

RECENZJA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ P. MGR. THOMASA E. WILLIAMSA, P.T. „BEYOND THE STANDARD MODEL WITH NONCOMMUTATIVE GEOMETRY”

Tematem recenzowanej rozprawy doktorskiej są pewne uogólnienia modelu standardowego z wykorzystaniem metod geometrii nieprzemiennej. Praca oparta jest na trzech publikacjach, dwóch napisanych we współpracy z czterema innymi autorami, A. Bochniakiem, D. Ciurlą, L. Hadaszem i P. Zaleckim w dwóch różnych konfiguracjach (mgr Williams jest tu jedynym łącznikiem), trzeciej, której mgr Williams jest jedynym autorem. Dwie z tych prac opublikowane zostały w renomowanych czasopismach specjalizujących się w fizyce matematycznej, trzecia jest dostępna w arXiv.

Rozprawa składa się z czterech rozdziałów i trzech dodatków. Rozdział pierwszy zawiera wstępne informacje na temat geometrii nieprzemiennej, modelu Pati-Salama i supersymetrii oraz skrótowe omówienie głównych wyników pracy. Jako matematykowi trudno jest mi ocenić poprawność opisu modelu Pati-Salama, ale z pewnością opis ten jest zrozumiały nie tylko dla specjalistów i dzięki temu bardzo pomocny w zrozumieniu dalszych rozważań. Wprowadzenia do geometrii nieprzemiennej i supersymetrii, aczkolwiek bardzo skrótowe, niosą wystarczającą moim zdaniem ilość treści a pierwszy z nich jest matematycznie spójny i poprawny.

Drugi rozdział pracy zawiera wyniki opublikowane w artykule [31], którego p. mgr Williams jest współautorem (wraz z A. Bochniakiem i P. Zaleckim, artykuł ukazał się w JHEP w roku 2020). Głównym przesłaniem tego rozdziału jest sformułowanie swoistego twierdzenia *no-go*, które powiada, że skończona trójka spektralna zbudowana na algebrze modelu Pati-Salama nie dopuszcza istnienia operatora Diraca, który byłby fizycznie akceptowalny (tzn. nieprzemienne rozszerzenie modelu Pati-Salama nie redukuje się do modelu standardowego). Z drugiej strony, zredukowany model Pati-Salama takie fizycznie akceptowalne rozszerzenie dopuszcza. Innymi słowy nieprzemienność wymusza złamanie symetrii z $SU(4)$ do symetrii $U(1) \times U(3)$. Chociaż trudno jest mi ocenić fizyczne znaczenie tego wyniku, uważam go za matematycznie interesujący. Oczywiście pojawia się przy tym dość naturalne, moim zdaniem, pytanie, na ile wnioski powyższy jest zależny od wyboru parametrów determinujących rozważane trójki spektralne, ale odpowiedź na to pytanie można pozostawić jako temat do dalszych prac badawczych.

Rozdział trzeci oparty jest o artykuł [32], napisany wspólnie przez p. mgr. Williamsa z D. Ciurlą i L. Hadaszem (artykuł znajduje się w arXiv, gdzie go złożono we wrześniu 2020 roku). Jego przedmiotem jest badanie możliwości swoistej faktoryzacji (wyciągania pierwiastka) operatora Diraca, której inspiracja tkwi w supersymetrii. Taka faktoryzacja jest zaprezenowana najpierw w czterowymiarowej przestrzeni euklidesowej, a następnie dla operatora Diraca w *miękkim* modelu nieprzemiennym, to znaczy w przypadku prawie przemiennym.

Wyniki rozdziału czwartego zostały częściowo opublikowane w artykule [33], który ukazał się w *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* w ubiegłym roku. Mgr Williams analizuje tutaj miejsce superprzetrzeni w geometrii nieprzemiennej, a ściślej podejmuje próbę uzgodnienia nieprzemiennej geometrii z teorią supersymetrii. Swoje podejście ilustruje na przykładzie trójwymiarowej przestrzeni Minkowskiego. Zbudowana na niej superprzetrzeń $\mathcal{M}^{3|2}$ z trzema bozonowymi i dwoma fermionowymi współrzędnymi jest rozszerzona do przestrzeni nieprzemiennej poprzez domnożenie dwupunktowej przestrzeni dyskretnej. Mgr Williams konstruuje trójkę spektralną dla tej nieprzemiennej przestrzeni rozważa działanie spektralne oraz wewnętrzne fluktuacje (operatora Diraca). Aczkolwiek nie podejmuje się ocenić w pełni fizycznego znaczenia tego modelu, z matematycznego punktu widzenia jest on interesujący i wart dalszej analizy.

Pracę zamykają cztery dodatki (o algebrach Grassmanna, trójwymiarowej przestrzeni Minkowskiego, działaniu spektralnym w przypadku dwuwymiarowym oraz sygnaturze riemannowskiej) oraz wyczerpująca bibliografia.

W mojej ocenie rozprawa przedstawiona przez p. mgr. Thomasa E. Williamsa zasługuje na to, aby uznać ją za spełniającą wymagania, których oczekuje się od rozpraw doktorskich z fizyki matematycznej.

Thomas Buniński