

Autoreferat

I. Imię i Nazwisko

Bogdan Damski

II. Posiadane dyplomy i stopnie naukowe

- Stopień doktora nauk fizycznych w zakresie fizyki, Uniwersytet Jagielloński, Kraków, 2003 r.
Tytuł rozprawy: Kolektywne zjawiska w zdegenerowanych gazach atomowych.
Promotor: Prof. Dr hab. Jakub Zakrzewski.
- Stopień magistra fizyki, Uniwersytet Jagielloński, Kraków, 1999 r.
Tytuł rozprawy: Supersymetryczne metody uzyskiwania równań Bogomolnego.
Promotor: Dr hab. Leszek Hadasz.

III. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych

- 2009 – obecnie: Pracownik (“Staff member”), Los Alamos National Laboratory, USA.
- 2005 – 2009: Postdok, Los Alamos National Laboratory, USA.
- 2003 – 2005: Postdok, Institut für Theoretische Physik, Hannover.
- 2000 – 2003: Doktorant, Uniwersytet Jagielloński, Kraków.

IV. Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.)

Jako osiągnięcie naukowe przedstawiam jednotematyczny cykl 8 publikacji na temat dynamiki przejść fazowych:

1. “*The simplest quantum model supporting the Kibble-Zurek mechanism of topological defect production: Landau-Zener transitions from a new perspective*”, B. Damski, Phys. Rev. Lett. **95**, 035701 (2005).
2. “*Adiabatic-Impulse approximation for avoided level crossings: from phase transition dynamics to Landau-Zener evolutions and back again*”, B. Damski and W.H. Zurek, Phys. Rev. A **73**, 063405 (2006).

3. “*Dynamics of a quantum phase transition in a ferromagnetic Bose-Einstein condensate*”, B. Damski and W.H. Zurek, Phys. Rev. Lett. **99**, 130402 (2007).
4. “*How to fix a broken symmetry: quantum dynamics of symmetry restoration in a ferromagnetic Bose-Einstein condensate*”, B. Damski and W.H. Zurek, New J. Phys. **10**, 045023 (2008).
5. “*Quantum phase transition in space in a ferromagnetic spin-1 Bose-Einstein condensate*”, B. Damski and W.H. Zurek, New J. Phys. **11**, 063014 (2009).
6. “*Dynamics of a quantum quench in an ultracold atomic BCS superfluid*”, C.C. Chien and B. Damski, Phys. Rev. A **82**, 063616 (2010).
7. “*Critical dynamics of decoherence*”, B. Damski, H.T. Quan, and W.H. Zurek, Phys. Rev. A **83**, 062104 (2011).
8. “*Soliton creation during a Bose-Einstein condensation*”, B. Damski and W.H. Zurek, Phys. Rev. Lett. **104**, 160404 (2010).

Informacje na temat ilości cytowań/wskaźnika “impact factor” tych publikacji znajdują się w referencjach [1–8]. Te artykuły zostaną omówione w rozdziale V (podsumowanie wszystkich moich publikacji [1–29] znajduje się w rozdziale VI).

V. Omówienie celu naukowego i uzyskanych wyników w jednotematycznym cyklu prac przedstawionym jako osiągnięcie naukowe

Poniżej przedstawimy pogładową dyskusję prac [1–8]. Nie będziemy wchodzić w szczegóły tych obliczeń a ilość wzorów ograniczymy do minimum niezbędnego do jasnego przedstawienia dyskutowanych problemów. Wszystkie wzory będą zapisane przy pomocy *bezwymiarowych* wielkości.

A. Wprowadzenie

Przejścia fazowe zachodzą wtedy, gdy własności układu zmieniają się dramatycznie na skutek małej zmiany pewnego parametru (w tej rozprawie zważamy się do przejść fazowych drugiego rodzaju). W przypadku klasycznych przejść fazowych takim parametrem jest typowo temperatura T . Jako przykład warto tutaj podać przejścia metal – nadprzewodnik i normalny gaz – kondensat Bosego-Einsteina. Obydwa procesy zachodzą na skutek obniżania temperatury układu i dla każdego z nich istnieje temperatura krytyczna T_c , poniżej której układ wkracza do nowej fazy.

Dramatyczna zmiana stanu układu po dwóch stronach przejścia fazowego jest sygnalizowana osobliwościami w *równowagowych* własnościach układu. Położenie tych osobliwości definiuje punkt krytyczny. Na przykład, długość korelacji w pobliżu punktu krytycznego typowo rośnie potęgowo i jest opisana wykładnikiem krytycznym $\nu > 0$:

$$\xi \sim |\varepsilon - \varepsilon_c|^{-\nu},$$

gdzie ε jest parametrem przejścia a ε_c jest położeniem punktu krytycznego (na przykład $\varepsilon = T/T_c$ i wtedy $\varepsilon_c = 1$). Podobnie czas relaksacji układu – czas po jakim układ powraca do stanu równowagi termodynamicznej po małym zaburzeniu – jest osobliwy w punkcie krytycznym. Typowo ta rozbieżność ma postać:

$$\tau \sim |\varepsilon - \varepsilon_c|^{-z\nu},$$

gdzie $z > 0$ jest dynamicznym wykładnikiem krytycznym. Wykładniki krytyczne z i ν odzwierciedlają symetrię układu, czyli jego klasę uniwersalności.

Implikacje istnienia tych osobliwości na dynamikę układu są bardzo ciekawe: na skutek rozbieżności czasu relaksacji nie jest możliwa adiabatyczna ewolucja przez punkt krytyczny w skończonym czasie [30].

Zatem pojawia się pytanie jak można w systematyczny sposób badać nierównowagową ewolucję przez punkt krytyczny? Najprostszy pomysł polega na przeprowadzeniu układu z jednej fazy do drugiej poprzez liniową w czasie zmianę parametru przejścia:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_c + \frac{t}{\tau_Q}, \quad (1)$$

gdzie czas przebiega od $t \ll 0$ do $t \gg 0$ a τ_Q jest parametrem. Układ przechodzi przez punkt krytyczny w chwili $t = 0$ a szybkość zmiany parametru przejścia jest odwrotnie proporcjonalna do τ_Q : adiabatyczna ewolucja odpowiada granicy $\tau_Q \rightarrow \infty$ a diabatyczna $\tau_Q \rightarrow 0$.

Najprostsze podejście pozwalające na analityczny wgląd w dynamikę przejścia fazowego jest oparte na przybliżeniu adiabatyczno-impulsowym. To przybliżenie zakłada, że układ będzie ewoluował adiabatycznie daleko od punktu krytycznego gdzie czas relaksacji jest mały. Z kolei w okolicy punktu krytycznego, jego ewolucja będzie w przybliżeniu diabatyczna/impulsowa: jego stan nie będzie się zmieniał ponieważ czas relaksacji jest zbyt duży aby układ mógł zareagować na przyłożone zaburzenie.

Pozostaje zatem pytanie jak duży jest impulsowy obszar dynamiki i jakie konsekwencje wynikają z jego istnienia. Aby odpowiedzieć na to pytanie definiujemy szereg wielkości, które będą się w podobnym kontekście propagować przez całą tę rozprawę:

- rozmiar obszaru impulsowego wynosi $\hat{\varepsilon}$: ewolucja jest impulsowa gdy $|\varepsilon(t) - \varepsilon_c| < \hat{\varepsilon}$,
- czas ewolucji między punktem krytycznym a brzegiem obszaru impulsowego oznaczamy przez $\hat{t} = \tau_Q \hat{\varepsilon}$,
- długość korelacji w momencie wkroczenia do obszaru impulsowego wynosi $\hat{\xi} = \xi(\varepsilon_c - \hat{\varepsilon})$.

Oszacowanie gdzie układ wypada ze stanu równowagi jest oparte na porównaniu czasu relaksacji układu do skali czasowej na jakiej zmieniany jest parametr przejścia:

$$\tau(\varepsilon_c \pm \hat{\varepsilon}) \sim \left. \frac{\varepsilon(t) - \varepsilon_c}{\frac{d}{dt}(\varepsilon(t) - \varepsilon_c)} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_c \pm \hat{\varepsilon}}. \quad (2)$$

Rozwiązując to równanie dostajemy

$$\hat{\varepsilon} \sim \tau_Q^{\frac{-1}{1+z\nu}}, \quad \hat{t} \sim \tau_Q^{\frac{z\nu}{1+z\nu}}, \quad \hat{\xi} \sim \tau_Q^{\frac{\nu}{1+z\nu}}.$$

Na skutek ewolucji impulsowej układ ma korelacje “zamrożone” na skali długości $\hat{\xi}$ w chwili opuszczenia obszaru impulsowego. Jeśli rozważane przejście następuje z fazy symetrycznej do fazy ze złamana symetrią spodziewamy się, że znajdziemy defekty topologiczne po drugiej stronie przejścia – wiry, monopole, kinki, etc. w zależności od symetrii układu. Ich gęstość będzie się skalowała z czasem τ_Q jak $1/\hat{\xi}^d \sim 1/\tau_Q^{\frac{d\nu}{1+z\nu}}$ (d jest wymiarem przestrzennym układu). To jest główny wynik Zurka z pracy [30].

Powyższe wyniki pokazują jak można wykorzystać równowagowe prawa skalowania w pobliżu punktu krytycznego do zrozumienia nierównowagowej dynamiki klasycznych przejść fazowych. Co więcej, pokazują one wprost jak klasa uniwersalności przejścia fazowego wpływa na jego nierównowagowe zachowanie. Powyższa teoria bazuje na pracach Kibbla dotyczących wczesnej dynamiki Wszechświata [31] i dlatego nosi nazwę teorii Kibbla-Zurka [32].

Ponieważ przedstawione wyżej rozważania dotyczą klasycznych przejść fazowych, interesujące jest zbadanie jak wygląda dynamika kwantowych przejść fazowych. Ten ciekawy problem jest intensywnie analizowany od mniej więcej 2005 roku [33]. Prace dyskutowane w tej rozprawie omawiają różne aspekty dynamiki kwantowych przejść fazowych [1–7]. Ponadto omawiamy tutaj jedną pracę o dynamice klasycznego przejścia fazowego, ilustrując jak ww. koncepcje działają w praktyce [8].

B. Przybliżenie adiabaticzno-impulsowe w mechanice kwantowej

W tym rozdziale omówimy prace [1, 2].

Praca [1] proponuje jak można przybliżenie adiabaticzno-impulsowe (PAI) z teorii nierównowagowych klasycznych przejść fazowych zastosować do opisu dynamiki dwupoziomowych układów kwantowych z anty-skrzyżowaniem. Model jaki proponujemy jest prosty. Układ zaczyna ewolucję ze stanu podstawowego Hamiltonianu $\hat{H}(\varepsilon)$, gdzie ε jest parametrem, którego zależność od czasu ma postać (1). W analogii do rozważań z rozdziału V A, wprowadzamy kwantowy odpowiednik klasycznego czasu relaksacji układu jako odwrotność przerwy energetycznej ΔE : $\tau = 1/\Delta E$. Gdy przerwa energetyczna jest duża, układ znajduje się daleko od anty-skrzyżowania, τ jest małe: układ szybko dostosowuje się do zmian Hamiltonianu. Zatem ewolucja jest adiabaticzna. Ta obserwacja sugeruje, że τ możemy nazywać czasem reakcji układu (z oczywistych powodów nie mamy tutaj relaksacji). Z kolei gdy przerwa energetyczna jest mała, układ przechodzi diabatyczną ewolucję, którą w PAI modelujemy założeniem, że z dokładnością do nieznanego czynnika fazowego funkcja falowa się nie zmienia.

Zakładamy, że przejście od adiabaticznej do impulsowej ewolucji zachodzi w odległości $\hat{\varepsilon}$ od środka anty-skrzyżowania będącego w punkcie ε_c . Tę odległość wyliczamy z kwantowej wersji równania (2),

$$\frac{1}{\Delta E(\varepsilon_c \pm \hat{\varepsilon})} = \alpha \left. \frac{\varepsilon(t) - \varepsilon_c}{\frac{d}{dt}(\varepsilon(t) - \varepsilon_c)} \right|_{\varepsilon = \varepsilon_c \pm \hat{\varepsilon}}, \quad (3)$$

gdzie $\alpha = \mathcal{O}(1)$ jest nieznanym parametrem, którego wyznaczenie omówimy poniżej. W duchu dyskusji z rozdziału V A rozdzielamy ewolucję przez anty-skrzyżowanie na trzy etapy.

W pierwszym etapie, $\varepsilon(t) < \varepsilon_c - \hat{\varepsilon}$, ewolucja jest adiabaticzna: funkcja falowa $|\Psi(t)\rangle = e^{i\phi(t)}|\varepsilon(t)\rangle$, gdzie $|\varepsilon(t)\rangle$ jest stanem podstawowym $\hat{H}(\varepsilon(t))$ a $\phi(t)$ jest nieznaną fazą. W drugim etapie zachodzi impulsowa ewolucja dookoła anty-skrzyżowania: $|\varepsilon(t) - \varepsilon_c| < \hat{\varepsilon}$. Wtedy zakładamy, że $|\Psi(t)\rangle = e^{i\phi(t)}|\varepsilon_c - \hat{\varepsilon}\rangle$ (stan układu jest “zamrożony”). W trzecim

etapie gdzie $\varepsilon(t) > \varepsilon_c + \hat{\varepsilon}$, mamy ponownie adiabaticzną ewolucję, ale stan układu jest wzbudzony. Adiabaticzność oznacza tutaj, że $|\langle \Psi(t) | \varepsilon(t) \rangle|$ nie zmienia się w czasie.

Z tych założeń natychmiast dostajemy, że prawdopodobieństwo znalezienia układu w stanie wzbudzonym po przejściu anty-skrzyżowania (daleko od niego) wynosi $1 - |\langle \varepsilon_c - \hat{\varepsilon} | \varepsilon_c + \hat{\varepsilon} \rangle|^2$. Zatem z pomocą PAI wyraziliśmy nierównowagową wielkość (prawdopodobieństwo wzbudzenia) przy pomocy równowagowych własności układu (stanów własnych).

To proste przewidywanie zilustrujemy na przykładzie modelu Landaua-Zenera: jednego z najbardziej użytecznych zależnych od czasu układów kwantowych. Jego Hamiltonian ma postać $\hat{H} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \varepsilon(t) & 1 \\ 1 & -\varepsilon(t) \end{pmatrix}$, gdzie $\varepsilon(t) = t/\tau_Q$. Diagonalizacja pokazuje, że ma on anty-skrzyżowanie w poziomach energetycznych w $\varepsilon_c = 0$: $\Delta E = \sqrt{1 + \varepsilon^2}$. Rozwiązanie równania (3) nie przedstawia problemu.

W pracy [1] pokazaliśmy, że dla szybkich przejść, $\tau_Q \rightarrow 0$, PAI odtwarza ściśle wynik na prawdopodobieństwo wzbudzenia, $\exp(-\pi\tau_Q/2)$, z dokładnością do wyrazów rzędu $\mathcal{O}(\tau_Q^3)$ gdy parametr $\alpha = \pi/2$. Ponadto pokazaliśmy też bardzo dobrą zgodność między PAI i ściśłym wynikiem gdy ewolucja zaczyna się ze stanu podstawowego w centrum anty-skrzyżowania (układ przechodzi na początku impulsową ewolucję a potem adiabaticzną). Badania przybliżenia adiabaticzno-impulsowego były kontynuowane w pracy [2].

Po pierwsze, pokazaliśmy że współczynnik α można prosto analitycznie wyznaczyć rozwiązując zależne od czasu równanie Schrödingera w granicy $\tau_Q \rightarrow 0$. Ponadto, analizując różne modele pokazaliśmy, że w szerokim zakresie czasów ewolucji τ_Q PAI dostarcza istotnie lepsze wyniki niż najniższego rzędu przybliżenie w małym τ_Q stosowane do wyznaczenia α .

Po drugie, PAI zostało zastosowane do niesymetrycznego układu Landau-Zenera (gdzie τ_Q zmienia wartość po przejściu anty-skrzyżowania) i zmodyfikowanego problemu Landaua-Zenera (gdzie $\varepsilon(t)$ jest nieliniowe). Uzyskany w ramach PAI wynik został porównany do ściśłego rozwiązania w pierwszym przypadku i numerycznego rozwiązania w drugim. W obydwu przypadkach poprawność PAI została potwierdzona.

Po trzecie, zastosowaliśmy PAI do wyliczenia ilości defektów topologicznych powstających podczas nierównowagowego kwantowego przejścia fazowego w modelu Isinga (więcej o tym modelu napiszemy w rozdziale V F). Skorzystaliśmy tutaj z ważnej pracy Dziarmagi pokazującej, że dynamikę tego systemu można ściśle opisać badając niezależną dynamikę podukładów typu Landaua-Zenera [34]. Uzyskany z PAI wynik doskonale porównuje się do ściśłego wyniku Dziarmagi.

Podsumowując, w pracach [1, 2] pokazaliśmy jak można skutecznie zastosować koncepcje znane z nierównowagowej teorii klasycznych przejść fazowych do opisu dynamiki prostych układów kwantowych. Podobne pomysły można zastosować do opisu dynamiki kwantowych przejść fazowych, co zilustrujemy w kolejnym rozdziale (jak również w rozdziałach V E i V F).

C. Dynamika kwantowego przejścia fazowego w spinorowym kondensacie Bosego-Einsteina

Omówimy tutaj prace [3, 4] na temat dynamiki kwantowego przejścia fazowego w spinorowym kondensacie Bosego-Einsteina. W pierwszej z nich analizujemy przejście od fazy symetrycznej do fazy ze złamaną symetrią, a w drugiej odwrotne przejście. Na początek zdefiniujemy kwantowe przejście fazowe.

Kwantowe przejście fazowe zachodzi wtedy, gdy stan *podstawowy* układu zmienia się dramatycznie na skutek małej zmiany parametru od jakiego zależy Hamiltonian układu (np. zewnętrznego pola magnetycznego) [35]. Ten parametr nazywamy ε . W przeciwieństwie do klasycznych przejść fazowych, kwantowe przejścia fazowe mogą zachodzić w zerowej temperaturze. W punkcie krytycznym ε_c długość korelacji jest rozbieżna, $\xi \sim |\varepsilon - \varepsilon_c|^{-\nu}$, a przerwa energetyczna na wzbudzenie układu ze stanu podstawowego znika, $\Delta E \sim |\varepsilon - \varepsilon_c|^{z\nu}$. Identyfikując jak w rozdziale VB czas reakcji układu z odwrotnością przerwy energetycznej ΔE [1], dostajemy $\tau \sim 1/|\varepsilon - \varepsilon_c|^{z\nu}$ [36]. Znikanie przerwy energetycznej powoduje, że nie jest możliwe adiabatyczne przeprowadzenie układu przez punkt krytyczny zmieniając $\varepsilon(t)$ na skończonej skali czasowej.

Rozważamy jednowymiarowy model gazu bozonowego złożonego z zimnych atomów ^{87}Rb przygotowanych w stanie o spinie 1. Zakładamy, że jednorodne pole magnetyczne w kierunku z jest przyłożone do układu. Namagnesowanie układu klasyfikujemy jako podłużne (w kierunku z) i poprzeczne (na płaszczyźnie x, y) względem kierunku pola magnetycznego. W przybliżeniu średniopoleowym taki gaz jest opisany przez następujący funkcjonal energii:

$$E[\Psi] = \int dx \left(\frac{1}{2} \frac{d\Psi^\dagger}{dx} \frac{d\Psi}{dx} + \frac{c_0}{2} (\Psi^\dagger \Psi)^2 + \frac{c_1}{2} \sum_{\alpha=x,y,z} (\Psi^\dagger F_\alpha \Psi)^2 + Q \Psi^\dagger F_z^2 \Psi \right), \quad (4)$$

gdzie parametr porządku Ψ ma trzy komponenty kondensatowe: $\Psi^T = (\psi_1, \psi_0, \psi_{-1})$. Pierwszy wyraz powyżej jest członem kinetycznym. Drugi (trzeci) odpowiada za niezależne (zależne) od spinu zderzenia/oddziaływania atomów, a ostatni jest kwadratowym przesunięciem Zeemana na skutek oddziaływania atomów z polem magnetycznym (Q jest proporcjonalne do kwadratu pola magnetycznego; liniowy efekt Zeemana można wyeliminować z opisu dzięki założeniu o jednorodności pola magnetycznego). Namagnesowanie układu jest mierzone wartościami oczekiwanymi $f_z = \Psi^\dagger F_z \Psi$ i $f_\perp = \Psi^\dagger (F_x + iF_y) \Psi$, gdzie $F_{x,y,z}$ są macierzami spinowymi dla cząstki o spinie 1.

Nas interesuje fizyka tego układu w podprzestrzeni zerowego całkowitego podłużnego namagnesowania: $\int dx f_z = 0$. W stanie podstawowym kładziemy $f_z = 0$ i badamy namagnesowanie poprzeczne. Parametrem przejścia jest $\varepsilon = \frac{Q}{\rho|c_1|}$, gdzie $\rho = \Psi^\dagger \Psi$ ($\int dx \rho = 1$). Punkt krytyczny znajduje się w $\varepsilon_c = 2$. Dla $\varepsilon > \varepsilon_c$ układ jest w fazie polarnej gdzie $f_\perp^{\text{eq}} = 0$ (eq oznacza równowagową wartość). Dla $0 \leq \varepsilon < \varepsilon_c$ układ jest w fazie ze złamana symetrią gdzie $f_\perp^{\text{eq}} = \rho \sqrt{1 - \varepsilon^2/4} e^{i\chi}$ i χ jest dowolną niezależną od położenia fazą. Zatem namagnesowanie poprzeczne nie jest w stanie podstawowym rotacyjnie niezmiennicze na płaszczyźnie (x, y) w przeciwieństwie do funkcjonału energii: spontaniczne łamanie symetrii pojawia się.

W pracy [3] rozważamy nierównowagowe przejście z fazy polarnej do fazy ze złamana symetrią. Początkowo, powiedzmy w $t = -\infty$, układ znajduje się w stanie podstawowym w silnym polu magnetycznym. To pole wyłączamy powoli tak aby $\varepsilon(t) = \varepsilon_c - t/\tau_Q$. Wykładniki krytyczne po dwóch stronach punktu krytycznego wynoszą $z = 1$ i $\nu = 1/2$. Badając dynamikę układu widzimy, że jego wzbudzenie po stronie polarnej jest zaniedbywalne. Ewolucja w fazie ze złamana symetrią jest najpierw impulsowa ($\varepsilon(t) : \varepsilon_c \rightarrow \varepsilon_c - \hat{\varepsilon}$; namagnesowanie poprzeczne jest bliskie zeru), a potem adiabatyczna ($\varepsilon(t) : \varepsilon_c - \hat{\varepsilon} \rightarrow 0$; namagnesowanie poprzeczne “stara” się podążać za równowagowym wynikiem). Granicę między tymi obszarami dostajemy rozwiązując równanie (3)

$$\hat{\varepsilon} \sim \tau_Q^{-2/3}, \quad \hat{t} \sim \tau_Q^{1/3}. \quad (5)$$

Ten sam wynik można też uzyskać rozwiązując równanie

$$\frac{1}{\Delta E(\varepsilon_c \pm \hat{\varepsilon})} = \alpha \left. \frac{\Delta E(\varepsilon(t))}{\frac{d}{dt} \Delta E(\varepsilon(t))} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_c \pm \hat{\varepsilon}}, \quad (6)$$

czyli porównując czas reakcji układu do tempa zmiany przerwy energetycznej na wzbudzenia.

Wynik (5) potwierdzamy rozwiązując równania na ewolucję parametru porządku. Robimy to analitycznie po zlinearyzowaniu problemu i numerycznie (bez przybliżeń).

Następnie patrzemy lokalnie na namagnesowanie układu. Spodziewamy się, że proces dynamicznego łamania symetrii – czyli lokalnego wyboru kierunku namagnesowania poprzecznego – rozpoczyna się zaraz po przekroczeniu punktu krytycznego. Ponieważ lokalnie każdy kierunek jest równie dobry a informacja o tym jaki kierunek został lokalnie wybrany propaguje się ze skończoną prędkością, spodziewamy się że powstaną domeny magnetyczne. Intuicja oparta na teorii Kibbla-Zurka podpowiada, że ich typowy rozmiar powinien być rzędu odległości na jakiej fale spinowe potrafią skorelować kierunek namagnesowania poprzecznego w impulsowym etapie ewolucji. Ta odległość, $\hat{\xi}$, powinna być rzędu $\int_0^{\hat{t}} dt v_s(\varepsilon(t))$, gdzie v_s jest prędkością propagacji fluktuacji spinowych. Prosty rachunek daje

$$\hat{\xi} \sim \tau_Q^{1/3}.$$

Dostajemy więc następujący obraz fizyczny: bezmasowe mody układu (fale spinowe) ustalają kierunek namagnesowania poprzecznego, a wzbudzenie modu z przerwą enegetyczną odpowiada za makroskopowy wzrost tego namagnesowania niezbędny do rozpoczęcia ewolucji adiabaticznej.

Badaliśmy więc numerycznie namagnesowanie poprzeczne, obserwując powstawanie domen magnetycznych i spontaniczne “nawinięcia” $f_{\perp}(x, t)$. To ostatnie jest widoczne poprzez indeks nawinięcia równy $\frac{1}{2\pi} \int dx \frac{d}{dx} \text{Arg}(f_{\perp})$. Ten indeks przyjmuje wartości całkowite z powodu okresowych warunków brzegowych w naszych symulacjach. Zarówno rozmiar domen jak i indeks nawinięcia były niestabilne podczas ewolucji, co utrudniało badanie ich skalowania z τ_Q .

Zatem zbadaliśmy namagnesowanie podłużne i zaobserwowaliśmy, że po przekroczeniu punktu krytycznego tworzy się sieć domen, w której f_z jest na przemian dodatnie/ujemne ($\int dx f_z = 0$ podczas ewolucji). Policzyliśmy ich średni rozmiar i dostaliśmy, że skaluje się on z czasem przejścia jak $\hat{\xi}$. To sugeruje, że wzrost nierównowagowego namagnesowania podłużnego jest skorelowany z dynamicznym łamaniem symetrii w namagnesowaniu poprzecznym.

Motywacja do tych rachunków pochodzi od eksperymentu z grupy Dana Stampera-Kurna z Berkeley badającego szybkie przejście z fazy polarnej do fazy ze złamana symetrią (w naszej notacji odpowiada to $\tau_Q \rightarrow 0$) [37]. W tym przypadku wzbudzenie układu nie odzwierciedla osobliwości punktu krytycznego: ewolucja jest tak szybka, że układ nie zauważa obszaru krytycznego. Nasza praca koncentruje się na granicy wolnego przejścia, $\tau_Q \gg 1$. Oszacowanie skal czasowych potrzebnych na eksperymentalne przeprowadzenie takiego przejścia daje rozsądne wyniki [3].

Druga praca, którą omówimy w tym rozdziale dotyczy dynamiki spinorowego kondensatu podczas przejścia z fazy ze złamana symetrią do fazy polarnej [4]. Ten problem odbiega od typowej analizy dynamiki przejść fazowych, gdzie celem jest badanie wzbudzenia układu na skutek dynamicznego łamania symetrii. Analizujemy to przejście w przybliżeniu jednomodowym, w którym parametr porządku Ψ nie zależy od położenia. Zmieniając liniowo

w czasie pole magnetyczne, parametr przejścia $\varepsilon(t) = \frac{1}{8}(\frac{t}{\tau_Q})^2$ (liniowe $\varepsilon(t)$ powoduje małe wzbudzenie układu na początku ewolucji, co staramy się tutaj uniknąć). Taki wybór $\varepsilon(t)$ gwarantuje również, że koło punktu krytycznego $d\varepsilon/dt \approx \tau_Q^{-1}$, co pozwala na podobną analizę dynamiki jak powyżej. Ewolucja zaczyna się ze stanu podstawowego w $\varepsilon(t=0) = 0$, w którym symetria została złamana w dowolnym kierunku poprzecznym i $f_z = 0$. Analizę problemu rozbijamy na cztery części.

Po pierwsze, badamy jak układ wypada ze stanu równowagi w pobliżu punktu krytycznego. Stosując dosłownie przybliżenie adiabaticzno-impulsowe dostajemy, że między $\varepsilon = \varepsilon_c - \hat{\varepsilon}$ a punktem krytycznym mamy $|f_{\perp}(\varepsilon(t))|^2 \approx |f_{\perp}^{\text{eq}}(\varepsilon_c - \hat{\varepsilon})|^2 \sim \tau_Q^{-2/3}$. Naturalnie, dynamika układu nie “zamarza” w pobliżu punktu krytycznego: pokazujemy numerycznie, że w obszarze impulsowym

$$|f_{\perp}(\varepsilon(t))|^2 - |f_{\perp}^{\text{eq}}(\varepsilon(t))|^2 = |f_{\perp}^{\text{eq}}(\varepsilon_c - \hat{\varepsilon})|^2 f\left(\frac{\varepsilon(t) - \varepsilon_c}{\hat{\varepsilon}}\right). \quad (7)$$

Pierwszy czynnik pochodzi z przybliżenia adiabaticzno-impulsowego i w punkcie krytycznym daje poprawne skalowanie namagnesowania poprzecznego z τ_Q ($f(0)$ nie zależy od τ_Q). Drugi czynnik zawiera (nieznana analitycznie) funkcję f , która koryguje założenie o “zamrożeniu” stanu układu w obszarze impulsowym (jej argument jednak odwierca impulsowy charakter ewolucji).

Po drugie, analizowaliśmy jak będzie wyglądała swobodna ewolucja układu po zatrzymaniu zmian pola magnetycznego w fazie polarnej. Ścisłe (w przybliżeniu jednomodowym) rozwiązanie na swobodną ewolucję $f_{\perp}(t)$ wyraża się przez eliptyczne funkcje Jacobiego. Bliżko punktu krytycznego $f_{\perp}(t)$ oscyluje z okresem odwrotnie proporcjonalnym do amplitudy oscylacji: dynamika jest nieliniowa. Co więcej, ponieważ f_{\perp} skaluje się jak $\tau_Q^{-1/3}$ w punkcie krytycznym (7), okres tych oscylacji jest proporcjonalny do $\tau_Q^{1/3}$. Zatem zawiera on informację o klasie uniwersalności przejścia fazowego. Daleko od punktu krytycznego swobodne oscylacje stają się harmoniczne: ich okres zależy tylko od pola magnetycznego w którym została zatrzymana wymuszona ewolucja.

Po trzecie, zbadaliśmy co się stanie jak będziemy zwiększać w dowolny sposób $\varepsilon(t)$ do nieskończoności. Wynik jest ciekawy: dynamikę namagnesowania opisuje równanie wymuszonego oscylatora harmonicznego na jaki działa anty-tarcie. Ścisłe rozwiązanie tego równania dla dowolnego $\varepsilon(t)$ jest zdumiewająco proste i przewiduje oscylacje $f_{\perp}(t)$ ze stałą amplitudą: daleko od punktu krytycznego nie jest możliwe wzbudzenie modów układu odpowiedzialnych za zmianę amplitudy tych oscylacji z powodu dużej przerwy energetycznej.

Po czwarte, porzuciliśmy przybliżenie jednomodowe i zaburzyliśmy przestrzennie parametr porządku w $t = 0$. Zmieniając wielkość zaburzenia i badając dynamikę układu ustaliliśmy zakres stosowalności przybliżenia jednomodowego.

Podsumowując, prace [3, 4] analizują nierównowagową dynamikę spinorowego kondensatu Bosego-Einsteina. Pokazują one jak można prosto powiązać dynamikę namagnesowania z osobliwościami punktu krytycznego.

D. Dynamika “przestrzennego” przejścia fazowego w spinorowym kondensacie

W tym rozdziale omówimy pracę [5], gdzie badamy “dynamikę” kwantowego przejścia fazowego w “przestrzeni”.

Przez dynamikę w przestrzeni rozumiemy sytuację, w której parametr przejścia fazowego jest niezależny od czasu, ale za to jest niejednorodny przestrzennie. To jest dokładnie odwrotna sytuacja do tej, którą rozważaliśmy w rozdziale VC, gdzie dynamika przejścia fazowego w “czasie” była analizowana (parametr przejścia był jednorodny przestrzennie, ale zależny od czasu).

Analogia między tymi dwoma pozornie różnymi przejściami pojawia się, gdy patrzymy lokalnie na stan podstawowy w niejednorodnym polu. Powiedzmy, że pole wywołujące przejście jest takie, że $\varepsilon(x) = \varepsilon_c + x/\lambda_Q$, gdzie ε_c odpowiada kwantowemu punktowi krytycznemu w *jednorodnym* układzie a λ_Q jest parametrem (przestrzennym analogiem τ_Q). Pole osiąga wartość krytyczną ε_c w punkcie $x_c = 0$, który będziemy nazywać przestrzennym punktem krytycznym. Wprowadzamy też lokalną długość korelacji $\xi^{\text{lok}}(x) \equiv \xi(\varepsilon(x))$, gdzie ξ jest długością korelacji w jednorodnym układzie.

Daleko od przestrzennego punktu krytycznego, $\xi^{\text{lok}}(x)$ jest mała a zatem układ będzie podążał za przyłożonym polem: jego lokalne własności będą bliskie tym, jakie miałyby gdyby był wystawiony na jednorodne przestrzennie pole. A więc dla $x \ll x_c$ i $x \gg x_c$, czyli $\varepsilon(x) \ll \varepsilon_c$ i $\varepsilon(x) \gg \varepsilon_c$, układ będzie lokalnie w dwóch różnych fazach. W okolicy x_c , $\xi^{\text{lok}}(x) \sim |\varepsilon(x) - \varepsilon_c|^{-\nu}$ ma osobliwość i układ nie będzie w stanie nadążyć za zmianą pola: lokalnie jednorodne przybliżenie załamie się. Zatem “przejście” od jednej fazy do drugiej będzie następowało poprzez obszar przejściowy dookoła przestrzennego punktu krytycznego, gdzie $x \in (x_c - \hat{x}, x_c + \hat{x})$. Jego rozmiar szacujemy porównując lokalną długość korelacji do tempa w jakim parametr przejścia jest zmieniany:

$$\xi^{\text{lok}}(x_c \pm \hat{x}) \sim \frac{\varepsilon(x) - \varepsilon_c}{\left. \frac{d}{dx}(\varepsilon(x) - \varepsilon_c) \right|_{x=x_c \pm \hat{x}}} \Rightarrow \hat{x} \sim \lambda_Q^{\frac{\nu}{1+\nu}},$$

co oczywiście jest przestrzennym odpowiednikiem (3). Ten wynik domyka analogię między przejściami fazowymi w “czasie” i “przestrzeni”. Pierwsze badania kwantowych przejść w przestrzeni zostały przeprowadzone w pracy [38] a ww. intuicyjny obraz został zaproponowany w pracy [39]. Trzeba podkreślić, że niejednorodne pole *usuwa* osobliwości punktu krytycznego i komplikuje wyznaczenie długości korelacji. Tak więc cała powyższa dyskusja ma jakościowy charakter i należy sprawdzić jak opisuje rzeczywiste układy fizyczne.

W pracy [5] koncentrujemy się na spinorowym kondensacie omawianym w rozdziale VC. Do funkcjonau energii (4) dochodzi (pod całką) liniowy efekt Zeemana: $-P\Psi^\dagger F_z \Psi$. Ten człon istotnie modyfikuje diagram fazowy ^{87}Rb . Aby wyeliminować wkład od niego zakładamy, że pole magnetyczne $B(x, t)$ szybko oscyluje wokół zera: $\langle B(x, t) \rangle_t = 0$. Wtedy $P \sim \langle B(x, t) \rangle_t = 0$ i Q w (4) zamieniamy na $Q(x) \sim \langle B^2(x, t) \rangle_t$. Pole magnetyczne zmieniamy w przestrzeni tak, że $\varepsilon(x) = \frac{Q(x)}{\rho|c_1|} = \varepsilon_c + x/\lambda_Q$, gdzie $\varepsilon_c = 2$ (rozdział VC).

Po pierwsze, badamy jednorodny przestrzennie układ aby wyznaczyć lokalną długość korelacji. Ponieważ parametr porządku ma trzy komponenty, istnieją trzy skale długości na jakich jego małe zaburzenia znikają. Zarówno w fazie polarnej jak i w fazie ze złamaną symetrią tylko jedna z długości korelacji jest osobliwa. Jest ona proporcjonalna do $|\varepsilon - \varepsilon_c|^{-1/2}$: wykładnik krytyczny $\nu = 1/2$, a więc $\hat{x} \sim \lambda_Q^{1/3}$. Poniżej analizujemy namagnesowanie poprzeczne $f_\perp(x)$. Jego orientacja w stanie podstawowym jest globalnie dowolna, ale identyczna w każdym punkcie. Namagnesowanie podłużne pomijamy (numeryka pokazuje, że w podprzestrzeni $\int dx f_z = 0$ mamy $f_z(x) \approx 0$).

Po drugie, patrzymy na namagnesowanie poprzeczne po stronie polarnej, $x > x_c$. Linearyzując równania na parametr porządku znajdujemy rozwiązanie w postaci $f_\perp(x) \sim \text{Ai}\left(\frac{x-x_c}{\hat{x}}\right)$,

gdzie Ai jest funkcją Airiego. Ta funkcja zanika szybciej niż wykładniczo z argumentem. Jako ciekawostkę podajemy, że analogiczne rozwiązanie pojawia się w pracy [3], gdzie rozpatrujemy dynamikę przejścia w “czasie”. Zatem $f_{\perp}(x)$ zanika w takiej odległości od przestrzennego punktu krytycznego, która skaluje się jak $\lambda_Q^{1/3}$. Zanik f_{\perp} oznacza, że dla $x - x_c \gg \hat{x}$ układ zachowuje się lokalnie jakby był w stanie podstawowym z fazy polarnej: $f_{\perp}(x) \approx f_{\perp}^{\text{eq}}(\varepsilon(x)) = 0$.

Po trzecie, badamy namagnesowanie poprzeczne po stronie ze złamaną symetrią, $x < x_c$. Minimalizujemy funkcjonal energii numerycznie znajdując, że rozmiar obszaru przejściowego skaluje się z gradientem parametru przejścia jak $\lambda_Q^{0.31}$ (małą rozbieżność wykładnika w stosunku do spodziewanej wartości 1/3 przypisujemy efektom skończonego rozmiaru badanego układu). Dla $x_c - x \gg \hat{x}$ znajdujemy, że $f_{\perp}(x) \approx f_{\perp}^{\text{eq}}(\varepsilon(x)) \sim \sqrt{1 - \varepsilon^2(x)/4}$.

Po czwarte, patrzymy na namagnesowanie poprzeczne w x_c . Pokazujemy numerycznie, że $f_{\perp}(x_c) \sim \lambda_Q^{-1/3}$ w szerokim zakresie gradientów parametru przejścia. To przewidywanie można dostać adoptując przybliżenie adiabatyczno-impulsowe do “przestrzennego” przejścia fazowego.

Podsumowując, w pracy [5] pokazaliśmy, że zachowanie spinorowego kondensatu Bosego-Einsteina w niejednorodnym polu magnetycznym można zrozumieć przy pomocy prostych argumentów pochodzących z teorii nierównowagowych przejść fazowych.

E. Dynamika kwantowego przejścia fazowego w gazie fermionowym

Tutaj omówimy pracę [6], w której badamy dynamikę kwantowego przejścia fazowego w dwukomponentowym gazie fermionowym, gdzie osobliwości punktu krytycznego są inne niż w typowych przejściach fazowych.

Ten system można opisać w przybliżeniu Hamiltonianem nadprzewodnika BCS: stany spinowe góra/dół elektronu odpowiadają atomowi w jednym z dwóch stanów chmury elektronowej a oddziaływanie parujące pochodzi od zderzeń między atomami. Siła tego oddziaływania jest funkcją dwuciałowej długości rozpraszania ε . W tej pracy będziemy zmieniać ε w czasie, co jest możliwe eksperymentalnie dzięki istnieniu rezonansów Feshbacha: ε jest funkcją pola magnetycznego działającego na chmurę.

W temperaturze $T = 0$ nasz układ jest w fazie nadciekłej gdy $\varepsilon < 0$ i w fazie cieczy Fermiego dla $\varepsilon > 0$. Kwantowy punkt krytyczny znajduje się w $\varepsilon_c = 0$, a my w tym rozdziale rozważamy $\varepsilon \leq 0$. Parametrem porządku jest funkcja przerwy energetycznej Δ , której wartość w stanie równowagi oznaczamy przez Δ^{eq} . W stanie równowagi parametr porządku jest przerwą energetyczną na wzbudzenie układu ($\Delta E = \Delta^{\text{eq}}$). W pobliżu punktu krytycznego $\Delta E \sim \exp(-\pi/2|\varepsilon|)$ a długość korelacji $\xi \sim 1/\Delta^{\text{eq}} \sim \exp(\pi/2|\varepsilon|)$: mamy tu wykładnicze a nie potęgowe osobliwości. W stanie nierównowagowym będziemy badać funkcję $\Delta(t)$ i rozmiar par Coopera $\xi_c(t)$ (w stanie równowagi $\xi_c \sim \xi$ blisko punktu krytycznego).

Nas interesuje ewolucja ze stanu podstawowego w $\varepsilon \ll 0$ wymuszona liniową w czasie zmianą długości rozpraszania: $\varepsilon(t) = t/\tau_Q$, gdzie czas zmienia się od $t \ll 0$ do $t = 0$. Rozwiązując równanie (6) dostajemy że \hat{t} , $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\xi} = \xi(\varepsilon = -\hat{\varepsilon})$, i $\hat{\Delta} = \Delta^{\text{eq}}(\varepsilon = -\hat{\varepsilon})$ wyrażają się przez funkcję Lamberta W ($W(x)$ jest rozwiązaniem równania $We^W = x$). To rozwiązanie można trochę uprościć w granicy astronomicznie dużego (z eksperymentalnego punktu widzenia) czasu przejścia. Lepszym pomysłem okazuje się jednak taka zmiana pola magnetycznego, aby równowagowa przerwa energetyczna zmieniała się liniowo w czasie:

$\Delta^{\text{eq}}(\varepsilon(t)) = -t/\tau_Q$. W takim przypadku odzyskujemy potęgowe skalowania:

$$\hat{t} \sim \tau_Q^{1/2}, \quad \hat{\xi} \sim \tau_Q^{1/2}, \quad \hat{\Delta} \sim \tau_Q^{-1/2}.$$

Uwzględniając “ulepszone” przybliżenie adiabaticzno-impulsowe – to prowadzące do wzoru (7) – spodziewamy się, że w pobliżu punktu krytycznego

$$\Delta(t) = \hat{\Delta} f(t/\hat{t}), \quad \xi_c(t) = \hat{\xi} g(t/\hat{t}), \quad (8)$$

gdzie f i g są nieznanymi funkcjami. Rozwiązując numerycznie równania na ewolucję funkcji falowej BCS potwierdziliśmy, że układ opuszcza stan równowagi w chwili $t = -\hat{t}$ i że skalowania (8) są poprawne.

Badania rozmiaru par Coopera pokazują też, że rozdział dynamiki w tym układzie na etap równowagowy daleko od punktu krytycznego i nierównowagowy w pobliżu punktu krytycznego gubi istnienie dwóch etapów nierównowagowej dynamiki. W pierwszym z nich nierównowagowy rozmiar par Coopera rozbiega się z równowagowym rozmiarem par Coopera, $\xi_c(t) \approx 1/\Delta^{\text{eq}}(\varepsilon(t))$, ale cały czas jest odwrotnie proporcjonalny do nierównowagowej funkcji przerwy energetycznej: $\xi_c(t) \sim 1/|\Delta(t)|$. W drugim etapie, bliżej punktu krytycznego, rozmiar par Coopera rozspręga się z nierównowagową funkcją przerwy energetycznej Δ .

Powyższe rachunki zostały wykonane dla układu w temperaturze $T = 0$. W niezerowej temperaturze istnieje klasyczne przejście fazowe z punktem krytycznym w $T_c(\varepsilon) \sim \Delta^{\text{eq}}(\varepsilon) \sim \exp(-\pi/2|\varepsilon|)$. Poniżej temperatury krytycznej układ jest w fazie nadciekłej a powyżej jej jest w fazie normalnego gazu fermionowego. Ponieważ $T_c(\varepsilon = 0) = 0$, podczas ewolucji rozpoczynającej się ze stanu równowagi w temperaturze $T \neq 0$ układ będzie musiał opuścić fazę nadciekłą zanim dotrze do kwantowego punktu krytycznego. W pracy [6] argumentujemy, że jeśli $T \ll T_F/\sqrt{\tau_Q}$, gdzie T_F jest temperaturą Fermiego, to możemy się spodziewać, że zaobserwujemy wyżej wymieniony wkład od osobliwości kwantowego punktu krytycznego do nierównowagowego stanu układu. Tego rzędu temperatury są osiągalne eksperymentalnie.

Podsumowując, praca [6] proponuje, jak można badać dynamikę nadprzewodnika BCS w zimnym gazie fermionowym. Pokazuje ona, że proste założenie adiabaticzno-impulsowe prowadzi do poprawnego opisu dynamiki w pobliżu punktu krytycznego i wskazuje na nietrywialny aspekt nierównowagowej dynamiki wychodzący poza to przybliżenie.

F. Krytyczna dynamika dekoherencji

Tutaj przedyskutujemy pracę [7], której celem było zbadanie jak nierównowagowa dynamika środowiska wpływa na dekoherencję centralnego spinu 1/2.

Środowisko modelujemy Hamiltonianem kwantowego modelu Isinga w poprzecznym polu: $\hat{H}_0 = -\sum_{j=1}^N (\sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \varepsilon \sigma_j^z)$, gdzie $N \gg 1$ jest liczbą spinów w periodycznym łańcuchu a ε jest wielkością pola magnetycznego. Pierwszy człon stara się ustawić spiny w kierunku x lub $-x$ a drugi w kierunku $\text{sign}(\varepsilon)z$. Konkurencja między nimi prowadzi do kwantowego przejścia fazowego, którego punkty krytyczne znajdują się w $\varepsilon_c = \pm 1$. Dla $|\varepsilon| > 1$ ($|\varepsilon| < 1$) układ jest w fazie paramagnetycznej (ferromagnetycznej). Przerwa enegetyczna na wzbudzenia ze stanu podstawowego znika w punkcie krytycznym jak $|\varepsilon - \varepsilon_c|$, a długość korelacji rośnie w okolicy punktu krytycznego jak $|\varepsilon - \varepsilon_c|^{-1}$. To oznacza, że wykładniki krytyczne wynoszą $z = \nu = 1$. Zatem jeśli będziemy ewoluować ten model przez punkt krytyczny, zmieniając powoli parametr przejścia (1), to ewolucja przestanie być adiabaticzna

w odległości $\hat{\varepsilon} \sim \tau_Q^{-1/2}$ od punktu krytycznego (model nierównowagowej dynamiki przejścia fazowego dyskutowany w poprzednich rozdziałach stosuje się do modelu Isinga).

Centralny spin sprzęgamy jednakowo ze spinami środowiska poprzez Hamiltonian $\hat{H}_1 = -\delta \sum_{j=1}^N \sigma_j^z \sigma_S^z$, gdzie σ_S^z jest macierzą Pauliego centralnego spinu, a δ jest parametrem. Hamiltonian całego układu wynosi $\hat{H}_0 + \hat{H}_1$. Podczas ewolucji zmieniamy pole magnetyczne zgodnie z $\varepsilon(t) = 1 - t/\tau_Q$, gdzie $t : -\infty \rightarrow \infty$. Jako stan początkowy wybieramy $|\psi(t = -\infty)\rangle = (c_+ |\uparrow\rangle + c_- |\downarrow\rangle) \otimes |\varepsilon(t = -\infty)\rangle$: centralny spin jest w dowolnej superpozycji stanów góra/dół a środowisko jest w stanie podstawowym ($|\varepsilon\rangle$ jest stanem podstawowym $\hat{H}_0(\varepsilon)$). Prosty rachunek pokazuje, że w dowolnej chwili czasu

$$|\psi(t)\rangle = c_+ |\uparrow\rangle \otimes |\varphi_+(t)\rangle + c_- |\downarrow\rangle \otimes |\varphi_-(t)\rangle,$$

gdzie nierównowagowe stany środowiska spełniają $i\partial_t |\varphi_{\pm}(t)\rangle = \hat{H}_0(\varepsilon(t) \pm \delta) |\varphi_{\pm}(t)\rangle$. Zatem można ich ewolucję analitycznie opisać w przestrzeni pędowej badając dynamikę dwupoziomowych układów typu Landaua-Zenera [34].

Badamy dekoherencję centralnego spinu patrząc na jego zredukowaną macierz gęstości: $\text{Tr} |\psi(t)\rangle \langle \psi(t)| = \begin{pmatrix} |c_+|^2 & c_+ c_-^* \langle \varphi_-(t) | \varphi_+(t) \rangle \\ c_+^* c_- \langle \varphi_+(t) | \varphi_-(t) \rangle & |c_-|^2 \end{pmatrix}$, gdzie ślad liczymy po środowisku. Definiujemy współczynnik dekoherencji $D(t) = |\langle \varphi_+(t) | \varphi_-(t) \rangle|^2$. Gdy $D = 1$ centralny spin jest w stanie czystym. Jest on kompletnie zdekoherowany kiedy $D = 0$. Dynamikę $D(t)$ dyskutujemy upraszczając ściśle rozwiązanie.

W pierwszym etapie ewolucji zbliżamy środowisko do punktu krytycznego w $\varepsilon_c = 1$. Daleko od niego, $\varepsilon(t) - 1 \gg \hat{\varepsilon}, \delta$, ewolucja jest adiabatyczna i wtedy

$$D(t) \approx \exp\left(-\frac{N\delta^2}{4\varepsilon^2(\varepsilon^2 - 1)}\right). \quad (9)$$

Początkowo centralny spin jest w stanie czystym, a w pobliżu punktu krytycznego rozpoczyna się dekoherencja: $D(t)$ zaczyna odbiegać od jedności zanim układ opuści stan równowagi.

Następnie środowisko przechodzi nierównowagowo przez punkt krytyczny w $\varepsilon_c = 1$. Współczynnik dekoherencji między punktami krytycznymi, gdy $1 - |\varepsilon(t)| \gg \hat{\varepsilon}, \delta$, wynosi

$$D(t) \approx \exp\left(-\frac{Nf(t)}{2\pi\sqrt{\tau_Q}}\right) \exp\left(-\frac{N\delta^2}{4(1-\varepsilon^2)}\right), \quad f(t) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty ds \ln[1 - 4(e^{-s^2} - e^{-2s^2}) \sin^2(4t\delta)]. \quad (10)$$

Analizując funkcję $f(t)$ widzimy, że dla $\delta < \pi/16\tau_Q$ mamy monotoniczny zanik koherencji centralnego spinu między punktami krytycznymi. W odwrotnym przypadku obserwujemy modulowane (przez ostatni czynnik) oscylacje koherencji. Podczas nich $D(t)$ periodycznie spada w pobliże zera (prawie kompletna dekoherencja) a następnie rośnie do wartości zadanej przez ostatni czynnik (która jest bliska jedności gdy $N\delta^2/4(1-\varepsilon^2) \ll 1$; centralny spin może wrócić do prawie czystego stanu).

Przechodząc przez punkt krytyczny w $\varepsilon_c = -1$, środowisko ponownie zostaje wzbudzone co powoduje, że dla $-\varepsilon(t) - 1 \gg \hat{\varepsilon}, \delta$ mamy

$$D(t) \approx \exp\left(-\frac{Nf'(t)}{2\pi\sqrt{\tau_Q}}\right) \exp\left(-\frac{Nf(t)}{2\pi\sqrt{\tau_Q}}\right) \exp\left(-\frac{N\delta^2}{4\varepsilon^2(\varepsilon^2 - 1)}\right), \quad (11)$$

gdzie $f'(t)$ dostajemy zamieniając $4\delta t$ na $4(\varepsilon(t) + 1)\delta\tau_Q$ w $f(t)$. Pojawienie się kolejnego czynnika zmniejsza amplitudę oscylacji koherencji, ale nie zmienia ich okresu. W typowym

przypadku prowadzi do prawie kompletnej dekoherencji centralnego spinu: $D(t) \approx 0$. Warto podkreślić, że w naszych rachunkach $\hat{\varepsilon}, \delta \ll 1$, a więc wzory (9)-(11) załamują się tylko w bardzo wąskim otoczeniu punktów krytycznych (co potwierdza numeryka).

Aby lepiej zrozumieć te wzory, rozważyliśmy dynamikę dekoherencji centralnego spinu w nierównowagowych środowiskach opisanych funkcją falową, która faktoryzuje się w przestrzeni pędowej (nasze środowisko należy do tej grupy). Używając przybliżenie adiabatyczno-impulsowe zaproponowaliśmy, że nierównowagowy wkład do współczynnika dekoherencji powinien mieć postać

$$\exp\left(-Ng(t)/\tau_Q^{d\nu/(1+z\nu)}\right), \quad (12)$$

gdzie d jest wymiarem przestrzennym środowiska, z i ν jego wykładnikami krytycznymi, a $g(t)$ jest (nieznana) nieuniwersalna funkcją. Porównując (10) i (11) do (12) widzimy, że czynnik $1/\sqrt{\tau_Q}$ ze wzorów (10) i (11) odzwierciedla uniwersalny wkład do współczynnika dekoherencji. Poza tym wspominamy, że w przestrzeni pędowej pojawia się proste wytłumaczenie dlaczego wkład do współczynnika dekoherencji od przejścia przez pierwszy i drugi punkt krytyczny faktoryzuje się [7].

Podsumowując, praca [7] łączy dwa problemy: dekoherencję spinu 1/2 z dynamiką kwantowego przejścia fazowego. W efekcie dowiadujemy się jak uniwersalna nierównowagowa dynamika środowiska wpływa na dekoherencję centralnego spinu.

G. Dynamika kondensacji Bosego-Einsteina

Dyskusję wyników wchodzących do tej habilitacji kończymy na pracy [8], która opisuje prosty model dynamiki klasycznego przejścia fazowego. Innymi słowy, zataczamy koło wracając do punktu wyjścia, czyli rozdziału V A.

Celem fizycznym tego rachunku jest lepsze zrozumienie dynamiki przejścia fazowego od normalnego gazu do kondensatu Bosego-Einsteina. Motywacja do tych rachunków pochodzi od nie opublikowanych wyników Petera Engelsa z Washington State University w Pullman [40]. Kondensując szybko ^{87}Rb , Engels zaobserwował w uzyskanym kondensacie Bosego-Einsteina “dziury” w profilu gęstości, które wyglądały jak ciemne solitony. Powstaje więc pytanie, czy można powiązać gęstość tych solitonów z nierównowagową dynamiką dookoła klasycznego punktu krytycznego.

Ponieważ ściśle rozwiązanie tego problemu jest niemożliwe, ograniczamy się do badania najprostszego modelu kondensacji opartego na stochastycznym równaniu Grossa-Pitajewskiego:

$$(i - \gamma)\partial_t\phi = -\frac{1}{2}\partial_x^2\phi + \varepsilon\phi + g|\phi|^2\phi + \vartheta(x, t), \quad (13)$$

gdzie ϕ jest parametrem porządku, γ (tłumienie) i ϑ (szum) pochodzą od oddziaływania chmury termicznej z kondensatem, $g > 0$ jest siłą oddziaływań między atomami w kondensacie, a ε jest parametrem przejścia (równym w stanie równowagi $-\mu$, gdzie μ jest potencjałem chemicznym). Korelacje szumu definiują temperaturę chmury termicznej: $\langle\vartheta(x, t)\vartheta^*(x', t')\rangle = 2\gamma T\delta(x - x')\delta(t - t')$.

Jakościowo można spojrzeć na ten model następująco. Pomijając szum i tłumienie funkcjonal energii dla naszego układu ma postać $\int dx \frac{1}{2}|\partial_x\phi|^2 + V(|\phi|)$, gdzie $V(|\phi|) = \varepsilon|\phi|^2 + \frac{g}{2}|\phi|^4$. Dla $\varepsilon > 0$ ten potencjał ma jedno minimum w $\phi = 0$: układ jest w fazie symetrycznej. Dla $\varepsilon < 0$, $V(|\phi|)$ osiąga minimum dla $\phi = \sqrt{-\varepsilon/g}\exp(i\theta)$, gdzie θ jest dowolną fazą. Układ jest w fazie ze złamaną symetrią. Zatem $\varepsilon_c = 0$ będziemy nazywać

punktem krytycznym. To czy między tymi dwiema fazami jest prawdziwe przejście fazowe (z osobliwościami w czasie relaksacji i długości korelacji) zależy od wymiaru układu. Nie wpływa to jednak na naszą dyskusję: znajomość czasu relaksacji i długości korelacji daleko od punktu krytycznego wystarcza do opisu dynamiki kondensacji w szerokim zakresie czasów ewolucji.

W pracy [8] najpierw rozwiązujemy analitycznie równanie (13) pomijając człon nieliniowy ($g = 0$). Czas relaksacji τ i długość korelacji ξ w stanie równowagi w fazie symetrycznej dostajemy wyliczając funkcję korelacji

$$C(x, t|x', t') = \langle \phi(x, t)\phi^*(x', t') \rangle - \langle \phi(x, t) \rangle \langle \phi^*(x', t') \rangle,$$

gdzie uśredniamy po różnych realizacjach szumu. Znajdujemy, że $C(x, t|x', t')$ zanika na skali czasowej $\tau = \frac{1+\gamma^2}{\gamma} \frac{1}{\varepsilon}$ a $C(x, t|x', t)$ zanika na skali długości $\xi = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon}}$.

Następnie rozważamy ewolucję, która zaczyna się ze stanu równowagi i jest wymuszona przez $\varepsilon(t) = -t/\tau_Q$, gdzie $t : -\infty \rightarrow \infty$. Rozwiązując równanie (2) dostajemy

$$\hat{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1+\gamma^2}{\gamma}} \frac{1}{\sqrt{\tau_Q}}, \quad \hat{\xi} = \xi(\varepsilon = \hat{\varepsilon}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\gamma}{1+\gamma^2} \right)^{1/4} \tau_Q^{1/4}. \quad (14)$$

Jeśli teoria Kibbla-Zurka jest poprawna, te dwie nierównowagowe wielkości powinny być widoczne w dynamice układu. To sprawdzamy wyliczając funkcję korelacji $C(x, t|x', t)$ podczas ewolucji:

$$C(x, t|x', t) = \langle |\phi(\hat{\varepsilon})|^2 \rangle_{\text{eq}} f(|x-x'|/\hat{\xi}, \varepsilon(t)/\hat{\varepsilon}),$$

$$f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dk \cos(ka) \exp((b+k^2)^2) \text{erfc}(b+k^2),$$

gdzie $\langle |\phi(\hat{\varepsilon})|^2 \rangle_{\text{eq}}$ oznacza średnią równowagową wartość $|\phi|^2$ po stronie symetrycznej w odległości $\hat{\varepsilon}$ od punktu krytycznego.

Daleko od punktu krytycznego to rozwiązanie redukuje się do wyniku adiabatycznego: $C(x, t|x', t) \sim \exp(-|x-x'|/\sqrt{2\varepsilon(t)})$ (argument eksponenty oczywiście wynosi $-|x-x'|/\xi$). W pobliżu punktu krytycznego funkcja f nie upraszcza się i zgodnie z naszymi oczekiwaniami $\hat{\xi}$ i $\hat{\varepsilon}$ nietrywialnie wkraczają do dynamiki układu. W szczególności widzimy, że zakres przestrzenny nierównowagowych korelacji skaluje się jak $\hat{\xi}$, co jest jednym z kluczowych wyników teorii Kibbla-Zurka. Ponadto, nierównowagowe korelacje skalują się w punkcie krytycznym jak $\tau_Q^{1/4}$ ($\langle |\phi(\hat{\varepsilon})|^2 \rangle_{\text{eq}} \sim \tau_Q^{1/4}$), a więc tak samo jak równowagowe funkcje korelacji w miejscu gdzie układ opuszcza stan równowagi. To ma jasny związek z przybliżeniem adiabatyczno-impulsowym dyskutowanym w rozdziale V A.

Następnie przywróciliśmy człon nieliniowy, $g \neq 0$ w równaniu (13), i wykonaliśmy symulacje numeryczne. Zakładając, że układ opuści stan równowagi daleko od punktu krytycznego, gdzie człon nieliniowy jest zaniedbywalny, powyższe wyniki powinny być jakościowo poprawne. Rzeczywiście znajdujemy, że układ opuszcza stan równowagi w odległości $\hat{\varepsilon}$ od punktu krytycznego a korelacje $C(x, t|x', t)$ zanikają w stanie nierównowagowym na skali długości $\hat{\xi}$.

Pomiar funkcji korelacji w kondensacie Bosego-Einsteina jest trudny do wykonania. Dużo prostsze jest badanie profilu gęstości gazu w poszukiwaniu solitonów. Analizując numerycznie $|\phi(x, t)|^2$ obserwujemy po stronie ze złamana symetrią szereg wzbudzeń wyglądających jak ciemne solitony, co jakościowo pokrywa się z obserwacjami Engelsa.

Z teorii Kibbla-Zurka spodziewamy się, że faza parametru porządku powinna być skorelowana na odległościach rzędu $\hat{\xi}$. Zatem powinny pojawić się domeny o takiej wielkości, a faza między nimi powinna się gwałtownie zmieniać promując powstawanie solitonów. W pobliżu punktu krytycznego symulacje numeryczne potwierdzają, że gęstość solitonów skaluje się zgodnie z oczekiwaniami jak $\hat{\xi}^{-1} \sim \tau_Q^{-1/4}$.

Podsumowując, praca [8] analizuje prosty model dynamiki kondensacji Bosego-Einsteina i pokazuje, że nierównowagowe funkcje korelacji i gęstość solitonów niosą ze sobą informacje o równowagowych własnościach układu (czasie relaksacji i długości korelacji).

H. Podsumowanie

Uzyskane wyniki pokazują jakie są podobieństwa między dynamiką klasycznych i kwantowych przejść fazowych, weryfikują prosty opis dynamiki kwantowych przejść fazowych, oraz proponują jak można badać dynamikę przejść fazowych w różnych układach fizycznych.

Analizowanymi układami są: zimny gaz bozonowy, spinorowy kondensat Bosego-Einsteina, atomowy nadprzewodnik BCS, i kwantowy model Isinga sprzężony z centralnym spinem. Pierwsze trzy z nich można (najlepiej) badać eksperymentalnie w toroidalnych pułapkach atomowych [41] lub optycznych pudełkach [42], a ostatni powinien być dostępny w odpowiednio przygotowanym łańcuchu jonowym [43]. Tymi układami można manipulować w czasie rzeczywistym, co czyni je prawdopodobnie idealnymi systemami do badania dynamiki przejść fazowych. Warto podkreślić, że nie ma obecnie *żadnego* eksperymentu, który by potwierdził nierównowagową teorię kwantowych przejść fazowych. To powinno się niedługo zmienić dzięki rosnącemu zainteresowaniu tym tematem wśród grup doświadczalnych [37, 44]. Spodziewamy się, że wyniki dyskutowane w tej rozprawie będą pomocne w przygotowaniu i interpretacji przyszłych eksperymentów.

Na koniec wspominamy, że szczególny nacisk w pracach dyskutowanych w tej rozprawie został położony na pokazanie jak znajomość wykładników krytycznych układu pozwala na opis jego nierównowagowego stanu po przejściu fazowym. Problem można jednak odwrócić i ze znajomości własności układu po przejściu fazowym wyznaczyć wykładniki krytyczne. Takie podejście powinno być ciekawe z eksperymentalnego punktu widzenia, ponieważ są układy w których wykładniki krytyczne albo nigdy nie były zmierzone albo są niedokładnie znane. Najprostszym przykładem jest tutaj spinorowy kondensat Bosego-Einsteina, którego średniopolowe wykładniki krytyczne, używane w pracach [3, 4], nie były eksperymentalnie zweryfikowane do tej pory (np. nikt nie zmierzył wykładnika krytycznego ν badając rozbieżność długości korelacji w spinorowym kondensacie).

VI. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych

Rozpaczynam dyskusję moich osiągnięć od krótkiego podsumowania *wybranych* prac nie wchodzących do tej habilitacji.

Podczas doktoratu badałem (i) dynamikę powstawania wirów w kondensacie Bosego-Einsteina; (ii) propagację fal uderzeniowych w gazach bozonowych i fermionowych; (iii) zimne atomy w sieciach optycznych.

Celem pierwszego projektu było zbadanie nowej metody tworzenia wirów bazującej na obracaniu “wąskiej” wiązki laserowej dookoła centrum kondensatu [10, 12]. Symulacje numeryczne potwierdziły wysoką wydajność tej metody, gdy rozmiar wiązki laserowej był mały

w porównaniu do wielkości kondensatu (ten warunek komplikuje eksperymentalną weryfikację naszych wyników). Zbadaliśmy też stabilność wirów w tym projekcie [15] i odkryliśmy ciekawą dynamikę ich powstawania podczas wielokrotnego przemiatania kondensatu wiązką laserową [12].

W drugim projekcie badałem jak gładkie zaburzenia w zimnych gazach bozonowych [16] i fermionowych [17] zmieniają się w czasie propagacji w fale uderzeniowe. Artykuł o falach uderzeniowych w gazach bozonowych był wielokrotnie cytowany nie tylko w pracach teoretycznych, ale również doświadczalnych (kilka eksperymentów badało ten problem ostatnio).

W trzecim projekcie pokazaliśmy jak można zamienić w sieci optycznej zimną mieszaninę potasu i rubidu w kondensat złożony z polarnych molekuł KRb [14]. Ponadto pokazaliśmy jak można badać fazy nieuporządkowane zarówno słabo jak i silnie oddziałujących bozonów w sieciach optycznych [13]. Obydwie publikacje są bardzo często cytowane przez teoretyczne i doświadczalne grupy. Zaproponowane w nich badania są eksperymentalnie realizowane od kilku lat.

Po doktoracie część tych badań była kontynuowana. W pracy [21] dyskutowane są kwantowe poprawki do propagacji fal uderzeniowych w kondensacie Bosego-Einsteina, czyli dynamika nieskondensowanych atomów. Ponadto badamy tam fale uderzeniowe w gazie Lieb-Linigera. W pracach [19, 20] omawiane są własności kwantowego magnesu emulowanego przez zimne atomy umieszczone w sieci optycznej o strukturze kagomé. Ponieważ jest to “sfrustrowany” magnes, jego realizacja eksperymentalna jest bardzo porządana. Nie jest to jednak proste do zrealizowania, ponieważ potrzebujemy tutaj bardzo zimne fermiony, których oddziaływania muszą być długozasięgowe aby frustracja się pojawiła. W pracy [22] policzyliśmy funkcje korelacji w fazie izolatora Motta przy pomocy wysokiego rzędu (symbolicznego) rozwinięcia perturbacyjnego. Uzyskane wyniki dają analityczny wgląd w fizykę stanu Motta. Jest to użyteczne, bo badany model Bosego-Hubbarda nie jest ściśle rozwiązywalny. Warto też wspomnieć o pracy [24], będącej popularnym artykułem przeglądowym na temat fizyki zimnych atomów w sieciach optycznych.

Następnie główny nacisk w mojej pracy został położony na badania dynamiki przejść fazowych, co jest opisane w tej rozprawie.

Ostatnio moje badania skoncentrowały się na trzech nowych tematach. Po pierwsze, na nowej metodzie opisu kwantowych przejść fazowych opartej na analizowaniu iloczynu skalarnego dwóch stanów podstawowych, czyli “fidelity” [26, 27]. W tych pracach została opracowana i przetestowana na ściśle rozwiązywalnych modelach spinowych teoria “fidelity” w termodynamicznie dużych układach. Po drugie, badam kwantowe przejścia fazowe w kwantowych polach. Praca [29] pokazuje jak kwantowe pole magnetyczne działające na spiny w modelu Isinga wpływa na przejście fazowe tego układu. W końcu, badam kwantową teorię ładunku elektrycznego zaproponowaną przez Staruszkiewicza. Na przykład, praca [28] proponuje jak można rozszerzyć tę teorię aby można było zbadać czy wynikają z niej poprawki do poziomów energetycznych atomów.

Podsumowanie wszystkich moich prac [1–29]:

- 27 artykułów opublikowanych w recenzowanych czasopismach (1 w *Advances in Physics*, 8 w *Physical Review Letters*, 10 w *Physical Review A*, 2 w *New Journal of Physics*, 3 w *Journal of Physics B*, 1 w *Journal of Physics A*, *Optics Communications* i *Acta Physica Polonica*) oraz 2 preprinty wysłane do czasopism.
- Ilość cytowań: 1265 (1218 wykluczając autocytowania).

- Przeglądowy artykuł [24] na temat fizyki zimnych atomów został sklasyfikowany 1 września 2009 roku jako 6-ty najlepiej cytowany artykuł “ostatnio” opublikowany w fizyce (nie wnikając w szczegóły, “ostatnio” oznacza tutaj artykuł nie starszy niż dwuletni; patrz na “Hot Papers” z ISI Web of Science).
- Indeks Hirscha: 14.
- Sumaryczny “impact factor” publikacji: 113 (to jest suma wskaźników “impact factor” wszystkich publikacji).

Powyższe “obliczenia” zostały wykonane 24 lutego 2012 roku na bazie danych z ISI Web of Science/Journal Citation Reports. Ilość cytowań/“impact factor” publikacji został obliczony zgodnie z zaleceniami Rozporządzenia Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z dnia 1 września 2011 r. (referencje [1–27] zawierają szczegółowe dane na ten temat).

Wyróżnienia:

- Dyrektorskie stypendium podoktorskie, Los Alamos National Laboratory, USA (2005–2007).
- Podoktorskie stypendium Fundacji im. Alexandra von Humboldta, Institut für Theoretische Physik, Hannover (2003–2005).
- Stypendium Europejskiej Fundacji Naukowej na półroczny staż podczas studiów doktoranckich w Institut für Theoretische Physik, Hannover (2002).

Kierownictwo w projektach badawczych:

- Los Alamos National Laboratory grant # 20100296ER finansujący badania kwantowych przejść fazowych w kwantowych potencjałach (2009–2012).
- KBN grant # 2 P03B 124 22 finansujący badania zimnych atomów (2002–2003).

Wybrane przemówienia konferencyjne:

- APS DAMOP Meeting, “Dynamics of a quantum quench in a cold atomic BCS superfluid” (Atlanta, 2011).
- APS DAMOP Meeting, “Quantum phase transition in space in a ferromagnetic spin-1 Bose-Einstein condensate” (Houston, 2010).
- APS March Meeting, “Critical dynamics of decoherence” (Portland, 2010).
- International Workshop on Quantum Phase Transition and Dynamics: Quenching, Annealing and Quantum Computation, “Quantum phase transition in space and time in a spin-1 Bose-Einstein condensate” (Kolkata, 2009) (zaproszone).
- Quantum Coherence and Decoherence, “Quantum phase transition in space and time in a spin-1 Bose-Einstein condensate” (Benasque, 2008) (zaproszone).
- Quantum Computing and Many-Body Systems, “Dynamics of the Bose-Hubbard model” (Key West, 2006).

- Cosmology in the Laboratory, “The Landau-Zener model vs. the Kibble-Zurek theory of topological defect production” (Smolenice, 2005) (zaproszone).

Bogdan Damski

Dr Bogdan Damski
Los Alamos, 24 luty 2012

-
- [1] “*The simplest quantum model supporting the Kibble-Zurek mechanism of topological defect production: Landau-Zener transitions from a new perspective*”, B. Damski, Phys. Rev. Lett. **95**, 035701 (2005). 78 cytowań. Impact factor: 7.489.
- [2] “*Adiabatic-impulse approximation for avoided level crossings: From phase-transition dynamics to Landau-Zener evolutions and back again*”, B. Damski and W.H. Zurek, Phys. Rev. A **73**, 063405 (2006). 50 cytowań. Impact factor: 3.047.
- [3] “*Dynamics of a quantum phase transition in a ferromagnetic Bose-Einstein condensate*”, B. Damski and W.H. Zurek, Phys. Rev. Lett. **99**, 130402 (2007). 34 cytowania. Impact factor: 6.944.
- [4] “*How to fix a broken symmetry: Quantum dynamics of symmetry restoration in a ferromagnetic Bose-Einstein condensate*”, B. Damski and W.H. Zurek, New. J. Phys. **10**, 045023 (2008). 4 cytowania. Impact factor: 3.440.
- [5] “*Quantum phase transition in space in a ferromagnetic spin-1 Bose-Einstein condensate*”, B. Damski and W.H. Zurek, New J. Phys. **11**, 063014 (2009). 8 cytowań. Impact factor: 3.312.
- [6] “*Dynamics of a quantum quench in an ultracold atomic BCS superfluid*”, C.C. Chien and B. Damski, Phys. Rev. A **82**, 063616 (2010). 0 cytowań. Impact factor: 2.861.
- [7] “*Critical dynamics of decoherence*”, B. Damski, H.T. Quan, and W.H. Zurek, Phys. Rev. A **83**, 062104 (2011). 2 cytowania. Impact factor: 2.861 (dane z 2010 r.).
- [8] “*Soliton creation during a Bose-Einstein condensation*”, B. Damski and W.H. Zurek, Phys. Rev. Lett. **104**, 160404 (2010). 16 cytowań. Impact factor: 7.662.
- [9] “*Supersymmetry and Bogomol’nyi equations in the Maxwell Chern-Simons systems*”, B. Damski, Acta Phys. Polon. B **31**, 637 (2000). 3 cytowania. Impact factor: 0.479.
- [10] “*Simple method for excitation of a Bose-Einstein condensate*”, B. Damski, Z.P. Karkuszewski, K. Sacha, and J. Zakrzewski, Phys. Rev. A, **65**, 013604 (2001). 10 cytowań. Impact factor: 2.810.
- [11] “*Collective excitation of trapped degenerate Fermi gases*”, B. Damski, K. Sacha, and J. Zakrzewski, J. Phys. B **35**, L153 (2002). 6 cytowań. Impact factor: 1.969.
- [12] “*Stirring Bose-Einstein condensate*”, B. Damski, K. Sacha, and J. Zakrzewski, J. Phys. B **35**, 4051 (2002). 3 cytowania. Impact factor: 1.969.
- [13] “*Atomic Bose and Anderson glasses in optical lattices*”, B. Damski, J. Zakrzewski, L. Santos, P. Zoller, and M. Lewenstein, Phys. Rev. Lett. **91**, 080403 (2003). 171 cytowań. Impact factor: 7.035.
- [14] “*Creation of a dipolar superfluid in optical lattices*”, B. Damski, L. Santos, E. Tiemann, M. Lewenstein, S. Kotochigova, P. Julienne, and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **90**, 110401 (2003). 107 cytowań. Impact factor: 7.035.

- [15] “*Changes of the topological charge of vortices*”, B. Damski and K. Sacha, J. Phys. A **36**, 2339 (2003). 8 cytowań. Impact factor: 1.357.
- [16] “*Formation of shock waves in a Bose-Einstein condensate*”, B. Damski, Phys. Rev. A **69**, 043610 (2004). 44 cytowania. Impact factor: 2.902.
- [17] “*Shock waves in ultracold Fermi (Tonks) gases*”, B. Damski, J. Phys. B **37**, L85 (2004). 12 cytowań. Impact factor: 1.761.
- [18] “*Mean-field theory of Bose-Fermi mixtures in optical lattices*”, H. Fehrmann, M. A. Baranov, B. Damski, M. Lewenstein, and L. Santos, Opt. Comm. **243**, 23 (2004). 15 cytowań. Impact factor: 1.581.
- [19] “*Quantum gases in trimerized kagomé lattices*”, B. Damski, H. Fehrmann, H.-U Everts, M. Baranov, L. Santos, and M. Lewenstein, Phys. Rev. A **72**, 053612 (2005). 30 cytowań. Impact factor: 2.997.
- [20] “*Atomic Fermi gas in the trimerized kagomé lattice at 2/3 filling*”, B. Damski, H.-U. Everts, A. Honecker, H. Fehrmann, L. Santos, and M. Lewenstein, Phys. Rev. Lett. **95**, 060403 (2005). 20 cytowań. Impact factor: 7.489.
- [21] “*Shock waves in a one-dimensional Bose gas: From a Bose-Einstein condensate to a Tonks gas*”, B. Damski, Phys. Rev. A **73**, 043601 (2006). 11 cytowań. Impact factor: 3.047.
- [22] “*Mott-insulator phase of the one-dimensional Bose-Hubbard model: A high-order perturbative study*”, B. Damski and J. Zakrzewski, Phys. Rev. A **74**, 043609 (2006). 19 cytowań. Impact factor: 3.047.
- [23] “*Dynamics of the Bose-Hubbard model: Transition from a Mott insulator to a superfluid*”, F.M. Cucchiatti, B. Damski, J. Dziarmaga, and W.H. Zurek, Phys. Rev. A **75**, 023603 (2007). 53 cytowania. Impact factor: 2.893.
- [24] “*Ultracold atomic gases in optical lattices: mimicking condensed matter physics and beyond*”, M. Lewenstein, A. Sanpera, V. Ahufinger, B. Damski, A. Sen(De), and U. Sen, Adv. Phys. **56**, 243 (2007). 508 cytowań. Impact factor: 9.571.
- [25] “*Mott-Insulator states of ultracold atoms in optical resonators*”, J. Larson, B. Damski, G. Morigi, and M. Lewenstein, Phys. Rev. Lett. **100**, 050401 (2008). 42 cytowania. Impact factor: 7.180.
- [26] “*Quantum fidelity in the thermodynamic limit*”, M.M. Rams and B. Damski, Phys. Rev. Lett. **106**, 055701 (2011). 9 cytowań. Impact factor: 7.662 (dane z 2010 r.).
- [27] “*Scaling of ground-state fidelity in the thermodynamic limit: XY model and beyond*”, M.M. Rams and B. Damski, Phys. Rev. A **84**, 032324 (2011). 2 cytowania. Impact factor: 2.861 (dane z 2010 r.).
- [28] “*On the quantum Coulomb field*”, B. Damski and P. Marecki, arXiv:1108.6023 (2011).
- [29] “*A quantum phase transition in a quantum external field: The formation of a Schrödinger magnet*”, M.M. Rams, M. Zwolak, and B. Damski, arXiv:1201.1932 (2012).
- [30] “*Cosmological experiments in superfluid helium ?*”, W.H. Zurek, Nature (London) **317**, 505 (1985).
- [31] “*Some implications of a cosmological phase transition*”, T.W.B. Kibble, Phys. Rep. **67**, 183 (1980).
- [32] “*Cosmological experiments in condensed matter systems*”, W.H. Zurek, Phys. Rep. **276**, 177 (1996); “*Phase transition dynamics in the lab and the universe*”, T.W.B. Kibble, Physics Today **60**, 47 (2007).
- [33] “*Dynamics of a quantum phase transition and relaxation to a steady state*”, J. Dziarmaga, Adv. Phys. **59**, 1063 (2010).

- [34] “*Dynamics of a quantum phase transition: exact solution of the quantum Ising model*”, J. Dziarmaga, Phys. Rev. Lett. **95**, 245701 (2005).
- [35] S. Sachdev, *Quantum Phase Transitions* (Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 1999).
- [36] “*Dynamics of a quantum phase transition*”, W.H. Zurek, U. Dorner, and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **95**, 105701 (2005).
- [37] “*Spontaneous symmetry breaking in a quenched ferromagnetic spinor Bose-Einstein condensate*”, L.E. Sadler, J.M. Higbie, S.R. Leslie, M. Vengalattore, and D.M. Stamper-Kurn, Nature **443**, 312 (2006).
- [38] “*Gradient critical phenomena in the Ising quantum chain*”, T. Platini, D. Karevski, and L. Turban, J. Phys. A **40**, 1467 (2007).
- [39] “*Phase transition in space: how far does a symmetry bend before it breaks ?*”, W.H. Zurek and U. Dorner, Phil. Trans. R. Soc. A **366**, 2953 (2008).
- [40] P. Engels, “Nonlinear dynamics in BECs: Faraday waves, solitons and quantum shock”, seminarium w Los Alamos National Laboratory z dnia 6 marca 2008.
- [41] “*Experimental demonstration of painting arbitrary and dynamic potentials for Bose-Einstein condensates*”, K. Henderson, C. Ryu, C. MacCormick, and M.G. Boshier, New J. Phys. **11**, 043030 (2009); “*Time-averaged adiabatic ring potential for ultracold atoms*”, B.E. Sherlock, M. Gildemeister, E. Owen, E. Nugent, and C.J. Foot, Phys. Rev. A **83**, 043408 (2011); “*Superflow in a toroidal Bose-Einstein condensate: An atom circuit with a tunable weak link*”, A. Ramanathan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **106**, 130401 (2011).
- [42] “*Bose-Einstein condensate in a box*”, T.P. Meyrath, F. Schreck, J.L. Hanssen, C.-S. Chuu, and M.G. Raizen, Phys. Rev. A **71**, 041604(R) (2005).
- [43] “*Quantum simulation of spin models on an arbitrary lattice with trapped ions*”, S. Korenblit *et al.*, e-print arXiv:1201.0776 (2012).
- [44] “*Quantum quench of an atomic Mott insulator*”, D. Chen, M. White, C. Borries, and B. DeMarco, Phys. Rev. Lett. **106**, 235304 (2011); “*Exploring symmetry breaking at the Dicke quantum phase transition*”, K. Baumann, R. Mott, F. Brennecke, and T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **107**, 140402 (2011).