

dr hab. Jakub Spiechowicz, prof. UŚ
Uniwersytet Śląski w Katowicach
Wydział Nauk Ścisłych i Technicznych
Instytut Fizyki im. Augusta Chełkowskiego
ul. 75 Pułku Piechoty 1A
41-500 Chorzów
e-mail: jakub.spiechowicz@us.edu.pl

Chorzów, 9 maj 2022 r.

Recenzja dysertacji doktorskiej mgr. Karola Capały pt. „Anomalous Stochastic Dynamics in the Underdamped Regime”

Pan mgr Karol Capała w 2018 roku rozpoczął studia doktoranckie w Instytucie Fizyki im. Mariana Smoluchowskiego na Wydziale Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Jagiellońskiego. Dysertację doktorską pt. „Anomalous Stochastic Dynamics in the Underdamped Regime” przygotował pod kierunkiem prof. dra hab. Bartłomieja Dybca w Zakładzie Fizyki Statystycznej. Przedstawiona do recenzji rozprawa ma dopuszczoną przez ustawę formę przewodnika po zbiorze opublikowanych i powiązanych tematycznie artykułów naukowych, na który składają się następujące publikacje:

- A1 K. Capała, B. Dybiec,
Multimodal stationary states in symmetric single-well potentials driven by Cauchy noise,
J. Stat. Mech. 033206 (2019)
- A2 K. Capała, B. Dybiec,
Stationary states for underdamped anharmonic oscillators driven by Cauchy noise,
Chaos 29, 093113 (2019)
- A3 K. Capała, B. Dybiec, E. Gudowska-Nowak,
Nonlinear friction in underdamped anharmonic stochastic oscillators,
Chaos 30, 073140 (2020)
- A4 K. Capała, B. Dybiec,
Inertial Levy flights in bounded domains,
Chaos 31, 083120 (2021)
- A5 K. Capała, B. Dybiec, E. Gudowska-Nowak,
Peculiarities of escape kinetics in the presence of athermal noises,
Chaos 30, 013127 (2020)
- A6 K. Capała, B. Dybiec,
Underdamped, anomalous kinetics in double-well potentials,
Phys. Rev. E 102, 052123 (2020)

Warto zauważyć, że w każdym z nich doktorant jest pierwszym autorem. Wszystkie publikacje ukazały się w renomowanych czasopismach o międzynarodowym zasięgu wydawanych przez Amerykański (AIP) i Brytyjski (IOP) Instytut Fizyki. Wspólnym mianownikiem wyżej wymienionych prac jest badanie dynamiki stochastycznej w obecności szumu Levy'ego. Należy podkreślić, że oprócz powyższych publikacji wchodzących w skład dysertacji doktorskiej, Pan mgr Capała jest współautorem ośmiu artykułów naukowych. Sumarycznie, w swoim naukowym portfolio według bazy Web of Science doktorant posiada 14 pozycji cytowanych łącznie 35 razy, przy indeksie Hirscha wynoszącym 4. Badania wykonane w ramach rozprawy doktorskiej były sfinansowane w ramach grantu Preludium przyznanego doktorantowi przez Narodowego Centrum Nauki. W związku z powyższym można z pełną odpowiedzialnością stwierdzić, że na tym etapie rozwoju naukowego dorobek Pana mgr Capały jest nadzwyczajny, zwłaszcza biorąc pod uwagę specyficzną pod tym względem gałąź fizyki jaką jest fizyka teoretyczna.

Przewodnik składa się z 29 stron tekstu podzielonego na 4 rozdziały, który wprowadza czytelnika do problematyki publikacji A1-A6 oraz omawia najważniejsze rezultaty tam zawarte. Te ostatnie zaprezentowano w formie 14 rysunków. Wykaz literatury zawiera 59 pozycji.

W pierwszym rozdziale autor definiuje nierównowagowy biały szum Levy'ego jako formalną pochodną procesu Levy'ego oraz naturalne rozszerzenie białego szumu Gaussowskiego, którego jak doktorant słusznie zauważa najczęściej używa się do opisu układów równowagowych. Nie wspomina przy tym o roli twierdzenia fluktuacyjno-dyssypacyjnego. Nie jest prawdą zdanie, że w ogólności układy nierównowagowe nie mogą być opisywane białym szumem Gaussowskim. Następnie autor formułuje dynamikę cząstki pod działaniem siły zachowawczej oraz białego szumu Levy'ego w języku równania różniczkowego Langevina. Nie jest przy tym do końca jasne czy zmienne i parametry tam występujące są bezwymiarowe. Jeśli tak, to definicje charakterystycznych skal układu powinny zostać przedstawione w tym miejscu. Doktorant słusznie prezentuje równanie Fokkera-Plancka, które w przypadku układu z szumem Levy'ego ma charakter ułamkowy, jako alternatywną metodę opisu badanego układu komplementarną do zdefiniowanego wcześniej równania Langevina. Niemniej jednak jako rzetelny recenzent czuję się w obowiązku zaznaczyć, że w obydwu prezentowanych równaniach Fokkera-Plancka wyraz związany z potencjałem siły zachowawczej ma błędny znak. Równanie Fokkera-Plancka jest cząstkowym równaniem różniczkowym drugiego rzędu typu parabolicznego, które w ogólności jest trudne lub niemożliwe do rozwiązania analitycznego, zwłaszcza jeśli dodatkowo ma charakter ułamkowy. Dlatego podstawowym narzędziem badawczym autora są symulacje komputerowe równania Langevina. Rozdział pierwszy przewodnika kończy paragraf poświęcony schematowi Eulera-Maruyamy numerycznego całkowania stochastycznego równania różniczkowego Langevina oraz algorytmowi generowania zmiennych losowych o rozkładzie α -stabilnym.

Drugi rozdział autor rozpoczyna od poruszenia zagadnienia istnienia stanu stacjonarnego dla dynamiki sformułowanej w języku równania Fokkera-Plancka. Nie wspomina przy tym o roli jaką w tym problemie odgrywa wybór warunków brzegowych. Stan równowagi termodynamicznej, który opisuje rozkład Gibbsa dany wzorem (2.2), jest szczególnym przypadkiem stanu stacjonarnego, do którego odwołuje się doktorant. Nawiasem mówiąc, mianownik tego wyrażenia ma niekonsekwentną formę. Co więcej, autor podaje, że warunkiem jego wystąpienia jest dążenie potencjału do nieskończoności $V(x) \rightarrow \infty$ kiedy $|x| \rightarrow \infty$. W ogólności nie jest to prawdą. W tym miejscu doktorant powinien przedyskutować również rolę sprzężenia pomiędzy układem, a jego otoczeniem. Problem istnienia stanu stacjonarnego był w przeszłości intensywnie badany dla układu składającego się z przetłumionej cząstki w potencjale potęgowym pod działaniem szumu Levy'ego. W szczególności w przypadku potencjału $V(x) = x^4/4$ oraz α -stabilnego szumu Levy'ego opisanego

wykładnikiem $\alpha = 1$ znana jest analityczna postać stacjonarnego rozkładu prawdopodobieństwa $P(x)$ położenia cząstki. W kontraście do potencjału czwartego stopnia $V(x) = x^4/4$, który posiada jedno minimum, stacjonarny rozkład $P(x)$ położenia cząstki jest bimodalny. Ten sprzeczny z intuicją wynik autor wskazuje jako motywację publikacji A1, w której zademonstrowano, że dla odpowiednio przygotowanego potencjału z pojedynczym minimum stacjonarny rozkład prawdopodobieństwa położenia cząstki może być multimodalny, tzn. posiadać więcej niż dwa maksima. Praca A2 stanowi naturalne uogólnienie tych rozważań na przypadek pełnej dynamiki cząstki inercyjnej. W moim przekonaniu najważniejszym wynikiem publikacji A2 jest diagram fazowy bimodalności stacjonarnego rozkładu położenia cząstki rozpięty na parametrze charakteryzującym analizowany potencjał jednodobkowy oraz współczynnika tłumienia. W artykule A3 autorzy dokonują kolejnego uogólnienia badanego modelu polegającego na uwzględnieniu tarcia w formie nieliniowej funkcji prędkości cząstki. Okazuje się, że wówczas w stanie stacjonarnym to rozkład prędkości cząstki, a nie jej położenia, może być bimodalny. Co więcej, dla pewnej szczególnej realizacji nieliniowej dyssypacji możliwe jest również uzyskanie bimodalności pełnego rozkładu $P(x,v)$. Doktorant dyskutując ten przypadek używa określenia dyssypatywnej siły tarcia. Sądzę, że w tym miejscu precyzyjniej, a zarazem ogólniej byłoby posłużyć się terminem układu dyssypatywnego dobrze znanego w teorii układów dynamicznych.

Rozdział trzeci przewodnika rozpoczyna fragment, w którym autor wprowadza podstawowe charakterystyki służące do badania kinetyki procesów ucieczki ze szczególnym uwzględnieniem średniego pierwszego czasu przejścia. W przypadku ruchu Browna na skończonym odcinku z absorbującymi warunkami brzegowymi średni czas ucieczki jest znany w postaci analitycznej. W publikacji A4 autorzy podejmują problem uogólnienia tego rezultatu na przypadek cząstki inercyjnej pod wpływem szumu Levy'ego. W toku studiów okazało się, że średni czas ucieczki słabo zależy od indeksu stabilności α nierównowagowego zaburzenia. Co więcej, analiza pełnej dynamiki cząstki umożliwiła zbadanie jako funkcji parametrów modelu komplementarnych charakterystyk kinetyki procesu ucieczki w formie jej prędkości oraz energii. W kolejnej części rozdziału trzeciego doktorant podejmuje pokrewny problem przejścia przez barierę potencjału, który ma fundamentalne znaczenie w naukach ścisłych, technicznych i przyrodniczych. Wystarczy w tym miejscu wymienić klasyczny rezultat Arrheniusa opisujący szybkość przejścia przez barierę potencjału jako funkcję energii aktywacji oraz temperatury. W publikacji A5 autorzy analizują tę wielkość w przypadku przetłumionej cząstki Browna w wariacie potencjału bistabilnego poddanej działaniu szumu Levy'ego. Swoją uwagę koncentrują na wyjściu poza przybliżenie słabych fluktuacji nierównowagowych. Sądzę, że doktorant trochę na wyrost zatytułował ten fragment rozdziału jako *anomalna dyfuzja w potencjale bistabilnym*, bowiem z uwagi na jego nieograniczony charakter trudno mówić o dyfuzji w klasycznym tego słowa znaczeniu, a tym bardziej o jej anomalii. W artykule A6 autorzy badają pełną dynamikę układu z uwzględnieniem inercji cząstki. Najważniejszym rezultatem tej pracy jest otrzymanie przybliżonej formuły analitycznej opisującej stosunek szybkości przejścia przez barierę potencjału w obydwu kierunkach w przybliżeniu słabego szumu Levy'ego. Zależy on nie tylko od szerokości bariery, tak jak ma to miejsce w przypadku przetłumionej cząstki, ale również od innych parametrów układu, takich jak energia aktywacji, masa cząstki i współczynnik tłumienia. Uzyskany wzór jest skonfrontowany z wynikami symulacji komputerowych, które potwierdzają jego poprawność.

Ostatni rozdział przewodnika zawiera krótkie podsumowanie rezultatów wchodzących w skład dysertacji doktorskiej. Autor upatruje ich potencjalnego znaczenia w optymalizacji losowej oraz strategiach przeszukiwania. Jako przyszły kierunek badań identyfikuje nierównowagową

kinetykę w obecności szumu Levy'ego oraz modnego ostatnio tzw. resetowania stochastycznego, szczególnie w zastosowaniu do pełnej dynamiki cząstki inercyjnej.

W całościowej ocenie przedstawiona mi do recenzji rozprawa w formie przewodnika po zbiorze opublikowanych i powiązanych tematycznie artykułów naukowych we właściwy sposób wprowadza czytelnika w problematykę badań uprawianych przez doktoranta. Mimo iż jej język nie zawsze jest precyzyjny to autor każdorazowo adekwatnie przedstawia motywację do podjęcia określonego tematu badawczego i zarazem umiejętnie osadza go w kontekście literatury przedmiotu. Znacząco ułatwia to wskazanie oryginalnego wkładu doktoranta w rozwój fizyki statystycznej. Otrzymane wyniki uważam za interesujące i istotne dla tej dyscypliny, zwłaszcza w zakresie dotyczącym indukowanego szumem przejścia przez barierę potencjału bistabilnego, który posiada szerokie spektrum realizacji w rozmaitych kontekstach nauk ścisłych, technicznych i przyrodniczych. Co więcej, tematykę swoich badań doktorant uprawia w sposób uporządkowany i konsekwentny czego bardzo dobrym odzwierciedleniem jest fakt, że nierzadko postawiona hipoteza badawcza wynika wprost z poprzednich wyników. Myślę, że taki rodzaj samodyscypliny dobrze rokuje w kontekście przyszłej działalności naukowej doktoranta.

Podsumowując, dysertację doktorską autorstwa Pana mgra Karola Capały pt. „Anomalous Stochastic Dynamics in the Underdamped Regime” oceniam pozytywnie. Uważam, że z wyraźnym naddatkiem spełnia wymogi stawiane rozprawom doktorskim zgodnie z ustawą Prawo o Szkolnictwie Wyższym z dnia 20 lipca 2018 r. W związku z tym wnoszę o dopuszczenie Pana mgra Karola Capały do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Jednocześnie biorąc pod uwagę nadzwyczajną aktywność doktoranta przejawiającą się w jego dorobku naukowym wnioskuję o wyróżnienie przedstawionej mi do recenzji rozprawy doktorskiej.



Jakub Spiechowicz