Prof. dr hab. Piotr A. Jaranowski
Zakład Astronomii i Astrofizyki
Wydział Fizyki
Uniwersytet w Białymstoku

Białystok, 10 czerwca 2019 r.

Recenzja rozprawy doktorskiej mgra Wojciecha Kulczyckiego
Szacowanie masy w stacjonarnej hydrodynamice ogólnorelatywistycznej

Jak wiadomo obserwowany kształt krzywych rotacji galaktyk, które zawierają informację o prędkościach wewnątrzgalaktycznych obiektów rozłożonych wzdłuż całego promienia święcącej części galaktyki, stanowi jeden z dowodów na istnienie ciemnej materii w obrębie galaktyk. Wiemy również, że prawdopodobnie w jądrze każdej galaktyki znajduje się supermasywna czarna dziura otoczona dyskiem akrecyjnym. Prowadzona w pobliżu czarnej dziury obserwacja krzywej rotacji materii spadającej na nią powinna pozwolić na oszacowanie masy centralnej czarnej dziury. Należy się również spodziewać, że — o ile dysk akrecyjny wokół czarnej dziury jest dostatecznie masywny — krzywa rotacji powinna zawierać informację także o masie samego dysku. I właśnie zastosowaniu krzywych rotacji do szacowania mas w układzie czarna dziura–dysk poświęcona jest omawiana rozprawa doktorska.

Część wyników zawartych w rozprawie zostało opublikowanych w trzech artykułach, które ukazały się w Physical Review D w latach 2018–19 i których mgr W. Kulczycki jest współautorem (przyporządkowuję tym i wszystkim innym cytowanym w niniejszej recenzji artykułom numery wzięte z Bibliografii omawianej rozprawy):

[28] J. Karkowski, W. Kulczycki, P. Mach, E. Malec, A. Odrzywołek, and M. Piróg, *General-relativistic rotation: Self-gravitating fluid tori in motion around black holes*, Phys. Rev. D **97**, 104034 (2018);

[29] J. Karkowski, W. Kulczycki, P. Mach, E. Malec, A. Odrzywołek, and M. Piróg, *Self-gravitating axially symmetric disks in general-relativistic rotation*, Phys. Rev. D **97**, 104017 (2018);

[30] W. Kulczycki, P. Mach, and E. Malec, *Two mass conjectures on axially symmetric black hole-disk systems*, Phys. Rev. D **99**, 024004 (2019).

W ocenianej rozprawie bada się układy złożone z centralnej czarnej dziury oraz otaczającego ją toroidalnego dysku akrecyjnego. Zakłada się, że cały układ jest stacjonarny i osiowosymetryczny, a dysk zawiera materię opisaną politropowym równaniem stanu. Oddziaływanie grawitacyjne pomiędzy czarną dziurą i dyskiem opisane jest ogólną teorią względności, aczkolwiek rozważa się również przypadek grawitacji newtonowskiej. Relatywistyczny dysk ma albo charakter dysku testowego (jest „nieważki"), albo jego działanie grawitacyjne jest uwzględniane. Zakłada się wreszcie, że rotacja dysku wokół czarnej dziury jest *keplerowska*. W przypadku newtonowskim oznacza to, że prędkość kątowa Ω materii w odległości r od osi obrotu dysku jest proporcjonalna do $r^{-3/2}$ (jak w III prawie Keplera), lub — równoważnie — że moment pędu (na jednostkę masy) j rotującej materii jest proporcjonalny do $\Omega^{-1/3}$, $j(\Omega) \propto \Omega^{-1/3}$. W przypadku relatywistycznym Autor zakłada zachodzenie uogólnienia newtonowskiego keplerowskiego prawa rotacji, które zostało zaproponowane w pracach [26, 28, 29] i zawarte jest w rozprawie w równaniu (2.19). Właściwym przedmiotem rozprawy jest szukanie ograniczeń, w postaci nierówności, na masę centralnej czarnej dziury, masę torusa i asymptotyczną masę układu czarna dziura–dysk.

Omawiana rozprawa składa się z 8 rozdziałów (z których Rozdział 1 stanowi wstęp, natomiast Rozdział 8 zawiera wnioski i podsumowanie rozprawy), dwóch Dodatków oraz Bibliografii (zawierającej 51 pozycji). Rozprawa liczy 78 stron, zawiera 22 (wielopanelowe) rysunki i 3 tabele. W Rozdziale 2 Autor rozważa równania Einsteina opisujące układ czarna dziura–torus (zapisane w ramach formalizmu *puncture*), podaje relatywistyczne prawo rotacji $j(\Omega)$, które następnie wyprowadza analitycznie dla pyłowych dysków testowych poruszających się w płaszczyźnie równikowej w czasoprzestrzeni Kerra (wyprowadzenie to oparte jest na pracach [28, 29]). Dla układów z „ważkim" dyskiem zakłada się, że spełniona jest identyczna postać funkcyjna zależności $j(\Omega)$. Również w Rozdziale 2 Autor opisuje procedury wykorzystane do numeryczynej konstrukcji badanych układów oraz podaje definicje wielkości globalnych związanych z czarną dziurą, torusem i całą czasoprzestrzenią, które są wykorzystywane w rozprawie.

Rozdział 3 poświęcony jest układom newtonowskim, a konkretnie szacowaniu masy centralnego ciała (modelowanego jako punkt materialny) i krążącego wokół niego dysku. Autor powtarza tutaj obliczenia i otrzymuje wyniki opublikowane już w pracach [1, 2], w których nie był współautorem. Nowym wynikiem otrzymanym przez Autora jest górne oszacowanie masy dysku dyskutowane w Podrozdziale 3.5.3.

Rozdział 4 zajmuje się pyłowymi dyskami testowymi w czasoprzestrzeni Kerra, poruszającymi się w płaszczyźnie równikowej czarnej dziury. Autor wyprowadza analitycznie dwie nierówności [oznaczone numerami (4.5) i (4.13)] wiążące promień „obwodowy" orbity kołowej cząstki próbnej i częstość ruchy po takiej orbicie z masą i momentem pędu czarnej dziury Kerra. Wyprowadzenie nierówności oparte jest o pracę [30].

Rozdziały 5, 6 i 7 dotyczą analizy układów relatywistycznych z „ważkimi" dyskami. W Rozdziale 5 zbadano uogólnienie newtonowskich nierówności znalezionych w Rozdziale 3 na przypadek relatywistyczny. Obliczenia numeryczne przeprowadzone przez Autora wskazują, że są one spełnione. Z kolei w Rozdziale 6 rozważano uogólnienie na dyski „ważkie" nierówności (4.13) wyprowadzonej dla dysków testowych. W istocie rozważano cztery różne uogólnienia tej nierówności związane z zastąpieniem obecnego w (4.13) parametru a związanego z momentem pędu czarnej dziury Kerra przez parametry związane z samą czarną dziurą lub z pełną czasoprzestrzenią. Przy poczynionych pewnych dodatkowych założeniach okazało się, że obliczenia numeryczne wskazują, że wszystkie cztery uogólnione nierówności są spełnione. Część wyników uzyskanych w Rozdziałach 5 i 6 zostało opublikowanych w pracy [30].

W Rozdziale 7 przedstawiono wyniki, które nie były jeszcze opublikowane. Autor zwraca uwagę, że wyniki te mają wstępny charakter i wymagają dalszych badań. Zbadano tutaj m. in. zależność masy asymptotycznej układu czarna dziura–dysk od maksymalnej wartości gęstości barionowej $\rho_{\max}$ materii w dysku przy ustalonych rozmiarach dysku, wartości wykładnika adiabatycznego i parametrach związanych z masą i momentem pędu czarnej dziury. Zaobserwowano bifurkację, czyli istnienie dwóch różnych rozwiązań numerycznego modelu układu, oraz górne ograniczenie na parametr $\rho_{\max}$, po przekroczeniu którego nie otrzymuje się rozwiązań. Graniczna wartość parametru $\rho_{\max}$ oddziela od siebie dwie gałęzie rozwiązań. Zbadano również zachowanie się maksymalnej wartości ciśnienia przy zbliżaniu się do granicznej wartości $\rho_{\max}$: zaobserwowany gwałtowny wzrost ciśnienia sugeruje, że być może staje się ono nieskończenie duże powyżej granicznej wartości $\rho_{\max}$. Autor dostrzega tutaj analogon granicy Buchdahla występującej w statycznych modelach gwiazd.

Rozprawa jest napisana dość starannie, zawiera niezbyt liczne błędy drukarskie, rysunki sporządzone przez Autora są czytelne (może z wyjątkiem Rys. 7.5, na którym można było nieco bardziej czytelnie zaznaczyć które kropki/kółka należą do którego wykresu). Moje krytyczne uwagi dotyczące rozprawy mają charakter drugorzędny, najważniejsza z nich dotyczy sposobu definiowania stabilnej orbity kołowej (ISCO) dla układu czarna dziura–dysk.

Wydaje mi się, że sposób wprowadzenia ISCO przedstawiony w preambule Rozdziału 5, wymaga uzasadnienia. Formuła, za pomocą której definiuje się ISCO, wydaje się być dość arbitralna. W przypadku układu z nierotującą czarną dziurą ($a = 0$) formuła ta każe używać promienia obwodowego ISCO równego $6M_{\mathrm{h}}$, czyli ignoruje wpływ na położenie ISCO masy torusa. Natomiast dla rotującej czarnej dziury ($a \neq 0$) promień ISCO staje się skomplikowaną funkcją parametrów m i a pomnożoną przez iloraz M_{h}/m. Otrzymane w Podrozdziale 7.2 dyski kontrrotujące z brzegiem wewnętrznym o promieniu (obwodowym) mniejszym niż promień ISCO mogą świadczyć o tym, że zastosowana definicja położenia ISCO jest niedoskonała i być może powinna zostać ulepszona.

Inne usterki zauważone przeze mnie są związane są z pewnym brakiem precyzji w niektórych sformułowaniach. Wymienię trzy takie usterki w kolejności, w jakiej pojawiają się w rozprawie.

1. S. 9, 1szy akapit i kilka innych miejsc w rozprawie: Autor w tych miejscach mówi, że wykorzystując zjawisko Dopplera i mierząc przesunięcia widma promieniowania dysku (ku czerwieni lub fioletowi) wyznacza się prędkość kątową ruchu materii. Pojedynczy pomiar przesunięcia linii widmowej pozwala znaleźć raczej liniową, a nie kątową, prędkość źródła promieniowania względem ziemskiego obserwatora (a dokładniej, przyjmując że prędkość źródła jest nierelatywistyczna, składową tej prędkości wzdłuż linii widzenia źródła). Uwagę tę wspierają np. artykuły [4, 5], gdzie na wykresach z krzywymi rotacji prędkości są mierzone w km/s.

2. S. 30, tekst poniżej równania (3.2): stała ω_0 w oczywisty sposób zależy przede wszystkim od masy M_{c} ciała centralnego.

3. S. 63, w końcowych 3ch krótkich akapitach Autor pisze, że *Wystarczy znać odległość Ziemi od Słońca, aby wyznaczyć jego masę (...)*. Oczywiście do wyznaczenia masy Słońca za pomocą III prawa Keplera konieczna jest jeszcze znajomość np. okresu obiegu Ziemi wokół Słońca.

Jak już wyżej nadmieniłem moje uwagi krytyczne w żadnej mierze nie podważają oryginalnych rezultatów otrzymanych w omawianej rozprawie. Rezultaty te pozwalają mi z przekonaniem stwierdzić, że rozprawa mgra Wojciecha Kulczyckiego w pełni spełnia ustawowe i zwyczajowe wymagania stawiane pracom doktorskim. Wnoszę o dopuszczenie mgra Wojciecha Kulczyckiego do dalszych etapów przewodu doktorskiego i do publicznej obrony.

Jaranowski

Prof. dr hab. Piotr A. Jaranowski