekty nieliniowe ich rola aż do ukazania się cyklu prac [4]–[11] była zupełnie ignorowana. Wydaje mi się, że dobrym przykładem tego stanu rzeczy i jego przyczyn, jest problem długo-czasowej ewolucji małych zaburzeń statycznych rozwiązań równań Einsteina bez stałej kosmologicznej. W 1972 roku Price [39] argumentował, że dla pola skalarnego ewoluującego na ustalonym tle czarnej dziury Schwarzschilda w $3 + 1$ wymiarach, ℓ -ty multipol zanika jak $1/t^{3+2\ell}$. To przewidywanie zostało potwierdzone numerycznie przez Gundlacha, Price’a

i Pullina (GPP) w 1994 [40]. Jednocześnie z pracą [40] pojawiła się praca [41] tych samych autorów, w której badali pełną nieliniową ewolucję samograwitującego pola skalarnego przy założeniu sferycznej symetrii. Zarówno dla dużych danych początkowych, które kolapsowały tworząc czarną dziurę, jak i małych danych początkowych ulegających dyspersji, GPP obserwowali numerycznie w długo-czasowej asymptocie powstawanie potęgowego ogona malejącego jak $\sim 1/t^3$, a więc z wykładnikiem przewidywanym przez liniową analizę Price'a. Pomimo braku przewidywań co do amplitudy tego ogona jak również faktu, że powstawał on również dla małych danych początkowych, dla których prawdopodobnie przez cały czas ewolucji czasoprzestrzeń bardziej przypominała rozwiązanie Minkowskiego (dla którego w $3 + 1$ wymiarach obowiązuje zasada Huyhensa, a więc nie ma potęgowych ogonów) niż Schwarzschilda, GPP zinterpretowali zgodność otrzymanego wykładnika z prawem Price'a jako potwierdzenie stosowności zlinearyzowanego przybliżenia Price'a. Ta stosunkowo ostrożna interpretacja była następnie z rosnącą pewnością powtarzana w kolejnych cytowaniach ich pracy [42, 43]. Jednak już sami GPP otrzymują wyniki, które wskazują, że prawo Price'a nie zawsze się stosuje. W rozdziale 5 pracy [41] badają interesujący model testowego pola skalarnego ewoluującego na tle pola samograwitującego. Dla pola testowego jest to problem liniowy, więc ma dla niego sens rozwinięcie multipolowe i badanie ogona dla każdego z multipoli osobno. Zastosowanie prawa Price'a w przypadku multipoli $\ell = 1, 2, 3$ daje wykładniki ogonów 5, 7, 9, podczas gdy GPP otrzymują numerycznie wartości odpowiednio 3.95, 5.94, 8.34.

Poprawną interpretację numerycznych wyników [41] podaliśmy w pracach [6, 4]. W przypadku małych danych początkowych (tzn. takich które nie kolapsują) obserwowany przez Gundlacha, Price'a i Pullina ogon potęgowy ma ściśle nieliniowy charakter. W pracy [6] podajemy wzór na amplitudę i wykładnik tego ogona. W przypadku czarnej dziury ogon potęgowy ma dwa składniki: liniowy (przewidywany przez Price'a) oraz nieliniowy. W $3+1$ wymiarach oba te ogony maleją jak $1/t^3$, więc bez przewidywania na ich amplitudy nie można ich rozróżnić. Natomiast nieliniowy ogon powinien być dobrze widoczny w procesie relaksacji samograwitującego pola skalarnego do czarnej dziury Schwarzschilda w $d = 3 + 2\ell$, $\ell \geq 1$ wymiarach przestrzennych. Oczekujemy wtedy, że nieliniowy ogon $\sim 1/t^{3\ell+3}$ [6] będzie dominował nad ogonem liniowym $\sim 1/t^{6\ell+4}$ [9]. W przypadku pola testowego na tle pola samograwitującego amplitudy i wykładniki ogonów dla pola testowego są podane w pracy [4]. Otrzymane numerycznie przez GPP wykładniki (3.95, 5.94, 8.34) odpowiadają liczbom 4, 6 i 8. Jednak jak dobrze widać na tym przykładzie częściowa koincydencja numeryczna w $3+1$ wymiarach podpierająca (nieuzasadniona) wiarę w skuteczność linearyzacji skierowała opis długo-czasowej asymptotyki na manowce. Wróć teraz do chronologicznego opisu prac [4]–[11].

Nieliniowy ogon (tzn. dominująca rola efektów nieliniowych w procesie relaksacji do rozwiązania statycznego) został odkryty w pracy [11], badającej długo-czasową asymptotykę sferycznie symetrycznych rozwiązań w modelu Skyrme'a. Kolejny przykład dominującej roli nieliniowości został podany w pracy [10] badającej relaksację klasycznego pola Yanga-Millsa na ustalonym tle czasoprzestrzeni Minkowskiego i Schwarzschilda. W przypadku modelu Skyrma i relaksacji do rozwiązania próżniowego oraz relaksacji pola Yanga-Millsa na tle czasoprzestrzeni Minkowskiego rachunek perturbacyjny pozwolił na wyliczenie zarówno potęgowego wykładnika jak i amplitudy potęgowego ogona, a następnie przewidywania rachunków analitycznych zostały z dużą dokładnością potwierdzone w symulacjach numerycznych.

W kolejnych pracach [9, 8, 7] usystematyzowaliśmy nasze podejście perturbacyjne. Zapropozowane przez nas rozwinięcie perturbacyjne rozwiązania można stosować zarówno do liniowych równań falowych z potencjałem (wtedy parametrem perturbacyjnym staje się amplituda potencjału) jak również do semiliniowych równań falowych typu $\square_{d+1}\phi = \phi^p$ w $d + 1 = 3 + 2\ell + 1$ wymiarach, gdzie $\ell \geq 0$ (wtedy parametrem perturbacyjnym staje się amplituda danych początkowych). Ograniczamy się do nieparzystej liczby wymiarów przestrzennych ponieważ tylko dla takiej liczby obowiązuje zasada Huyhensa, tzn. dla swobodnego równania falowego dane początkowe propagują się wzdłuż charakterystyk, więc niezerowe pole poza obszarem wyznaczonym przez cha-



Rysunek 3: Obszar całkowania we wzorze na rozwiązanie równania $\square_{d+1}\phi = S$, wraz z nośnikiem rozwiązania pierwszego rzędu rachunku w przypadku zwartych danych początkowych.

rakterystyki dla zwartych danych początkowych musi być efektem rozpraszania pola na potencjale lub nieliniowości. Dla parzystej liczby wymiarów przestrzennych zasada Huyhensa nie obowiązuje i rozwiązanie swobodnego równania falowego propaguje się wewnątrz całego obszaru wpływu danych początkowych. Zakładamy również sferyczną symetrię rozwiązania, ale warto pamiętać, że istnieje prosty związek pomiędzy sferycznie symetrycznymi rozwiązaniami równania falowego w $d + 1 = 3 + 2\ell + 1$ wymiarach i rozwiązaniem dla ℓ -tego multipola w $3 + 1$ wymiarach ¹. Dlatego wiele interesujących równań ewolucyjnych w $3 + 1$ wymiarach (np. badanych w [11, 10]) jest równoważnych skalarnym równaniom falowym w wyższych wymiarach w sferycznej symetrii.

W pierwszym rzędzie rachunku perturbacyjnego otrzymuje się swobodne równanie falowe, którego rozwiązanie jest wyznaczone jednoznacznie przez zadane dane początkowe. W kolejnych rzędach otrzymuje się niejednorodne równania falowe, z zerowymi danymi początkowymi i źródłami zależnymi od niższych rzędów rachunku perturbacyjnego. Tak więc do otrzymania wiodącej długoczasowej asymptotyki rozwiązania potrzebne są tylko dwa elementarne narzędzia – ogólne sferycznie symetryczne rozwiązanie swobodnego równania falowego oraz wzór Duhamela ($d = 3 + 2\ell$):

- Jeśli $\square_{d+1}\phi = 0$ to

$$\phi(t, r) = \frac{1}{r^{\ell+1}} \sum_{k=0}^{\ell} \frac{(2\ell - k)!}{k!(\ell - k)!} \frac{(a^{(k)}(t - r) - (-1)^k a^{(k)}(t + r))}{(2r)^{\ell-k}},$$

gdzie generująca rozwiązanie funkcja a jest wyznaczona jednoznacznie przez dane początkowe.

- Jeśli $\square_{d+1}\phi = S$ i ϕ spełnia zerowe dane początkowe to

$$\phi(t, r) = \frac{1}{2^{\ell+3} r^{\ell+1}} \int_{|t-r|}^{t+r} dv \int_{-v}^{t-r} du (v - u)^{\ell+1} P_{\ell}(\mu) S(v, u),$$

¹Jeśli ϕ jest sferycznie symetrycznym rozwiązaniem równania falowego w $3 + 2\ell + 1$ wymiarach to $r^{\ell}\phi$ jest rozwiązaniem równania falowego w $3 + 1$ wymiarach dla ℓ -tego multipola.

gdzie P_ℓ oznacza ℓ -ty wielomian Legendre'a, a μ jest pewną ustaloną funkcją punktu obserwacji (t, r) i zerowych zmiennych całkowania (v, u) . Obszar całkowania, wraz z nośnikiem rozwiązania pierwszego rzędu rachunku dla zwartych danych początkowych jest schematycznie przedstawiony na rysunku 3.

W pracy [9] przeanalizowaliśmy wykładnik i amplitudę potęgowego ogona dla sferycznie symetrycznego rozwiązania liniowego równania falowego z potencjałem

$$V(r) = \frac{\epsilon}{r^\alpha} \left(1 + \frac{\beta}{r^\gamma}\right) + o\left(\frac{1}{r^{\alpha+\gamma}}\right), \quad \alpha, \gamma > 0.$$

W generycznym przypadku, kiedy liniowy w ϵ ogon $1/t^{\alpha+2\ell}$ pochodzi od wiodącego członu $(1/r^\alpha)$ w potencjale, odtworzyliśmy wynik [44, 45], natomiast w szczególnym przypadku nieparzystego α , $3 \leq \alpha \leq d-2$, kiedy liniowy w ϵ ogon od członu $1/r^\alpha$ tożsamościowo zanika, nasza metoda pozwoliła na wyznaczenie dla tego członu wykładnika i amplitudy anomalnego (rzędu ϵ^2) ogona $1/t^{2\alpha+2\ell-2}$. W tym szczególnym przypadku długo-czasowa asymptotyka jest zdeterminowana dla $\alpha-2 < \gamma$ przez ogon rzędu ϵ^2 od wiodącego członu $1/r^\alpha$ w potencjale natomiast dla $\alpha-2 \geq \gamma$ przez ogon rzędu ϵ od pod wiodącego członu $1/r^{\alpha+\gamma}$ w potencjale (oczywiście o ile $\alpha+\gamma$ nie jest liczbą nieparzystą z przedziału $3 \leq \alpha+\gamma \leq d-2$). Z tym właśnie przypadkiem mamy do czynienia w przypadku ogonów dla równania falowego na ustalonym tle czarnej dziury Schwarzschilda w nieparzystej liczbie $d \geq 5$ wymiarów przestrzennych. Nasza analiza jest silnym argumentem jak uogólnić prawo Price'a [39], mówiące że w liniowym przybliżeniu zaburzenie multipolowe o indeksie ℓ zanika na zewnątrz czarnej dziury Schwarzschilda w $3+1$ wymiarach jak $1/t^{3+2\ell}$, na wyższe nieparzyste wymiary przestrzenne.

W pracy [8] stosując te same metody otrzymaliśmy wykładniki i amplitudy ogonów dla semi-liniowych równań falowych. Pokazaliśmy, że dla $\square_{d+1}\phi = \phi^p (\alpha\partial_t\phi + \beta\partial_r\phi)^q$ w $d+1 = 3+2\ell+1$ wymiarach istnieją szczególne wartości parametrów p, q, α, β dla których ogon potęgowy maleje szybciej niż dla przypadków generycznych. Dzieje się tak w szczególności dla kwadratowej nielinowości, która pojawiła się w pracy [10].

Ścisły matematyczny dowód naszych asymptotycznych przewidywań w przypadku $d=3$ został podany w pracy [7].

Najważniejszym zastosowaniem metod opisanych powyżej była pełna nieliniowa analiza procesu relaksacji samograwitującego pola skalarne do rozwiązania Minkowskiego w $d+1 = 3+2\ell+1$ wymiarach ($\ell \geq 0$). W pracy [6] podaliśmy zarówno wykładniki jak i amplitudy nieliniowych ogonów dla czasowej i zerowej asymptotyki, a następnie potwierdziliśmy te przewidywania numerycznie. Spodziewamy się, że w przypadku pola skalarne kolapsującego do czarnej dziury wartości wykładników nieliniowych ogonów są takie same jak w przypadku relaksacji do rozwiązania Minkowskiego. Zatem w $d = 3 + 2\ell$ wymiarach przestrzennych w przypadku $\ell = 0$ ($d = 3$) zarówno ogon liniowy jak i nieliniowy zanikają jak $1/t^3$. Ta numeryczna koincydencja spowodowała, że efekty nieliniowe w długo-czasowej asymptotyce rozwiązań równań Einsteina pozostawały przez długi czas niezauważone [41, 42, 43]. Natomiast w przypadku $\ell \geq 1$ (nieparzyste $d \geq 5$) oczekujemy, że ogon liniowy będzie zanikał jak $1/t^{6\ell+4}$ [9], natomiast ogon nieliniowy będzie zanikał jak $1/t^{3\ell+3}$ [6], dominując długo-czasową asymptotykę.

Ciekawym uogólnieniem bezmasowego pola skalarne jako modelu materii w równaniach Einsteina są mapy falowe sprzęgnięte z grawitacją. Są to mapy $U : \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{N}$ pomiędzy czasoprzestrznią $(\mathcal{M}, g_{\alpha\beta})$ a riemanowską rozmaitością (\mathcal{N}, G_{AB}) , będące punktami krytycznymi działania:

$$S = \int_{\mathcal{M}} \left(\frac{R}{16\pi G} - \lambda g^{\alpha\beta} \partial_\alpha U^A \partial_\beta U^B G_{AB} \right) dv.$$

Tutaj R oznacza skalar Ricciego metryki $g_{\alpha\beta}$, G - stałą grawitacji, λ - stałą sprzężenia mapy, a dv jest elementem objętości w czasoprzestrzeni $(\mathcal{M}, g_{\alpha\beta})$. Dla ekwiwariantnych map falowych indeks

ℓ mapy gra rolę podobną do multipolowego indeksu w rozkładzie pola skalarnego na harmoniki sferyczne, ale dzięki temu, że tensor energii pędu dla takiej mapy nie zależy od kątów, mapa może być konsystentnie sprzężona przez równania Einsteina z sferycznie symetrycznymi metrykami $g_{\alpha\beta}$. Linearyzacja takich równań prowadzi do pojawienia się bariery centryfugalnej $\ell(\ell + 1)/r^2$ wypychającej pole z obszaru centralnego. Dlatego mapy falowe były używane jako prosty model niesferycznego kolapsu grawitacyjnego [46]. W pracy [5] zbadaliśmy długo-czasową asymptotykę w tym modelu dla małych danych początkowych (ulegających dyspersji). Z pomocą rachunku perturbacyjnego otrzymaliśmy amplitudy i wykładniki potęgowych ogonów takich rozwiązań w czasowej i zerowej nieskończoności, a następnie potwierdziliśmy te przewidywania numerycznie.

5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych

- **Pozostałe prace wykonane po otrzymaniu stopnia doktora nauk fizycznych, nie wchodzące w skład cyklu zaprezentowanego w poprzednim rozdziale.** W pracach [13, 14, 15] zajmowałem się wyznaczaniem modów kwazinormalnych. Znajomość parametrów modów kwazinormalnych obiektów astrofizycznych jest bardzo istotna: teoretycznie pozwala zarówno zidentyfikować obiekt astrofizyczny (np. odróżnić czarną dziurę od gwiazdy neutronowej) jak również określić parametry obiektu (np. masę i kręt). W pracy [14] podałem uogólnienie metody Leavera [47] wyznaczania modów kwazinormalnych za pomocą łańcuchowych, w przypadku kiedy wymagane jest przedłużenie analityczne pomiędzy obszarami zbieżności szeregów reprezentujących rozwiązanie w otoczeniu punktów wyznaczających asymptotyki rozwiązań (które z kolei prowadzą do kwantyzacji modów kwazinormalnych). W pracach [13, 15] wyznaczone mody kwazinormalne służyły do opisu pośredniej asymptotyki dla symulowanych numerycznie modelowych układów (odpowiednio: pola Yanga-Millsa na tle czarnej dziury Schwarzschilda oraz próżniowego kolapsu grawitacyjnego w 9-ciu wymiarach czasoprzestrzennych, przy upraszczających założeniach o symetrii układu).

Praca [12] jest (mam nadzieję) pedagogicznym opisem technik numerycznych wykorzystanych w badaniu turbulენტnej niestabilności czasoprzestrzeni AdS [2, 3].

W pracy [16] badałem numerycznie charakterystyki pewnych obserwabli w teorii ładunku Staruszkiewicza [48] w celu wyróżnienia w ramach tej teorii wyróżnionych wartości stałej struktury subtelnej. Te badania nie przyniosły pozytywnych rezultatów, ale trudno się temu dziwić biorąc pod uwagę skalę trudności badanego problemu.

- **Prace wykonane przed otrzymaniem stopnia doktora nauk fizycznych.** W pracach wykonanych przed i w ramach doktoratu [17]-[21] zajmowałem się badaniem efektywnych modeli dla chromodynamiki kwantowej.
- **Wystąpienia konferencyjne i referaty.**

wystąpienia dotyczące niestabilności czasoprzestrzeni AdS lub rozwiązań periodycznych o asymptotyce AdS na konferencjach:

- *Holography: From Gravity to Quantum Matter*, Cambridge, 16-20.09.2013, referat *Time-Periodic Solutions in an Einstein AdS – Massless Scalar Field System*
- *Gravity - New perspectives from strings and higher dimensions*, Benasque, 14-26.07.2013, referat *Turbulent Instability of Anti-de Sitter Space*
- *NR/HEP2: Spring School*, Lizbona, 11-14.03.2013, wykłady *Turbulent Instability of Anti-de Sitter Space* i *Time-Periodic Solutions in an Einstein AdS – Massless Scalar Field System*

- *Holographic Thermalization*, Lejda, 8-12.10.2012, referat *Turbulent Instability of Anti-de Sitter Space*
- *Relativity and Gravitation 100 years after Einstein in Prague*, Praga, 25-29.06.2012, zaproszony wykład plenarny *Turbulent Instability of Anti-de Sitter Space*
- *stringtheory.pl/2012*, Wrocław, 13-15.04.2012, referat *Turbulent Instability of Anti-de Sitter Space*
- *Central European Relativity Seminar in Cracow*, Kraków, 02-04.02.2012, referat *Turbulent Instability of Anti-de Sitter Space*
- *Seminar on Mathematical Relativity*, Wiedeń, 27-29.01.2011, referat *Numerical investigation of a perturbed AdS spacetime*

oraz referaty w NCBJ w Warszawie (październik 2012), Instituto Superior Técnico w Lizbonie (październik 2011) i Albert Einstein Institute w Golm (maj 2011)

wystąpienia dotyczące relaksacji do rozwiązań statycznych i nieliniowych ogonów na konferencjach:

- *Spanish Relativity Meeting ERE 2009*, Bilbao 07-11.09.2009, referat *Non-linear effects in late-time asymptotics for self-gravitating massless fields*
- *12th Marcel Grossmann Meeting*, Paryż, 12-18.07.2009, referat *Non-linear effects in late-time asymptotics for self-gravitating massless fields*
- *49th Cracow School of Theoretical Physics*, Zakopane, 31.05-10.06.2009, referat *Non-linear Effects in Late-Time Asymptotics for Self-Gravitating Massless Fields*

oraz referaty w Albert Einstein Institute w Golm (maj 2009) i Friedrich-Schiller-Universität w Jenie (maj 2007)

• **Udział w grantach.**

- Grant NCN DEC-2012/06/A/ST2/00397 *Czasoprzestrzenie asymptotycznie anty-de Sittera, turbulencja i korespondencja AdS/CFT* 04.04.2013-03.04.2016, wykonawca
- Grant NCN NN 202 030740 *Globalna dynamika rozwiązań równań Einsteina i innych geometrycznych, nieliniowych równań ewolucyjnych* 30.05.2011-29.05.2014, wykonawca
- Grant MNII NN 202 079235 *Analiza nieliniowej stabilności stacjonarnych rozwiązań równań Einsteina i innych nieliniowych równań falowych* 08.10.2008-07.10.2010, wykonawca
- Grant KBN 1 P03B 012 29 *Czarne dziury, osobliwości i kolaps grawitacyjny* 18.11.2005-17.11.2008, wykonawca
- Grant KBN 2 P03B 048 22 *Funkcje falowe mezonów w modelu próżni instantonowej* 01.02.2002-28.02.2003, kierownik grantu

• **Wyróżnienia.**

- stypendium JM Rektora UJ 2004/2005,
- nagroda zespołowa (wraz z Piotrem Bizoniem) JM Rektora UJ 2011

• **Parametryczne podsumowanie wszystkich moich prac.**

Dane wg. bazy Web of Knowledge na dzień 21.11.2013:

cytowania 289 (bez autocytowań 255), h-index 10, liczba cytowań do poszczególnych prac jest podana w spisie literatury (pozycje [1]-[21]).

- **Dydaktyka.** Prowadziłem ćwiczenia do następujących wykładów: mechanika klasyczna, mechanika kwantowa, elektrodynamika klasyczna, OTW i klasyczna teoria pola, matematyczne metody fizyki, termodynamika, matematyka dyskretna. Obecnie prowadzę kurs (wykład i ćwiczenia) z mechaniki kwantowej dla studentów biofizyki i fizyki medycznej.

Andrzej Rostworowski

Kraków, 21.11.2013

Literatura

- [1] M. Maliborski, A. Rostworowski, *Time-periodic solutions in Einstein AdS - massless scalar field system*, **Phys. Rev. Lett.** **111**, 051102 (2013), arXiv:1303.3186, cytowania: 2.
- [2] J. Jałmużna, A. Rostworowski, P. Bizoń, *A comment on AdS collapse of a scalar field in higher dimensions*, **Phys. Rev. D** **84**, 085021 (2011), arXiv:1108.4539, cytowania: 19.
- [3] P. Bizoń, A. Rostworowski, *On weakly turbulent instability of anti-de Sitter space*, **Phys. Rev. Lett.** **107**, 031102 (2011), arXiv:1104.3702, cytowania: 48.
- [4] P. Bizoń, A. Rostworowski, *A note about late-time wave tails on a dynamical background*, **Phys.Rev.D** **81** (2010) 084047, arXiv:0912.3474, cytowania: 2.
- [5] P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, S. Zając *Late-time tails of wave maps coupled to gravity*, **Class. Quant. Grav.** **26** (2009) 225015, arXiv:0906.2919, cytowania: 7.
- [6] P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, *Late-time tails of a self-gravitating massless scalar field revisited*, **Class. Quantum Grav.** **26** (2009) 175006, arXiv:0812.4333, cytowania: 11.
P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, *Reply to the comment by Szpak on leading order asymptotics of late-time tails for a self-gravitating massless scalar field*, **Class. Quantum Grav.** **26** (2009) 248002, arXiv:0909.0316.
- [7] N. Szpak, P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, *Linear and nonlinear tails II: exact decay rates in spherical symmetry*, **Journal of Hyperbolic Differential Equations (JHDE)** **6** 107-125 (2009), arXiv:0712.0493, cytowania: 7.
- [8] P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, *A Note on late-time tails of spherical nonlinear waves*, **Phys. Rev. D****78** 024044 (2008), arXiv:0804.0903, cytowania: 4.
- [9] P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, *Anomalously small wave tails in higher dimensions*, **Phys. Rev. D****76** 124035 (2007), arXiv:0708.1769, cytowania: 11.
- [10] P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, *Late-time tails of a Yang-Mills field on Minkowski and Schwarzschild backgrounds*, **Class. Quant. Grav.** **24** F55-F63 (2007), arXiv:0704.0993, cytowania: 15.
- [11] P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, *On asymptotic stability of the Skymion*, **Phys. Rev. D****75** 121702 (2007), arXiv:0701037, cytowania: 15.
- [12] M. Maliborski, A. Rostworowski, *Turbulent instability of anti-de Sitter space time*, **IJMP A****28**, 1340020 (2013), arXiv:1308.1235, cytowania: 1.

- [13] P. Bizoń, A. Rostworowski, A. Zenginoglu, *Saddle-point dynamics of a Yang-Mills field on the exterior Schwarzschild spacetime*, **Class. Quantum Grav.** **27** (2010) 175003, [arXiv:1005.1708](#), cytowania: 4.
- [14] A. Rostworowski, *Quasinormal frequencies of D-dimensional Schwarzschild black holes: evaluation via continued fraction method*, **Acta Phys.Polon.** **B38** 81-89 (2007), [arXiv:gr-qc/0606110](#), cytowania: 5.
- [15] P. Bizoń, T. Chmaj, A. Rostworowski, B. G. Schmidt, Z. Tabor, *On vacuum gravitational collapse in nine dimensions*, **Phys.Rev.** **D72** 121502 (2005), [arXiv:gr-qc/0511064](#), cytowania: 10.
- [16] A. Rostworowski, *Staruszkiewicz's theory of the electric charge in a cut Fock space - numerical investigation*, **Acta Phys.Polon.** **B36** 2941-2953 (2005), cytowania: 1
- [17] M. Praszalowicz, A. Rostworowski, *Pion generalized distribution amplitudes in the nonlocal chiral quark model*, **Acta Phys.Polon.** **B34** 2699-2730 (2003), [arXiv:hep-ph/0302269](#), cytowania: 21.
- [18] M. Praszalowicz, A. Rostworowski, *QCD condensates and the pion wave functions in the nonlocal chiral model*, **Phys. Rev.** **D66** 054002 (2002), [arXiv:hep-ph/0111196](#), cytowania: 21.
- [19] M. Praszalowicz, A. Rostworowski, *Pion light cone wave function in the non-local NJL model*, **Phys. Rev.** **D64** 074003 (2001), [arXiv:hep-ph/0105188](#), cytowania: 69.
- [20] M. Praszalowicz, A. Rostworowski, *Spectrum of the odderon charge for arbitrary conformal weights*, **Acta Phys. Polon.** **B30** 349-357 (1999), [arXiv:hep-ph/9805245](#), cytowania: 9.
- [21] M. Praszalowicz, A. Rostworowski, *Problems with proton in the QCD dipole picture*, **Acta Phys. Polon.** **B29** 745-753 (1998), [arXiv:hep-ph/9712313](#), cytowania: 6.
- [22] J.M. Maldacena, *The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity*, **Adv. Theor. Math. Phys.** **2**, 231 (1998), [arXiv:hep-th/9711200](#).
- [23] E. Witten, *Anti De Sitter Space And Holography*, **Adv. Theor. Math. Phys.** **2**, 253 (1998), [arXiv:hep-th/9802150](#).
- [24] D. Christodoulou, S. Klainerman, *The global nonlinear stability of the Minkowski space*, (Princeton University Press, Princeton, NJ, 1993).
- [25] H. Friedrich, *On the Existence of n-Geodesically Complete or Future Complete Solutions of Einstein's Field Equations with Smooth Asymptotic Structure*, **Comm. Math. Phys.** **107**, 587 (1986)
- [26] D. Christodoulou, *The problem of a self-gravitating scalar field*, **Comm. Math. Phys.** **105**, 337 (1986).
- [27] D. Christodoulou, *A mathematical theory of gravitational collapse*, **Comm. Math. Phys.** **109**, 613 (1987).
- [28] M.W. Choptuik, *Universality and scaling in gravitational collapse of a massless scalar field*, **Phys. Rev. Lett.** **70**, 9 (1993).

- [29] A. Ishibashi and R. M. Wald, *Dynamics in non-globally-hyperbolic static spacetimes: III. Anti-de Sitter spacetime*, **Class. Quant. Grav.** **21**, 2981-3014 (2004), [arXiv:hep-th/0402184](#).
- [30] A. Buchel, L. Lehner and S.L. Liebling, *Scalar Collapse in AdS*, **Phys. Rev. D****86**, 123011 (2012), [arXiv:1210.0890](#).
- [31] H. Bantilan, F. Pretorius, S.S. Gubser, *Simulation of asymptotically AdS₅ spacetimes with a generalized harmonic evolution scheme*, **Phys.Rev.D****85** 084038 (2012), [arXiv:1201.2132](#).
- [32] I. Olabarrieta, J.F. Ventrella, M.W. Choptuik, W.G. Unruh, *Critical behavior in the gravitational collapse of a scalar field with angular momentum in spherical symmetry*, **Phys. Rev. D****76**, 124014 (2007), [arXiv:0708.0513](#).
- [33] P. Bizoń, T. Chmaj, B.G Schmidt, *Critical Behavior in Vacuum Gravitational Collapse in 4+1 Dimensions*, **Phys. Rev. Lett.** **95**, 071102 (2005), [arXiv:gr-qc/0506074](#).
- [34] O.J.C. Dias, G.T. Horowitz and J.E. Santos, *Gravitational Turbulent Instability of Anti-de Sitter Space*, **Class. Quant. Grav.** **29**, 194002 (2012), [arXiv:1109.1825](#).
- [35] O.J.C. Dias, G.T. Horowitz, D. Marolf and J.E. Santos, *On the Nonlinear Stability of Asymptotically Anti-de Sitter Solutions*, **Class. Quant. Grav.** **29**, 235019 (2012), [arXiv:1208.5772](#).
- [36] A. Buchel, S.L. Liebling, L. Lehner, *Boson stars in AdS spacetime*, **Phys. Rev. D****87**, 123006 (2013), [arXiv:1304.4166](#).
- [37] F. Pretorius, M.W. Choptuik, *Gravitational collapse in 2+1 dimensional AdS spacetime*, **Phys. Rev. D****62**, 124012 (2000), [arXiv:gr-qc/0007008](#).
- [38] P. Bizoń and J. Jałmużna, *Globally Regular Instability of 3-Dimensional Anti-De Sitter Spacetime*, **Phys. Rev. Lett.** **111**, 041102 (2013), [arXiv:1306.0317](#).
- [39] R.H Price, *Nonspherical Perturbations of Relativistic Gravitational Collapse. I. Scalar and Gravitational Perturbations*, **Phys. Rev. D****5**, 2419 (1972).
- [40] C. Gundlach, R.H. Price, J. Pullin, *Late-time behavior of stellar collapse and explosions. I. Linearized perturbations*, **Phys. Rev. D****49**, 883-889 (1994), [arXiv:gr-qc/9307009](#).
- [41] C. Gundlach, R.H. Price, J. Pullin, *Late-time behavior of stellar collapse and explosions. II. Nonlinear evolution*, **Phys. Rev. D****49**, 890-899 (1994), [arXiv:gr-qc/9307010](#).
- [42] L.M. Burko, A. Ori, *Late-time evolution of nonlinear gravitational collapse*, **Phys. Rev. D****56**, 7820-7832 (1997), [arXiv:gr-qc/9703067](#).
- [43] J. Winicour, *Characteristic Evolution and Matching*, **Living Rev. Relativity** **15**, 2 (2012), [arXiv:0810.1903](#).
- [44] E.S.C. Ching, P.T. Leung, W.M. Suen, K. Young, *Late-Time Tail of Wave Propagation on Curved Spacetime*, **Phys. Rev. Lett** **74**, 2414-2417 (1995), [arXiv:gr-qc/9410044](#).
- [45] E.S.C. Ching, P.T. Leung, W.M. Suen, K. Young, *Wave propagation in gravitational systems: Late time behavior*, **Phys. Rev. D****52**, 2118-2132 (1995), [arXiv:gr-qc/9507035](#).
- [46] P. Bizoń, T. Chmaj, Z. Tabor, *Dispersion and collapse of wave maps*, **Nonlinearity** **13**, 1411-1423 (2000) [arXiv:math-ph/9912009](#).

- [47] E.W. Leaver, *An Analytic Representation for the Quasi-Normal Modes of Kerr Black Holes*, **Proc. R. Soc. Lond. A****402**, 285 (1985)
- [48] A. Staruszkiewicz, *Quantum Mechanics of Phase and Charge and Quantization of the Coulomb Field*, **Ann. Phys. (N.Y.)** **190** 354-372 (1989)