

Wrocław, 20.12.2021

Prof. dr hab. Marcin Mierzejewski  
Katedra Fizyki Teoretycznej  
Wydział Podstawowych Problemów Techniki  
Politechnika Wroclawska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 Wrocław

Recenzja rozprawy doktorskiej Pana Michała Białończyka pt.  
“Nierównowagowa dynamika kwantowych układów spinowych w pobliżu punktów krytycznych”

Tytuł precyzyjnie odzwierciedla tematykę rozprawy i analizowane w niej zagadnienia. Autor analizuje kwantową dynamikę jednowymiarowych łańcuchów spinowych z zewnętrznym polem, które zmienia się w czasie tak, że układ przechodzi przez punkt krytyczny lub pozostaje w jego pobliżu. Badane układy opisywane są kwantowym modelem Isinga (z poprzecznym polem) lub rozszerzonym modelem XY. Wybór modeli jest dobrze uzasadniony. Badane modele różnią się wartościami wykładników krytycznych, co ma istotne znaczenie dla dynamiki w pobliżu przejść fazowych. Używając transformacji Jordana-Wignera oba te modele można opisać jako układ nieoddziałujących fermionów, dzięki czemu większość obliczeń można wykonać analitycznie. Umożliwia to badanie znacznie większych układów niż ma to miejsce w przypadku numerycznych symulacji łańcuchów z oddziaływaniami wielociałowymi. Można też precyzyjnie przewidzieć własności układu w granicy termodynamicznej. Wyprowadzone przybliżone wyrażenia analityczne w sposób precyzyjny opisują dokładne wyniki numeryczne. Tego typu obliczenia są bardzo cenne, lecz są rzadko spotykane w literaturze dotyczącej nierównowagowej dynamiki układów kwantowych. Badania te są zdominowane przez obliczenia czysto numeryczne i trudne do weryfikacji przewidywania dotyczące własności układów w granicy termodynamicznej.

Praca składa się z pięciu rozdziałów i liczy około osiemdziesięciu stron. Rozdziały te są poprzedzone bardzo krótkim wstępem, który jest w całości poświęcony omówieniu struktury pracy. Oryginalne wyniki naukowe zostały omówione w rozdziałach trzecim, czwartym i piątym. Rozdziały te zostały przygotowane w oparciu o trzy prace, które Pan Michał Białończyk opublikował wspólnie z promotorem rozprawy, dr. hab. Bogdanem Damskim, w *Journal of Statistical Mechanics* (dwie prace, które ukazały się 2018 i 2020 r.) oraz w *Physical Review B* (jedna praca w 2020 r.). We wszystkich tych publikacjach Pan Białończyk jest pierwszym autorem i nie ma żadnych wątpliwości, że wniósł dominujący wkład w ich powstanie.

Dwa początkowe rozdziały stanowią typowy wstęp. Rozdział pierwszy omawia wykładniki krytyczne oraz mechanizm Kibblla-Zurka. Autor zastrzega, że prezentowane tam rozważania mają charakter jakościowy i pominięte zostały szczegóły techniczne. Pomimo tych zastrzeżeń, rozważania zaprezentowane zostały bardzo spójnie i precyzyjnie tak, że czytelnik bez trudu może prześledzić tok myślenia prowadzący do kolejno omawianych równań.

Rozdział drugi zawiera szczegółowe omówienie zagadnień związanych z diagonalizacją i wyznaczeniem dynamiki kwantowego modelu Isinga oraz rozszerzonego modelu XY. Wyprowadzona została większość równań, które są konsekwentnie wykorzystywane w dalszej części rozprawy. W badanym układzie pole zmienia się liniowo w czasie, dzięki czemu można

zastosować rozwiązanie problemu Landau-Zenera. Zaprezentowane w tym rozdziale rozważania były wcześniej omawiane w literaturze, jednak w rozprawie zostały one przedstawione w sposób wyjątkowo wyczerpujący. Warto podkreślić precyzyjne zestawienie własności kwantowego modelu Isinga z periodycznymi oraz z otwartymi warunkami brzegowymi a także omówienie stanów własnych w podprzestrzeniach o różnej parzystości. Część dyskutowanych efektów znika w granicy termodynamicznej. Najlepszym tego przykładem jest wykres 2.2 opracowany dla małego łańcucha zawierającego jedynie 20 spinów. W podpisie rysunku czytamy, że zaprezentowana tam różnica energii jest bardzo bliska zeru dla większych układów. Głównym atutem prezentowanych rozważań, jest wyprowadzenie wzorów, które precyzyjnie opisują dokładne wyniki numeryczne dla dowolnych rozmiarów układu. Drobną zastrzeżenie dotyczy nieco zbyt szerokiego tytułu tego rozdziału "Całkowalne sieci spinowe", podczas gdy omawiane są jedynie te modele, które można zmapować na układ nieoddziałujących fermionów. Moim zdaniem brakuje chociaż krótkiego odniesienia do całkowalnych łańcuchów opisywanych modelem Heisenberga lub XXZ, które były intensywnie badane w ciągu ostatniej dekady.

W rozdziale trzecim badana jest dynamika modelu Isinga z poprzecznym polem, które zmienia się liniowo w czasie. Początkowa wartość pola odpowiada fazie ferromagnetycznej, końcowa wartość odpowiada przejściu do fazy paramagnetycznej a dalsza ewolucja przebiega z niezależnym od czasu hamiltonianem. Badana jest poprzeczna magnetyzacja oraz echo Loschimda. Dla skończonych łańcuchów spinowych, w przebiegach czasowych obu wielkości widoczne są charakterystyczne piki, których precyzyjny opis jest głównym zagadnieniem analizowanym w tym rozdziale. Wyprowadzone wyrażenia tłumaczą kwaziperiodyczny charakter przebiegów czasowych wyjaśniając przyczynę, dla której okresowość ta nie będzie widoczna w granicy termodynamicznej. Co ciekawe, zastosowanie granicy termodynamicznej pozwoliło wyprowadzić wyrażenia poprawnie opisujące szerokość połówkową pików widocznych w obu badanych wielkościach a także amplitudę pików w poprzecznej magnetyzacji.

W rozdziale czwartym badana jest dynamika podłużnej magnetyzacji, której wyznaczenie jest znacznie trudniejsze od analizy magnetyzacji poprzecznej. Ewolucja rozpoczyna się od w pełni spolaryzowanego stanu w fazie ferromagnetycznej. Następnie, pole magnetyczne zmienia się liniowo w czasie osiągając wartości odpowiadające fazie ferromagnetycznej, paramagnetycznej lub przejściu pomiędzy tymi fazami. Koncepcja rozwijana w tym rozdziale opiera się na obserwacji, że magnetyzacja podłużna ma niezerowe elementy macierzowe tylko pomiędzy stanami (wielociałowymi), które odpowiadają przeciwnej parzystości. Z tego powodu ewolucja magnetyzacji pozwala wyznaczyć różnicę energii stanów podstawowych w obu sektorach parzystości. Pomysł ten jest testowany numerycznie dla łańcuchów z periodycznymi oraz z otwartymi warunkami brzegowymi. W pierwszym wypadku, ewolucja została wyznaczona numerycznie w pełnej przestrzeni Focka. Szkoda, że zaprezentowano wyniki numeryczne jedynie dla jednego rozmiaru łańcucha spinowego,  $N=12$ . W przypadku łańcuchów z otwartymi warunkami brzegowymi możliwe jest numeryczne badanie znacznie większych układów zawierających do kilkuset spinów, jednak dla zbyt dużych układów różnica energii stanów podstawowych w obu sektorach parzystości jest bardzo mała.

W ostatniej części rozdziału czwartego badana jest amplituda oscylacji magnetyzacji podłużnej dla przejść doprowadzonych do punktu krytycznego. Odchylenie tej amplitudy od wartości równowagowej pozwoliło stwierdzić, dla jak szybkich zmian pola magnetycznego dynamika układu pozostaje w reżimie adiabatycznym a kiedy staje się nieadiabatyczna. Pokazano, że dla dostatecznie dużych układów przejście między oboma reżimami ma miejsce dla czasów przejścia, które rosną proporcjonalnie do kwadratu rozmiaru układu, co bardzo dobrze zgadza się z

przewidywaniami teorii Kibbla-Zurka. Szkoda, że skalowanie na rysunku 4.10 (b) przedstawiono tylko dla jednej wartości współczynnika,  $\eta = 10\%$ .

Moim zdaniem, najciekawsze wyniki rozprawy zostały zaprezentowane w rozdziale piątym. Dotyczą one oszacowania punktu krytycznego na podstawie podatności mierzonej przy nierównowagowych przejściach w dwóch kierunkach, tzn. z fazy pierwszej do drugiej oraz z drugiej do pierwszej. Połączenie wyników z obu przejść pozwala oszacować położenie punktu krytycznego oraz błąd takiego oszacowania, który zgodnie z równaniem (5.7) jest tym mniejszy i wolniejsze są przejścia. Przewidywania te potwierdzono obliczeniami numerycznymi przeprowadzonymi dla rozszerzonego modelu XY oraz dla modelu Isinga. W obu modelach opisano też jak przebiegi czasowe podatności w przejściach nierównowagowych skalują się z czasem przejścia. Rozważania analityczne zostały potwierdzone przez wyniki numeryczne, które zostały zaprezentowane na rysunkach 5.4 oraz 5.7.

Rozprawa doktorska została napisana bardzo starannie i dostrzegłem jedynie niewielką ilość pomyłek. Z obowiązku recenzenta chciałby wskazać, że w równaniu (2.20) brakuje operatora anihilacji a w równaniu (2.27) błędnie podano zakres zmienności pola magnetycznego. Drobny niedosyt budzić może zbyt krótki opis niektórych ciekawych stwierdzeń: na stronie 33 nie zostało wyjaśnione, dlaczego do obliczeń numerycznych zastosowano algorytm Bulirsch-Stoera; warto było nieco rozwinąć stwierdzenie na stronie 56, że źródłem nieadiabaticznej ewolucji są odstępstwa wzbudzeń jednocząstkowych od równania (4.33); w tekście na stronie 70 brak dokładnego przekrycia przeskalowanych podatności na rysunkach 5.4 i 5.7 powiązано z obecnością nieuniwersalnych przyczynków typowych dla dynamiki nierównowagowej, co wymagałoby nieco szerszego uzasadnienia. Rozprawę kończy bardzo krótkie podsumowanie a najważniejsze wyniki rozprawy zostały opisane w jego pierwszym zdaniu. Myślę, że warto było raz jeszcze umieścić te wyniki w kontekście innych badań dotyczących mechanizmu Kibbla-Zurka.

Nie mam najmniejszych wątpliwości, że rozprawa doktorska Pana Michała Białończyka spełnia wszystkie kryteria wymienione w Ustawie o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz.U. z 2016 r. poz. 882). Z tego powodu wnioskuję o przyjęcie rozprawy i dopuszczenie jej Autora do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

*Morin Mienycki*

#### *Wniosek o wyróżnienie rozprawy*

Rozprawę Pana Białończyka przeczytałem z ogromną przyjemnością. Omówienie dokładnych obliczeń analitycznych zostało przeprowadzone w sposób niezwykle precyzyjny, przejrzysty i ciekawy. Warto podkreślić, że Autor nie ogranicza się do prezentacji przeprowadzonych przekształceń, lecz uzyskane wzory omawia w oparciu o intuicyjny obraz badanych zjawisk. Pod tym względem jest to jedna z najlepiej napisanych rozpraw doktorskich, jakie miałem przyjemność recenzować. Rozprawa oparta jest na trzech dwuatorskich publikacjach i nie mam wątpliwości, że Pan Michał Białończyk wniósł dominujący wkład w ich powstanie. Oprócz prac będących podstawą rozprawy, Pan Michał Białończyk jest pierwszym autorem dwóch innych publikacji, które ukazały się w 2001 w *SciPost* oraz w *New. J. Phys.* Głównym wynikiem rozprawy są proste wyrażenia analityczne, które precyzyjnie oddają wyniki numeryczne dotyczące nierównowagowej dynamiki łańcuchów spinowych. Jest to obszar badań, który obecnie jest bardzo silnie zdominowany przez obliczenia numeryczne a precyzyjne obliczenia analityczne są niezwykle rzadkie. Biorąc pod uwagę powyższe obserwacje, wnoszę o wyróżnienie rozprawy doktorskiej Pana Michała Białończyka.

*Morin Mienycki*