

### Recenzja rozprawy doktorskiej pana mgr. Błażeja Ruby

Pan mgr Błażej Ruba przedłożył rozprawę doktorską zatytułowaną *Higher gauge fields and fermions in lattice models*. Praca napisana jest w języku angielskim i liczy 185 stron. Doktorant bardzo rozsądnie, biorąc pod uwagę swój obszerny dorobek publikacyjny, skorzystał z ustawowej możliwości przedstawienia jako swojej rozprawy doktorskiej zbioru opublikowanych i powiązanych tematycznie artykułów naukowych. Rozprawa zawiera następujących pięć opublikowanych artykułów:

- I. A. Bochniak, L. Hadasz and B. Ruba, *Dynamical generalization of Yetter's model based on a crossed module of discrete groups*, Journ. High Energ. Phys. **2021** (2021) 282;
- II. A. Bochniak, L. Hadasz, P. Korcyl and B. Ruba, *Dynamics of a lattice 2-group gauge theory model*, Journ. High Energ. Phys. **2021** (2021), 68;
- III. A. Bochniak and B. Ruba, *Bosonization based on Clifford algebras and its gauge theoretic interpretation*, Journ. High Energ. Phys. **2020** (2020) 118;
- IV. A. Bochniak, B. Ruba, J. Wosiek and A. Wyrzykowski, *Constraints of kinematic bosonization in two and higher dimensions*, Phys. Rev. D **102** (2020) 114502;
- V. A. Bochniak, B. Ruba and J. Wosiek, *Bosonization of Majorana modes and edge states*, Phys. Rev. B **105** (2022) 155105.<sup>1</sup>

Dodatkowo manuskrypt zawiera 38-stronicowe *wprowadzenie do rozprawy*, oświadczenie zatytułowane *Justification of the form of the dissertation* oraz jeszcze kilka elementów wymaganych regulaminowo lub zwyczajowo.

Cykl (pięciu) publikacji (współ)autorstwa pana mgr. Błażeja Ruby wchodzących w skład jego rozprawy doktorskiej dotyczy konstrukcji i analizy modeli sieciowych, z czego w pierwszej części rozprawy dwie pierwsze prace poświęcone są „wyższym” polom cechowania (*higher gauge fields*), tj. pewnym uogólnieniom teorii cechowania opartym o wyższe formy, a w drugiej części rozprawy pozostałe trzy prace dotyczą bozonizacji układów fermionowych, rozumianej jako przejście od zmiennych fermionowych do (bozonowych) zmiennych spinowych.

Z jednej strony te dwie części rozprawy są od siebie trochę niezależne i właściwie każda z nich mogłaby stanowić materiał na niezależną dobrą rozprawę doktorską (do czego jeszcze wrócę w dalszej części recenzji), ale i przeciwnie, cały przedstawiony cykl pięciu prac jest ze sobą powiązany tematycznie — spełniony jest więc ustawowy warunek o *powiązaniu*

---

<sup>1</sup> Praca została opublikowana 4 kwietnia br. W przedłożonej rozprawie doktorskiej widnieje ona jako preprint arXiv:2107:06335.

tematycznym artykułów naukowych. To co wiąże tematycznie te dwie części to wersja sieciowa rozważanych modeli oraz relacja wyższych pól cechowania do bozonizacji w dowolnym wymiarze.

Należy zwrócić uwagę, że cała piątka prac ukazała się w bardzo dobrych czasopismach fizycznych, „z najwyższej półki”, takich jak *Journal of High Energy Physics* (trzy prace), *Physical Review D* (jedna praca) i *Physical Review B* (jedna praca).<sup>1</sup> Stanowi to dla recenzenta pewne ułatwienie, bo materiał przeszedł już przez „gęste sito naukowe”, ale oczywiście nie zwalnia z powierzonego zadania.

Poniżej zwięźle (ze względu na obszerny materiał) omawiam najważniejsze rezultaty zawarte w cyklu przedstawionych publikacji.

Publikacja I wprowadza sieciowe modele cechowania z grupą cechowania zastąpioną strukturą algebraiczną zwaną modułem skrzyżowanym (*crossed module*) grup skończonych, które są uogólnieniem standardowych teorii cechowania z grupami skończonymi opartymi na jednoformach i dwuformach. Obszerne początkowe fragmenty pracy wprowadzają użyty formalizm matematyczny, w szczególności matematyczne podstawy sieciowych teorii cechowania opartych na modułach skrzyżowanych. Zasadnicza część publikacji poświęcona jest modelom hamiltonowskim, gdzie hamiltonian złożony jest z dwóch par członów: para członów magnetycznych (dla jednoformy i dwuformy) oraz korespondująca para członów elektrycznych. Główny rezultat pracy przedstawiony w podrozdziale 3.4 (autor we wprowadzeniu do rozprawy podaje na stronie 27 omyłkowo podrozdział 3.6) to opis przestrzeni stanów podstawowych dla czterech hamiltonianów zawierających po dwa człony (z czterech dla pełnego hamiltonianu), które mogą być dokładnie zdiagonalizowane. Okazuje się, że przestrzenie stanów podstawowych są przestrzeniami stanów pewnych topologicznych teorii pola, co zostało szczegółowo przedstawione w tabeli 1 na stronie 30.

Publikacja II jest kontynuacją I. Jednak w przeciwieństwie do I jest mniej zmatematyzowana. W szczególności autor używa notacji typowej dla modeli sieciowych. Zasadnicza część publikacji koncentruje się na modelu zdefiniowanym na czterowymiarowej sieci kubicznej z modułem skrzyżowanym z grupami  $\mathbb{Z}_4$ . Zaproponowane działanie ma dwa człony ze stałymi sprzężenia, odpowiednio  $J_1$  i  $J_2$ . Interesującą własnością modelu jest (wykazana analitycznie z dokładnością do możliwych małych poprawek związanych ze skończoną objętością) faktoryzacja funkcji korelacyjnych lokalnych *gauge*-niezmienniczych obserwabli na funkcje korelacyjne teorii cechowania z  $\mathbb{Z}_2$  ze stałą sprzężenia  $J_1$  i dwuformową teorią cechowania też z  $\mathbb{Z}_2$  ze stałą  $J_2$ . Druga część pracy zawiera obliczenia numeryczne wykonane przez innego (współ)autora pracy, co wynika z oświadczenia *Justification of the form of the dissertation*.

Moje duże zainteresowanie wzbudził dodatek B, który dokonuje porównania sieciowej wersji modelu z jego odpowiednikiem ciągłym (polowym). Z jednej strony (subiektywnie) wynika to z moich dawnych doświadczeń z polowymi teoriami topologicznymi, ale przede wszystkim jest to doskonałe poszerzenie naukowej perspektywy, bo dla fizyków (przynajmniej dla ich znacznej części) właśnie wersja ciągła stanowi ostateczny cel i motywację dla wersji dyskretnej. Doktorant niestety nie podał tu, a szkoda, żadnych

odnośników (literaturowych), więc nie dowiedziałem się jak ten obszar jest „zagospodarowany” publikacyjnie i co już na ten temat wiadomo (do czego można ten formalizm zastosować, jakich trudności można oczekiwać). Oczywiście jest mnóstwo prac i podejść do „wyżejformowych” (w szczególności do dwuformowych) teorii cechowania, ale interesuje mnie ten konkretny formalizm algebraiczny.

Publikacją III pan mgr Ruba rozpoczyna trzypublikacyjny wątek poświęcony bozonizacji fermionowych modeli sieciowych. Pojęcie bozonizacji jest w fizyce dosyć szerokie, ale tu chodzi o przejście od zmiennych fermionowych do zmiennych spinowych w sensie Jordana–Wignera. Okazuje się, że transformacja Jordana–Wignera (przejście między tymi zmiennymi) w wymiarach wyższych niż 1 napotyka na problemy z zachowaniem lokalności np. w (typowym) hamiltonianie. Podejście zachowujące lokalność w dwóch i trzech wymiarach (dla sieci kubicznych) zostało zaproponowane w roku 1982 w publikacji [37],<sup>2</sup> a jego matematyczna poprawność wykazana w 1985 w pracy [38].<sup>2</sup> Idea z publikacji [37] została przez doktoranta rozwinięta w pracach III, IV i V, z resztą przy częściowym współdziałaniu autora publikacji [37]. Kluczowa dla zapewnienia lokalności okazała się konieczność nałożenia więzów korespondujących do pętli na sieci. W publikacji III doktorant pokazał, że operatory więzów można interpretować jako holonomie dla pola cechowania z grupą  $\mathbb{Z}_2$ , która odpowiada parzystości fermionowej  $(-1)^F$ . Rozwiązanie więzów w jawnej postaci okazuje się w ogólności trudne, ale w pewnym szczególnym przypadku dwuwymiarowej sieci  $2M \times 2M$  o topologii torusa udało się to doktorantowi osiągnąć.

W publikacji IV pan mgr Ruba z pomocą oprogramowania do obliczeń symbolicznych znajduje rozwiązania więzów dla kilku sieci o małych rozmiarach. Udało się też jemu zdiagonalizować w podprzestrzeni więzów kilka zbozonizowanych hamiltonianów.

Dalsze uogólnienia zaprezentował doktorant w publikacji V. Między innymi pokazał on, że możliwa jest bozonizacja modów Majorany oraz bozonizacja na sieci z nieparzystą liczbą sąsiadów i (z pewnymi ograniczeniami) możliwe jest uwzględnienie „zapachów” fermionowych. Chyba najbardziej spektakularne osiągnięcie to bozonizacja modelu Hubbarda na sieci kubicznej, który wcześniej opierał się procedurze bozonizacji.

Chciałbym podkreślić, że wszystkie publikacje napisane są bardzo starannie, ale jest to raczej oczywiste biorąc pod uwagę wysokie standardy wymagane w tak dobrych czasopiśmie, w których się ukazały, i prezentują wysoki poziom merytoryczny, w szczególności, matematyczny.

38-stronicowe wprowadzenie do rozprawy to nie jest element obowiązkowy rozprawy doktorskiej, ale należy docenić doktoranta za jego dodatkowy wysiłek włożony w jej napisanie. Wprowadzenie pozwala spojrzeć na uzyskane rezultaty ze świeżej perspektywy. To co mógłbym tu nieco skrytykować to brak zachowania odpowiednich proporcji w ujęciu i omówieniu materiału. Mam wrażenie, że np. pracy III poświęcił doktorant kilka razy więcej miejsca niż np. pracy IV. Dlaczego? Oczywiście nie ma to najmniejszego znaczenia dla mojej wysokiej oceny rozprawy.

---

<sup>2</sup> Odnośnik do literatury podanej we *wprowadzeniu do rozprawy*.

Ważnym elementem rozprawy doktorskiej, też nieobowiązkowym, jest oświadczenie (nieco myląco) zatytułowane *Justification of the form of the dissertation*. W oświadczeniu tym autor opisuje własny wkład do poszczególnych publikacji tworzących doktorat. Z oświadczenia dowiadujemy się, że wkład pana Ruby jest różny dla różnych publikacji, niemniej oceniam go jako mieszczący się w granicach między istotny a decydujący w zależności od publikacji.

Według ustawodawcy rola recenzenta ma się ograniczać wyłącznie do oceny samej rozprawy doktorskiej. To ograniczenie interpretuję jedynie jako zwolnienie doktoranta z dodatkowych wymagań (oczywiście poza koniecznością posiadania jednej publikacji), a nie jako nieistotność ewentualnych dodatkowych osiągnięć. W tym wypadku czuję się jednak zmuszony do wyjścia poza te ustawowe wąskie ramy, bo nie mielibyśmy pełnego obrazu sytuacji, z krzywdą dla samego doktoranta. Ustawa *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce* nakłada na kandydata do stopnia doktora wymóg posiadania w swoim dorobku co najmniej jednego opublikowanego artykułu naukowego. Wymóg ten został przez doktoranta wielokrotnie przekroczony! Na koncie pana mgr. Ruby doliczyłem się w sumie dziewięciu publikacji w czasopismach (co więcej, bardzo dobrych), dwóch publikacji konferencyjnych i kilku preprintów.

Należy podkreślić, że doktorant nie tylko posiada wiele publikacji (jak na ten etap kariery naukowej), ale ma też publikacje wychodzące poza tematykę doktoratu.

Miałem również okazję wysłuchać (mini)referatu doktoranta i mogę ocenić go jako bardzo dobrego mówcę.

W oparciu o regulamin wyróżnień rozpraw doktorskich przyjęty Uchwałą Rady Dyscypliny NAUKI FIZYCZNE Uniwersytetu Jagiellońskiego chciałbym, korzystając z regulaminowej możliwości, złożyć formalny wniosek o wyróżnienie rozprawy doktorskiej pana mgr. Błażeja Ruby. Rozprawa doktorska pana mgr. Ruby stanowi moim zdaniem doskonały materiał na wyróżnienie. Z argumentów pozytywnie wyróżniających rozprawę pana mgr. Ruby już wymienionych wcześniej dwa chciałbym teraz z naciskiem powtórzyć: (1) rozprawa zawiera aż pięć artykułów opublikowanych w czasopismach fizycznych „z najwyższej półki”; (2) zbiór pierwszych dwóch publikacji i niezależnie zbiór pozostałych trzech publikacji mógłby stanowić materiał na dobrą rozprawę doktorską. Co więcej, wyniki przedstawione w rozprawie mają dużą wagę naukową. W szczególności rezultaty dotyczące bozonizacji fermionowych modeli sieciowych w wyższych wymiarach mogą przyczynić się do lepszego zrozumienia wielu konkretnych używanych modeli, również tych mających zastosowanie np. w fizyce fazy skondensowanej. Poza tym, należy podkreślić, że kandydat ma zdecydowanie znaczący dorobek publikacyjny dotyczący tematyki rozprawy (i wchodzący w jej skład): w sumie pięć publikacji w bardzo dobrych czasopismach.

W podsumowaniu całej recenzji jednoznacznie stwierdzam, że mgr Błażej Ruba spełnia z dużą nawiązką kryteria stawiane w Ustawie kandydatom do stopnia naukowego doktora.

