

Recenzja pracy doktorskiej Pana mgr. Piotra Sieranta
pt. „*Many-body localization of cold atoms*”

Przedstawiona mi do recenzji rozprawa doktorska dotyczy bardzo aktualnego zagadnienia, które w ostatnich latach wzbudza duże zainteresowanie. Chodzi o pytanie, czy w obecności oddziaływań nieporządek może prowadzić do lokalizacji funkcji falowych. Zagadnienie to jest istotne zarówno z czysto teoretycznego, jak i z praktycznego punktu widzenia. Z teoretycznego, gdyż przez długi czas przypuszczano, iż w obecności oddziaływań mechanizm lokalizowania cząstek kwantowych poprzez ich rozpraszanie w nieuporządkowanym medium, czyli tzw. lokalizacja Andersona, nie będzie działał. Z kolei z praktycznego punktu widzenia zagadnienie jest istotne, gdyż wiąże się z termalizacją układów, której brak niezbędny jest do długiego przechowywania informacji, np. w komputerach kwantowych. Co więcej, obecny postęp w technikach eksperymentalnych powoduje, że zagadnienie to już w chwili obecnej dostępne jest do badań doświadczalnych, m.in. w ultrazimnych gazach atomowych. I właśnie lokalizacja wielociałowa w takich układach jest tematem recenzowanej rozprawy.

Rozprawa napisana jest w języku angielskim, składa się z pięciu rozdziałów, uwag końcowych, czterech dodatków i bibliografii zawierającej 271 pozycji. W sumie praca ma 133 strony. Rozprawa prezentuje wyniki, które zostały zawarte w siedmiu publikacjach, w większości w bardzo dobrych czasopismach:

1. Piotr Sierant, Dominique Delande, Jakub Zakrzewski
„*Many-body localization due to random interactions*”
Phys. Rev. A **95**, 021601(R) (2017)
2. Piotr Sierant, Dominique Delande, Jakub Zakrzewski
„*Many-body localization for randomly interacting bosons*”
Acta Phys. Pol. A **132**, 1707 (2017)

3. Piotr Sierant, Jakub Zakrzewski
„*Many-body localization of bosons in optical lattices*”
New J. Phys. **20**, 043032 (2018)
4. Piotr Sierant and Jakub Zakrzewski
„*Level statistics across the many--body localization transition*”
Phys. Rev. B **99**, 104205 (2019)
5. Piotr Sierant, Artur Maksymov, Marek Kuś, Jakub Zakrzewski
„*Fidelity susceptibility in Gaussian Random Ensembles*”
Phys. Rev. E **99**, 050102(R) (2019)
6. Piotr Sierant, Krzysztof Biedroń, Giovanna Morigi, Jakub Zakrzewski
„*Many-body localization in presence of cavity mediated long-range interactions*”
SciPost Phys. **7**, 008 (2019)
7. Artur Maksymov, Piotr Sierant, Jakub Zakrzewski
Energy level dynamics across the many-body localization transition
Phys. Rev. B **99**, 224202 (2019)

Jest to dorobek znaczący, w uzyskaniu którego wiodącą rolę doktoranta potwierdza fakt, iż w prawie wszystkich tych publikacjach jest on pierwszym autorem. Szkoda, że doktorant nie skorzystał z niedawnej nowelizacji „*Ustawy o stopniach naukowych...*”, która pozwala, żeby rozprawę stanowił spójny tematycznie zbiór artykułów opublikowanych lub przyjętych do druku. Byłoby zapewne z pożytkiem zarówno dla doktoranta, jak i dla fizyki, gdyby czas, który zajęła mu edycja rozprawy poświęcił na oryginalne badania, a nie na opisywanie już przeprowadzonych. Oczywiście z punktu widzenia recenzenta systematyczny opis wyników w postaci monolitycznej rozprawy jest dużym ułatwieniem; może ona być także pomocna jako w miarę systematyczne wprowadzenie w tematykę lokalizacji wielociałowej.

Praca rozpoczyna się od krótkiego wprowadzenia w zagadnienia będące jej tematyką. W szczególności rozdział pierwszy („*Preliminaries*”) zawiera podrozdział

poświęcony lokalizacji wielociałowej oraz podrozdział poświęcony ultrazimnym gazom atomowym w sieciach optycznych. W pierwszym z nich omawiane są najważniejsze pojęcia, które będą używane w zasadniczej części rozprawy, takie jak ergodyczność i termalizacja, w szczególności w odniesieniu do układów kwantowych. Pokróćce omówiony jest ich związek ze statystyką poziomów energetycznych układu, entropia splątania czy kwazilokalne całki ruchu. W drugim ze wspomnianych podrozdziałów wyjaśniona jest zasada działania sieci optycznych, wprowadzony bozonowy model Hubbarda i skrótowo omówione eksperymenty pokazujące lokalizację wielociałową ultrazimnych atomów w sieci optycznej.

Rozdział drugi, „*Many-body localization of bosons in 1D*”, rozpoczyna prezentację wyników uzyskanych przez doktoranta. Na początku omówione są dwa sposoby wprowadzenia nieporządku do jednowymiarowego bozonowego modelu Hubbarda. Pierwszy z nich jest typowy, polegający na niejednorodności poziomów atomowych. Ciekawszy jest drugi, w którym niejednorodność obejmuje potencjał oddziaływania. W pierwszym przypadku układ jest zlokalizowany już w nieobecności oddziaływań i podstawowy problem lokalizacji wielociałowej to pytanie, czy po włączeniu oddziaływań w takim stanie może pozostać. W drugim przypadku stany własne przy braku oddziaływań to rozciągłe stany Blocha i dopiero włączenie oddziaływań wprowadza do układu nieporządek, a więc może indukować lokalizację. Podejście takie jest ciekawe, bo lokalizacja w tym przypadku na pewno byłaby efektem wielociałowym. Oczywiście trzeba tu umieć odróżnić, czy jest to lokalizacja wywołana nieporządkiem, czy jedynie obecnością korelacji, jak np. w przypadku przejścia Motta. Aby zbadać zachowanie w tych dwóch przypadkach badana jest ewolucja układu rozpoczynająca się spreparowanego stanu z dużą różnicą obsadzeń parzystych i nieparzystych węzłów sieci. Używając dokładnej diagonalizacji (*exact diagonalization* - ED) dla małych układów oraz *Kernel Polynomial Method* (KPM) dla nieco większych, badane było jak ta asymetria obsadzeń podsieci ewoluuje w czasie. Pokazano, że odpowiednio silny nieporządek, zarówno poziomów atomowych jak i oddziaływań, najprawdopodobniej prowadzi do nieznikania asymetrii, co wydaje się potwierdzać obecność lokalizacji wielociałowej w tych układach. Innym z zastosowanych testów było zbadanie entropii splątania, której zachowanie – w przeciwieństwie do poprzednich testów - może pozwolić odróżnić lokalizację wielociałową od typowej lokalizacji Andersona. W kontekście eksperymentów prowadzonych na ultrazimnych atomach w sieciach optycznych to rozróżnienie jest o tyle istotne, że pozwala wykluczyć złą interpretację

wyników wynikającą z nieznaności pełnego hamiltonianu, który opisuje układ eksperymentalny.

Zakres stosowalności zarówno metod ED i KPM ograniczony jest do małych układów, a więc nie można wykluczyć, że otrzymana lokalizacja wielociałowa to jedynie efekt skończonego rozmiaru. Dlatego istotne było przeprowadzenie obliczeń także dla układów, których rozmiar znacznie wykracza poza wspomniane wyżej granice. Obliczenia takie zostały przeprowadzone z wykorzystaniem sieci tensorowych z ewolucją wyliczaną metodą TEBD. Podobnie jak w przypadku ED i KPM, obliczenia pokazały obecność krytycznej wartości nieporządku poziomów atomowych i nieporządku siły oddziaływań, powyżej której nie znika asymetria obsadzeń podsieci, a entropia splątania rośnie logarytmicznie. Obliczenia te przeprowadzone były dla 90 bozonów w sieci złożonej z 60 węzłów. Jednocześnie pokazały one, że krytyczne wartości nieporządku zależą od tego czy stanem początkowym był stan 2121... czy 3030.... Ponieważ stany te różnią się energią, wynik ten zasugerował możliwość istnienia krawędzi lokalizacji, tzn. sytuacji gdy stany w pewnym zakresie energii są zlokalizowane, a w innym rozciągle. Problem ten został przeanalizowany przez doktoranta z wykorzystaniem statystyki odległości poziomów energetycznych. Pokazał on istnienie krytycznej wartości oddziaływania, przy której następuje przejście pomiędzy rozkładem GOE a poissonowskim. Co ciekawe, skalowanie tej wartości z rozmiarem układu jest silniejsze w badanym przypadku układu bozonowego, niż dla fermionów. Czy z tego wyniku nie można by wyciągnąć dalej idących wniosków dotyczących bozonów i fermionów w układach 1D, np. porównania układów fermionowych z gazem Tonks-Girardeau? Obliczenie stosunku najmniejszych do największych szczelin dla stanów w różnych zakresach energii pozwoliło na wyciągnięcie wniosku, że w układzie tym rzeczywiście istnieje krawędź lokalizacji wielociałowej, przy czym - co jest nietypowe - stany o energiach poniżej wartości krytycznej są rozciągle, a powyżej - zlokalizowane. Nie jest natomiast dla mnie jasne, jak z porównania tylko ewolucji stanów 2121... oraz 3030... można wyciągnąć wniosek o istnieniu krawędzi, a takie stwierdzenie figuruje na samym dole strony 36. Przecież jeśli by stany zlokalizowane i rozciągle były „pomieszane”, a nie rozseparowane energetycznie, to także ewolucja asymetrii obsadzeń w stanach startujących z konfiguracji 2121... i 3030... mogłaby przebiegać inaczej. Rozdział kończy się porównaniem badanej lokalizacji indukowanej niejednorodnymi oddziaływaniami z tradycyjnymi schematami lokalizacji wielociałowej oraz konkluzjami tej części rozprawy.

Rozdział trzeci, „*Many-body localization in presence of cavity mediated all-to-all interaction*”, jak już sam tytuł wskazuje, dotyczy układu o zupełnie innej naturze oddziaływań. Typowe oddziaływanie w sieciach optycznych ma charakter kontaktowy i zazwyczaj ograniczone jest do atomów w jednym minimum potencjału sieci. Takie też oddziaływanie pomiędzy bozonami znajdującymi się w tym samym węźle sieci wzięte było pod uwagę w poprzednim rozdziale. Ale współczesne techniki eksperymentalne pozwalają na znacznie więcej. W rozdziale tym badany jest układ, w którym jednowymiarowa sieć umieszczona jest we wnęce optycznej, a parametry modelu tak dobrane, by oddziaływanie atomów z falą stojącą wewnątrz prowadziło do efektywnego oddziaływania typu „każdy z każdym”. Szczegółowe wyprowadzenie tego efektywnego oddziaływania zawarte jest w Dodatku D. W tym przypadku badane są bezspinowe fermiony, a nieporządek jest wprowadzony w typowy sposób, przez przestrzenną niejednorodność potencjałów w węzłach sieci optycznej. Pierwszym podejściem do badanego modelu jest metoda oparta o statystykę poziomów. Wyznaczenie, z użyciem skalowania z rozmiarem układu, krytycznej wartości nieporządku w funkcji oddziaływania pozwoliło na wykreślenie diagramu fazowego zawierającego obszar ergodyczny oraz z obszar lokalizacją wielociałową w przypadku słabego oddziaływania „każdy z każdym”. Następnie zbadana została dynamika układu. W szczególności wyznaczono ewolucję funkcji korelacyjnej typu gęstość-gęstość oraz entropii splątania, które także wskazały, że dostatecznie silny nieporządek prowadzi do lokalizacji. W rozdziale trzecim, podobnie jak w drugim, badana jest także czasowa zależność asymetrii obsadzeń parzystych i nieparzystych węzłów sieci. Ponieważ w tym przypadku badany jest układ fermionowy, maksymalne obsadzenie nie może być większe od 1 i badano przede wszystkim ewolucję stanu 1010... (choć badany był także stan 11001100...). Porównanie ewolucji funkcji korelacyjnej oraz asymetrii obsadzeń pozwoliło przedyskutować zakresy stosowalności tych metod. Dodatkowo, zaproponowano jak pomiar światła wychodzącego z rezonatora może być zastosowany do określenia ergodyczności badanego układu.

Rozdział czwarty, „*Level statistics across the many-body localization transition*”, zawiera pogłębioną analizę przejścia do stanu zlokalizowanego z wykorzystaniem używanej już wcześniej techniki badania rozkładu wielkości szczelin w widmie energetycznym. Rozdział rozpoczyna się telegraficznym wprowadzeniem do teorii macierzy losowych i rozkładów GOE, GUE i poissonowskiego. Następnie doktorant przechodzi do omówienia swoich badań. W ich ramach analizował jak przejście to wygląda

w sytuacji, gdy uśrednianie odbywa się po realizacjach nieporządku, w których nieporządek pojawia się pomiędzy układami oraz gdy nieporządek generowany jest wewnątrz układu. Obiektem badań był jednowymiarowy model spinowy w polu magnetycznym, przy czym w pierwszym przypadku pole było kwaziperiodyczne z globalną fazą losowo wybraną dla różnych układów (*kwazinieporządek* w terminologii użytej w rozprawie), natomiast w drugim przypadku pole zmieniało się w sposób losowy od węzła do węzła (*nieporządek losowy*). Okazuje się, że przy wzroście amplitudy nieporządku (W) w przypadku kwazinieporządku rozkład stosunku szczelin r_S zmienia swoje położenie bez znaczącej zmiany kształtu, podczas gdy w przypadku nieporządku losowego przesuwając maksimum od wartości charakterystycznej dla rozkładu poissonowskiego do GOE rozszerza się stając się asymetryczny gdy W jest bliskie wartości krytycznej (Fig. 4.2 a oraz b). Tłumaczone to jest pojawianiem się faz Griffiths'a. Jest to o tyle ciekawe, że podobne zachowanie obserwuje się w rozkładzie energii klasycznych układów w pobliżu przejść fazowych: gdy przejście jest ciągle, gaussian rozkładu energii z dobrym przybliżeniem przesuwa się zachowując swój kształt, podczas gdy w pobliżu przejścia nieciągłego rozkład energii często można przedstawić jako złożenie dwóch gaussianów, przy czym przechodząc wartość krytyczną parametru kontrolującego przejście waga „przelewa się” z jednego gaussianu do drugiego. Wynika to ze współistnienia faz w przypadku przejścia nieciągłego, co może potwierdzać słuszność przyjętej w rozprawie interpretacji. Dalej doktorant dokonuje porównania wyników dla łańcucha spinów XXZ z przewidywaniami kilku modeli opisujących statystyki poziomów przy przejściu pomiędzy reżimem ergodycznym a stanami z lokalizacją wielociałową. Ponieważ modele te nie są w stanie odtworzyć pewnych szczegółów rozkładu stosunku szczelin oraz wariacji liczby poziomów w przedziale energetycznym, zaproponowany został *weighted short-range plasma model*, w którym wprowadzono dodatkowe parametry pozwalające na lepsze dopasowanie (oczywiście kosztem dodatkowych parametrów). Model ten w dalszej części stosowany jest także do układów fermionowych i bozonowych. Rozdział kończy się opisem normalizacji średniej gęstości stanów (*unfolding*).

W ostatnim rozdziale, „*Level dynamics across the many-body localization transition*”, doktorant bada jak rozkład poziomów energetycznych reaguje na zmiany parametrów układu. Operuje się tu pojęciami takim jak „*prędkość poziomu*”, czyli pochodna energii stanu względem zmienianego parametru, „*krzywizna poziomu*” - analogicznie druga pochodną czy wielkość *fidelity* określająca bliskość dwóch stanów

kwantowych. Druga pochodna *fidelity* (χ - *fidelity susceptibility*) opisuje z kolei czułość na zmiany parametrów. Jest to wielkość, która okazała się bardzo użyteczna przy badaniu przejść kwantowych. W pierwszej części Rozdziału 5 wyliczane są rozkłady χ dla zespołów GOE i GUE, także dla stanów wysokoenergetycznych. W odróżnieniu do wcześniejszych rozdziałów, obliczenia te są analityczne, a wyprowadzone wzory wykazują dobrą zgodność z wynikami obliczeń numerycznych. W dalszej części rozdziału doktorant bada dynamikę poziomów jednowymiarowego układu z oddziałującymi bezpinowymi fermionami w obecności nieporządku poziomów atomowych, a więc podstawowego modelu używanego do badania lokalizacji wielociałowej. Parametrami względem zmiany których badana jest dynamika to potencjał oddziaływania, całki przeskoku oraz „skręcenie” warunków brzegowych. Wśród otrzymanych wyników warto zwrócić uwagę na otrzymany brak uniwersalności zachowania w fazie ergodycznej.

Przechodząc do ogólniejszej oceny recenzowanej rozprawy chciałbym podkreślić, że zwiera ona bardzo bogaty materiał, obejmujący szeroką grupę zagadnień związanych z niejednorodnymi oddziałującymi układami kwantowymi. Wskaźnikiem jakości tych wyników jest fakt, że wszystkie one zostały opublikowane w bardzo dobrych czasopiśmie. Rozprawa jest poprawnie napisana, czytelna, a liczba błędów edytorskich jest poniżej przeciętnej. Ciekawym elementem jest znajdujące się na końcu podsumowanie poszczególnych rozdziałów. Brakuje mi natomiast syntetycznego podsumowania całości pracy, w którym można by pokazać wspólny mianownik wyników prezentowanych w poszczególnych rozdziałach.

W konkluzji swojej recenzji z pełnym przekonaniem stwierdzam, że rozprawa Pana mgr. Piotra Sieranta z naddatkiem spełnia wymagania stawiane rozprawom doktorskim w *Ustawie o stopniach naukowych i tytule naukowym*, jednocześnie wnosząc o dopuszczenie doktoranta do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Dodatkowo, ze względu na aktualność tematyki, liczbę i jakość uzyskanych wyników oraz bogaty dorobek doktoranta wnioskuję o wyróżnienie rozprawy.



Maciej Maśka