AGH

Akademia Górniczo-Hutnicza
im. Stanisława Staszica w Krakowie
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

Prof. Zdzisław Burda

tel. +48 12 617 41 57
fax. +48 12 634 00 10
zdzislaw.burda@agh.edu.pl

Kraków, 23 sierpnia 2022

Recenzja rozprawy doktorskiej pana mgr. Dániela Németha zatytułowanej
Studies of Critical Phenomena in Causal Dynamical Triangulations on a Torus

Praca doktorska została wykonana pod opieką naukową promotora Prof. Jerzego Jurkiewicza i promotora pomocniczego Dr. hab. Jakuba Gizberta-Studnickiego, który objął funkcję promotora po śmierci Prof. Jurkiewicza.

Przedstawione w rozprawie wyniki zostały opublikowane w sześciu artykułach w renomowanych czasopismach naukowych:

- [1] J. Ambjørn, G. Czelusta, J. Gizbert-Studnicki, A. Görlich, J. Jurkiewicz, and D. Németh, *The higher-order phase transition in toroidal CDT*, JHEP 05 (2020) 30;
- [2] J. Ambjørn, J. Gizbert-Studnicki, A. Görlich, J. Jurkiewicz, and D. Németh, *Towards an UV fixed point in CDT gravity*, JHEP 07 (2019) 166;
- [3] J. Ambjørn, J. Gizbert-Studnicki, A. Görlich, and D. Németh, *Topology induced first-order phase transition in lattice quantum gravity*, JHEP 04 (2022) 103;
- [4] J. Ambjørn, Z. Drogosz, J. Gizbert-Studnicki, A. Görlich, J. Jurkiewicz, and D. Németh, *Cosmic voids and filaments from quantum gravity*, Eur. Phys. J. C (2021) 81:708;
- [5] J. Ambjørn, Z. Drogosz, J. Gizbert-Studnicki, A. Görlich, J. Jurkiewicz, and D. Németh, *Matter-Driven Change of Spacetime Topology*, Phys. Rev. Lett. **127** (2021) 161301;
- [6] J. Ambjørn, Z. Drogosz, J. Gizbert-Studnicki, A. Görlich, J. Jurkiewicz, and D. Németh, *Scalar fields in causal dynamical triangulations*, Class. Quantum Grav. **38** (2021) 195030;

Z oświadczeń współautorów wynika, że ich udział w powstaniu tych artykułów był typowy dla małych kolaboracji naukowych prowadzących symulacje numeryczne. Z kolei sam Autor ocenia swój udział na około 70-75% w drugiej i trzeciej pracy oraz 20-30% w pozostałych. Biorąc pod uwagę, że artykuły miały 4-6 autorów można uznać, że wkład pana Németha był istotny.

Rozprawa dotyczy badań modelu kauzalnych dynamicznych triangulacji CDT (Causal Dynamical Trinagulations). Model uważany jest za obiecującą próbę sformułowania teorii kwantowej grawitacji. Oparty jest na sieciowej regularyzacji amplitud kwantowych wyliczanych za pomocą uogólnionego feynmanowskiego formalizmu całek po trajektoriach.

Pod względem tematycznym artykuły można podzielić na dwie grupy. Pierwsza dotyczy analizy diagramu fazowego dla czystej grawitacji, tzn. bez pól materii, a druga modelu sigma minimalnie sprzężonego do grawitacji CDT na rozmaitości o toroidalnej topologii $S^1 \times S^1 \times S^1 \times S^1$.

Oprócz sześciu wymienionych artykułów rozprawa zawiera wstęp, który składa się z motywacji (rozdział 1) wprowadzenia do kauzalnych dynamicznych triangulacji (rozdział 2), opisu metody numerycznej (rozdział 3), wprowadzenia do tematyki artykułów (rozdziały 4,5) oraz podsumowania (rozdział 6).

W rozdziale 1 Autor dokonuje przeglądu różnego rodzaju podejść do kwantowania grawitacji.

W rozdziale 2 opisuje filozofię formalizmu opartego na kauzalnych dynamicznych triangulacjach, począwszy od nierenormalizowalności kwantowej grawitacji w podejściu perturbacyjnej teorii pola, poprzez koncepcję asymptotycznego bezpieczeństwa, rachunek Reggego i sieciową regularyzację, a skończywszy na omówieniu najważniejszych wyników otrzymanych dotychczas w ramach CDT.

Rozdział 3 zawiera opis algorytmu do generowania zespołu statystycznego CDT za pomocą MCMC (Markov Chain Monte Carlo). Akcent został postawiony na opis elementarnych, lokalnych zmian rozmaitości symplicjalnej, będących adaptacją ruchów Alexandra, zachowującą foliację. Ruchy stanowią bazę dla pojedynczych kroków w łańcuchu Markowa w generatorze Monte-Carlo, wykonywanych zgodnie z algorytmem Metropolisa.

W rozdziale 4 przedstawione zostały parametry porządku używane w badaniach diagramu fazowego modelu CDT. Omówiono również filozofię metody skalowania skończonych rozmiarów do lokalizacji przejść fazowych na diagramie fazowym i określania ich rodzaju, tzn. czy są one ciągłe czy nie.

Rozdział 5 zawiera wprowadzenie do modelu sigma, który został zastosowany do zdefiniowania quasi-harmonicznych współrzędnych na torusie, używanych między innymi do analizy rozkładu czteroobjętości w różnych fazach modelu CDT.

Rozdział 6 podsumowuje najważniejsze wyniki rozprawy.

Rozdział 7 zawiera listę artykułów naukowych składających się na rozprawę doktorską oraz kopie tych artykułów.

Zgodnie z obecnym stanem wiedzy model CDT bez pól materii posiada cztery fazy różniące się istotnie geometrią typowych konfiguracji, które dają największy wkład do amplitud kwantowych. Są to: faza rozgałęzionych polimerów oznaczana w rozprawie literą A, faza zapadnięta oznaczana literą B, faza semiklasyczna oznaczana literą C oraz faza bifurkacyjna oznaczana jako C_b. Położenie faz reprezentowane jest na diagramie fazowym na płaszczyźnie stałych sprzężenia Δ, κ_0. Zanim odkryto fazę bifurkacyjną traktowano ten obszar diagramu fazowego jako część fazy C, jednak późniejsze badania pokazały, że konfiguracje w tym obszarze różnią się skalowaniem od tych w fazie C. Dokładniejsza analiza pozwoliła ustalić granice pomiędzy fazą C a fazą C_b. Diagram fazowy CDT został najpierw wyznaczony dla topologii $S^1 \times S^3$, tzn. dla modelu, w którym część przestrzenna foliacji ma topologię sfery. W rozprawie badano głównie model dla topologii $S^1 \times S^1 \times S^1 \times S^1$. Diagramy fazowe w obu przypadkach są w zasadzie identyczne. Różnią się poprawkami skończonych rozmiarów oraz tym, że typowa geometria w fazie semiklasycznej C jest geometrią de Sittera dla $S^1 \times S^3$ oraz geometrią płaską dla $S^1 \times S^1 \times S^1 \times S^1$. W obu przypadkach typowe geometrie pokrywają się z rozwiązaniami semiklasycznymi modelu 'minisuperspace'. Na torusie dużo łatwiej odróżnić jest numerycznie fazę semiklasyczną od fazy bifurkacyjnej, łatwiej też badać niektóre przejścia fazowe ze względu na słabsze efekty skończonych rozmiarów.

W artykule [1] skoncentrowano się na analizie przemiany fazowej pomiędzy B i C_b. Na podstawie pomiarów położenia maksimum podatności dla parametrów porządku pokazano, że skalowanie jest charakterystyczne dla przejść ciągłych. Co więcej, eksponenta kontrolująca szybkość dochodzenia wartości pseudokrytycznej do wartości krytycznej w zależności od rozmiaru układu ma w zakresie błędu tę samą wartość dla sfery i torusa. Punkt końcowy przejścia B-C_b jest punktem potrójnym, w którym spotykają się trzy fazy. Wyniki zawarte w artykule nie pozwoliły konkluzywnie stwierdzić, czy w punkcie potrójnym przejście jest też ciągłe. Odpowiedź na to pytanie może być ważna w konktekście poszukiwań punktu stabilnego w utlrafiolecie, w którym można zdefiniować granicę ciągłą modelu CDT niezależną od regularyzacji.

W pracy [2] przeprowadzono badania przemiany fazowej C-B dla torusa. Dla topologii sferycznej do tej pory nie udało się tego zrobić ze względu na silne efekty skończonych rozmiarów. Wyniki badań dla torusa pokazały, że przejście fazowe na linii C-B jest nieciągłe. To oczywiście stawia duży znak zapytania, czy przejście fazowe w punkcie potrójnym, który leży na styku dwóch odmiennych zachowań jest ciągłe czy nie. Pytanie wciąż pozostaje otwarte. Na końcu artykułu Autorzy podkreślają pewne anomalie, które są nietypowe dla przejść pierwszego rodzaju, jak na przykład zmniejszającą się histereza wraz z rozmiarem systemu.

Ta obserwacja stała się pretekstem do powtórzenia badań w pracy [3] na linii C-B, w bezpośreniej bliskości punktu potrójnego. W wyniku tych badań Autorzy doszli do wniosku, że skalowanie dla przejścia C-B jest jednak zgodne ze skalowaniem charakterystycznym dla przejść nieciągłych, jeśli wprowadzi się poprawkę skończonych rozmiarów do funkcji opisującej położenie punktu pseudokrytycznego. W pracy przebadano też przejście na linii A-B, które również okazało się przejściem nieciągłym. Autorzy sformułowali hipotezę, że część z obserwowanych przejść fazowych ma charakter dążenia układu do zmiany topologii i że przejścia fazowe związane ze zmianą topologii są z natury nieciągłe, ponieważ nie da się zmienić topologii w sposób ciągły.

Artykuł [4] otwiera cykl dotyczący modelu sigma na CDT z topologią $S^1 \times S^1 \times S^1 \times S^1$. Pole sigma ma w tym modelu taką samą topologię. Autorzy postulują, że rozwiązanie klasycznych równań dla pola sigma dla zadanej geometrii tła można zinterepretować jako współrzędne na dla tej geometrii, w analogii do harmonicznych współrzędnych wprowadzonych w pracy: K.V. Kuchar and C.G. Torre, Phys. Rev. D 43 (1991) 419. Klasyczne równania dla pola sigma przy zadanym polu tła dane są przez równanie Laplace'a z odpowiednimi skokowymi warunkami brzegowymi. W modelu CDT geometria tła określona jest przez graf połączeń sympleksów, a równanie Laplace'a przybiera zdyskretyzowaną postać, w której operator Laplace'a zostaje zastąpiony zdyskretyzowanym laplasjanem grafu dualnego do grafu rozmaitości symplicjalnej. Zdyskretyzowane równanie Laplace'a można rozwiązać numerycznie, znajdując w ten sposób współrzędne każdego czterosympleksu. Na tej podstawie można wyznaczyć rozkład czteroobjętości we współrzędnych harmonicznych. Wyniki pokazały, że rozkład jest jednorodny w skali dużych odległości, jednak na małych odległościach widać w nim niejednorodności, mające postać wąskich włóknistych obszarów, w których skumulowana jest czteroobjętość. Włókna otoczone są pustkami. To niezwykle ciekawy rezultat, który daje pogląd na temat kwantowych fluktuacji kwantowej grawitacji w modelu CDT z polem sigma.

W pracy [5] przeanalizowno wpływ paramatru skoku, definiującego periodyczne warunki brzegowe pola sigma, na geometrię czasoprzestrzeni. Wykazano istnienie krytycznej wartości tego parametru, dla której następuje gwałtowne przejście pomiędzy semiklasyczną fazą CDT a fazą, w której część geometrii zostaje ściągnięta do wąskiego obszaru. Zmiany geometrii następują w wyniku reakcji na zmianę pola materii. Jest to nowy typ przemiany fazowej. Należy ona do nielicznej klasy znanych przejść fazowych, w których zmiany geometrii następują w wyniku reakcji na zmiany pola materii. Z punktu widzenia poszukiwań nietrywialnych punktów stałych modelu CDT, jest to krok w dobrym kierunku, ponieważ oczekuje się, że pełna teoria kwantowej grawitacji musi uwzględniać oddziaływania pól materii z grawitacją. Jeśli zatem istnieje nietrywialna granica ciągła modelu CDT, prowadząca do kwantowej teorii grawitacji, będzie ona związana z nieperturbacyjnym punktem stałym grupy renormalizacji, w którym geometria czasoprzestrzeni i pole materii wzajemnie na siebie wpływają w nietrywialny sposób.

Artykuł [6], który ma 59 stron, zawiera systematyczne wprowadzenie do współrzędnych harmonicznych oraz przegląd wyników otrzymanych za ich pomocą dla model CDT z polem sigma na torusie.

Uwagi ogólne:

Rozprawa pana Dániela Németha zawiera ważne wyniki. Pogłębiły one w istotny sposób wiedzę na temat diagramu fazowego modelu CDT i zachodzących w nim przemian fazowych. Opisany w rozprawie model sigma w nowatorski sposób umożliwił próbkowanie fluktuacji geometrii za pomocą współrzędnych harmonicznych. Wszystkie te rezultaty wzbudziły duże zainteresowanie w środowisku zajmującym się kwantową grawitacją.

Wstęp poprzedzający artykuły został starannie zredagowany. Według mnie zostały w nim jednak lekko zachwiane proporcje pomiędzy ilością materiału, dotyczącego powszechnie znanej wiedzy i materiału bezpośrednio odnoszącego się do rozprawy i badań przeprowadzonych przez samego Doktoranta. Zbyt powierzchownie potraktowana została kwestia wykładników krytycznych i skalowania skończonych rozmiarów. Przywołanie modelu Isinga w zasadzie niczego nie wyjaśniło.

Mimo tych drobnych niedociągnieć wysoko oceniam rozprawę.

Pytania:

- W zasadzie jedyną metodą stosowaną w rozprawie do odróżniania ciągłego od nieciągłego przejścia fazowego jest skalowanie psedokrytycznej stałej sprzężenia z rozmiarem systemu. Pseudokrytyczna wartość stałej sprzężenia zdefiniowana jest jako miejsce położenia maksimum wariancji parametru porządku. Tylko raz użyto innej metody opartej na kumulantach Bindera. Metoda skalowania jest jednak zawodna, jak sami Autorzy zauważyli wprowadzając poprawki skończonych rozmiarów we wzorze (4.2) w pracy [3]. Stąd dwa pytania: dlaczego dla upewnienie się, czy przejście jest rzeczywiście nieciągłe, nie użyto bardziej bezpośrednich metod, np. polegających na poszukiwaniu punktów na diagramie fazowym, w których fazy współistnieją, a rozkłady parametru porządku są binomialne? Jakie wartości mają stałe we wzorze (4.2) i jak je należy interpretować?
- Współrzędne harmoniczne wprowadzone za pomocą modelu sigma na torusie pokazują obecność włókien i pustek w rozkładzie czteroobjętości. Skąd wiadomo, że jest to własność geometrii, a nie specyficznego wyboru układu współrzędnych? W rozprawie wspomniano, że współrzędne tego typu da się wprowadzić jedynie na torusie. Zastanawiam się, czy da się powtórzyć konstrukcję dla topologii $S^1 \times S^3$ z polem sigma o tej samej topologii, zadając periodyczne warunki brzegowe w kierunku czasowym oraz wybierając odwzorowanie $S^3 \to S^3$ o nietrywialnej homotopii w kierunku przestrzennym?

Podsumowując, rozprawa doktorska dotyczy aktualnej tematyki. Zawiera wiele oryginalnych, ważnych wyników. Uważam, że spełnia z nadwyżką wymagania stawiane rozprawom doktorskim i w związku z tym wnoszę o dopuszczenie pana mgr. Dániela Németha do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Zdzisław Burda