

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Błażeja Ruby**  
**pt. *Higher gauge fields and fermions in lattice models***

Praca doktorska pana mgr. Błażeja Ruby dotyczy kilku aspektów sieciowej kwantowej teorii pola. Na rozprawę składa się pięć publikacji z lat 2000-2002, z których cztery ukazały się drukiem do momentu złożenia dysertacji, a ostania, obecna w rozprawie w postaci preprintu, została opublikowana ostatnio. Wszystkie prace ukazały się w bardzo dobrych czasopismach (Journal of High Energy Physics – trzy prace, Physical Review D – jedna praca, Physical Review B – jedna praca). Ponieważ wszystkie prace ukazały się w bardzo nieodległym czasie, trudno wypowiadać się na temat ich oddźwięku w literaturze światowej. Wszystkie prace są współautorskie; pan mgr. Ruba, w osobnej notce precyzyjnie opisuje i określa swój udział w ich powstaniu – w każdej publikacji istotny, czy nawet decydujący. Zbiór prac uzupełniony został wprowadzeniem zawierającym, oprócz zarysu rozprawy, niezbędne informacje dotyczące aparatu matematycznego użytego w niej.

Pięć prac składających się na rozprawę można w naturalny sposób podzielić na dwa cykle. Na pierwszy z nich składają się dwie pierwsze, na drugi – pozostałe trzy. Pierwsze dwie prace poświęcone zostały konstrukcji kwantowych modeli sieciowych. Konstruowane modele uogólniają modele z cechowaniem poprzez założenie, że występujące tam pola kwantowe mają wartości w tzw. (z braku lepszego tłumaczenia określenia angielskiej nazwy *crossed module of groups*) skrzyżowanym module grup, tj. obiekcie składającym się z dwóch grup (skończonych, w rozpatrywanych przypadkach) połączonych homomorfizmem oraz działaniem jednej z grup na drugiej w formie automorfizmu. Pierwsza praca składa się z obszernego wstępu prezentującego aparat matematyczny, (uzupełnienia zostały umieszczone w zamykających pracę dodatkach) oraz części właściwej, w której konstruuje się hamiltonowskie modele takich teorii i pokazuje, że stanowią one uogólnienie pewnych modeli z cechowaniem, określa ich symetrie i pewne całkowalne granice. Druga z prac tego cyklu poświęcona jest analizie dynamiki szczególnego modelu, w którym obie grupy skrzyżowanego moduły to grupy  $Z_2$ . Zaproponowano działanie i zbadano symetrie modelu. Pokazano numerycznie i, w rezultacie także analitycznie, specyficzną faktoryzację funkcji korelacji lokalnych obserwacji, co pokazało na możliwości dowodu analitycznego zaobserwowanych wyników symulacji Monte-Carlo. Udowodniona faktoryzacja pozwala na odtworzenie diagramu fazowego modelu (w funkcji istniejących w nim dwóch parametrów porządku), co jest najciekawszym wynikiem zawartym w publikacji.

Obie prace są dość techniczne, jednak poszczególne kroki matematyczne są dość jasno opisane. Wybrane przeze mnie fragmenty dają się dobrze śledzić. Nie mniej przeto, techniki matematyczne są główną treścią prac, bez szczególnego nacisku na ich zalety, wady przydatność i ostateczne cele. Wróć do tego problemu w dalszej części recenzji.

Jak napisałem powyżej, trzy następne prace składają się na drugi cykl. Jest on poświęcony bozonizacji. Pierwsza z prac cyklu (oznaczona w rozprawie numerem III) dotyczy uogólnienia pewnego modelu (tzw. modelu  $\Gamma$ ) – sieciowego modelu fermionowego. Ważnymi wynikami

rozważań są tu powiązanie z teorią cechowania opartą na grupie  $Z_2$  oraz pokazanie dualności z pewnym alternatywnym podejściem do bozonizacji zabronowanym przez Chena i współpracowników. Rozważany schemat bozonizacji wykorzystujący macierze Diraca  $\Gamma$ , a dla większych wymiarów odpowiednie wyższe algebry Clifforda prowadzi do modeli bozonowych, na które, w celu uzyskania dokładnych odpowiedników wyjściowych modeli fermionowych, należy nałożyć dodatkowe warunki. Głównym osiągnięciem pracy IV jest szczegółowa analiza tych warunków. Ostatnia z prac cyklu poświęcona jest analizie w tymże duchu modeli sieciowych z dowolną liczbą modów Majorany.

Druga część rozprawy, tzn. krótko omówiony powyżej cykl prac dotyczących bozonizacji, wymaga również zaawansowanego, choć mniej abstrakcyjnego i raczej prostszego, aparatu matematycznego, opanowanego do perfekcji przez autora dysertacji. Uwaga dotycząca motywacji fizycznych, którą zamieściłem przy omówieniu prac I i II stosuje się tu także w dużym stopniu.

Prezentacja rozprawy doktorskiej w postaci zbioru publikacji niesie stwarza w praktyce pewne problemy. Pierwszym jest to, że poszczególne prace, jeśli rzeczywiście poświęcone są jednej tematyce zawierają w swoich wstępach ciągle ten sam materiał, co nie ułatwia ich czytania i oceny. Tutaj, rolę stanowiącego integralną część rozprawy dodatku, jest m.in. przedstawienie toku rozumowania, bez powtórzeń i zbędnych dygresji dotyczących szczegółów technicznych. Całego tego problemu udało się w tym wypadku uniknąć. Wstępy są krótkie i prace faktycznie tworzą dwa spójne cykle, stanowiąc niejako rozdziały większego dzieła. Dobrze to wpływa na ich czytanie i analizę hierarchii i sekwencji postawionych i rozwiązanych problemów. Drugim niebezpieczeństwem jest to, że powiązanie między pracami jest jedną przyczyną ich powstania, Ogólny cel jest jasny dla specjalistów, natomiast związki z jakimikolwiek innym problemami fizycznymi pozostają, w zasadzie nieomówione. Cała rozprawa jest więc w charakterystyczny sposób „wsobna” i nie ma szansy na znalezienie szerokiego oddźwięku. Niestety, jest to sytuacja, której nie udało się uniknąć autorowi dysertacji. W żadnej z przedstawianych prac nie sposób znaleźć odnośników do problemów fizycznych. Ich końcowe fragmenty, w których zaprezentowano rezultaty i zarysowano dalsze perspektywy, nic tutaj nie wnoszą. Szanse na poprawienie tej sytuacji stwarzał autorski wstęp. Niestety szansa ta nie została wykorzystana. Wstęp jest czysto techniczny i nie bardzo wiadomo, dla kogo przeznaczony. Zawiera on dość szczegółową prezentację matematycznych podstaw rozważań, jednak nie wyobrażam sobie aby czytelnik nie znający uprzednio teorii wiązek wektorowych, klas charakterystycznych, homologii czy algebr Clifforda mógł cokolwiek skorzystać. Omówienia poszczególnych prac są oszczędne i wymieniają otrzymane wyniki bez próby oceny ich wagi i konsekwencji. Z tego względu uważam redakcję całej dysertacji za pewną porażkę,

Powyższe krytyczne i uwagi nie umniejszają nowej bardzo wysokiej oceny merytorycznej zawartości rozprawy. Jej autor wykazał się prawdziwą maestrią w operowaniu bardzo zaawansowaną matematyką i otrzymał bardzo ciekawe rezultaty.

Podsumowując, stwierdzam, że rozprawa doktorska mgr. Błażeja Ruby pt. *Higher gauge fields and fermions in lattice models* spełnia wszelkie wymogi formalne i zwyczajowe stawiane dysertacjom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie jej autora do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Warszawa, 10.04.2022

prof. dr hab. Marek Kuś