



Dr hab. inż. Tomasz Polak  
Wydział Fizyki  
Zakład Teorii Materii Skondensowanej  
UAM

Poznań, środa, 20 března 19

## Recenzja pracy doktorskiej Pana magistra Krzysztofa Biedronia

Rozprawa doktorska Pana magistra Krzysztofa Biedronia, zatytułowana *Topological Cold Atoms Models in Optical Lattices*, została wykonana w Zakładzie Optyki Atomowej Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod kierunkiem prof. dr. hab. Jakuba Zakrzewskiego.

Praca doktorska liczy 61 stron zadrukowanych dwustronnie i składa się z czterech rozdziałów, dodatku, bibliografii oraz dołączonych trzech prac, opublikowanych przez autora wraz z promotorem i współpracownikami. Bibliografia liczy 77 pozycji.

Tematyka przedstawionej rozprawy doktorskiej wpisuje się w nurt badań modeli teoretycznych, w których mogą występować różnego typu wzbudzenia natury topologicznej, a także fazy *superfluid*<sup>1</sup>, *density induced*, *mixed*, *supersolid*, *pair supersolid* itd. Można powiedzieć, że magister Krzysztof Biedroń przebadał całą menażerię wszelkiego rodzaju faz dostępnych w analizowanych układach. Badania tego typu, pomimo że były prowadzone w układach jednowymiarowych, są trudne, ze względu na wspomniany topologiczny charakter układów poddanych analizie, a także mnogość występujących faz. Chociaż ten nurt badawczy został zapoczątkowany przez eksperymentalne obserwacje całkowitego i ułamkowego efektu Halla, aktualnie, jako pole badań eksperymentalnych, wybiera się najczęściej sieci optyczne. Przyczyna istniejącego stanu rzeczy jest stosunkowo prosta, a mianowicie układy optyczne są bardzo elastyczne w bardzo szerokim zakresie parametrów niedostępnych z punktu widzenia klasycznej teorii ciała stałego i materiałów dotychczas

---

<sup>1</sup> Tutaj i dalej używam oryginalnej pisowni z rozprawy doktorskiej, nie starając się tłumaczyć zwrotów na język polski.



analizowanych w eksperymencie. Chociaż połączenie teorii z eksperymentem jest ważne, to jednak zgadzam się ze stwierdzeniami z pracy doktorskiej, iż interesujące modele teoretyczne istnieją niezależnie od eksperymentu i badanie ich własności poszerza nasze rozumienie układów wielu cząstek, pomimo braku doświadczalnego potwierdzenia przewidywanych efektów.

Jest to jeden z wielu pozytywnych punktów dysertacji, na które należy zwrócić uwagę. Autor nie starał się, za wszelką cenę, o znalezienie realizacji eksperymentalnych, które, bardzo często w dzisiejszych czasach, są wymagane przez recenzentów i edytorów czasopism fizycznych, a raczej korzystał z istniejących już układów i sprawdzał, czy przewidywane efekty mogą być w nich realizowane.

Magister Krzysztof Biedroń konsekwentnie badał możliwe fazy i efekty fizyczne w modelach teoretycznych, używając metod numerycznych *exact diagonalization* oraz *density matrix renormalization group*. Ponieważ są to eksperymenty numeryczne, dające fizykowi teoretykowi wskazówki, czego może się spodziewać, rozwiązując analitycznie konkretny model, w ramach wybranego przybliżenia, autor stosował szereg wielkości pozwalających na badanie występujących przejść fazowych, takich jak *fidelity*, *correlation function*, *structure factor* oraz *entanglement entropy and central charge*. Wszystkie powyższe mierniki pozwalają określić pewne konkretne własności wybranych modeli. Zostały one zastosowane ze znaczną biegłością i znajomością tematu.

Kontrastuje to z pewnym bardzo skompaktyfikowanym charakterem wstępu. Pomimo obszernego miejsca, jaki zajmuje w całej rozprawie, uważam, że jest jej najsłabszą częścią i w zasadzie powtórzeniem tego, co jest dostępne w literaturze, a nie próbą przedstawienia używanych wielkości w sposób edukacyjny, a taki właśnie powinien być wstęp. Być może autor uznał, że są to zagadnienia na tyle znane, iż nie zachodzi potrzeba szerszego ich omawiania. Uważam jednak, że osoby będące na progu kariery naukowej są często bardzo wnikliwe, co sprawia, iż widzą zagadnienia dobrze znane z innej perspektywy i często próba zapisu tego punktu widzenia wnosi bardzo wiele w utarte kanony powielanych wykładów czy też opracowań.

Dalsze części rozprawy są już bardzo dobrze napisane, ze znikomą ilością błędów redakcyjnych, których znalazłem kilka, przy czym słowo „znalazłem” dotyczy jednej literówki (strona 16, 1.2.2 Extended Bose Hubbard model - „an dditional”) i niewielkiej ilości znaków interpunkcyjnych. Niemniej jednak nie





wpływa to, w żaden sposób, na klarowność tekstu. Tak samo *Streszczenie*, które jest napisane po polsku, pomimo starań piszącego ma przestawny szyk wyrazów, typowo „angielski” i widać, że dla autora naturalnym jest środowisko pisania w języku angielskim, co jest raczej zaletą, niż wadą w przypadku naukowca.

W drugim rozdziale jest szerzej opisana mieszanina fermionów umieszczona na sieci optycznej o parametrach zmiennych w czasie. Prowadzi to efektywnie do modelu topologicznego nazywanego *Rice-Mele model*. Okazuje się, że oprócz faz już znanych udało się, używając *exact diagonalization method*, odkryć obszar dotychczas niezbadany, a mianowicie nazwany przez autora *mixed*, gdzie w stanie podstawowym przejawia się mieszanina różnych konfiguracji prowadzących do uporządkowań kwazi-dalekozasięgowych. Również zostało pokazane, że faza *density wave* jest stabilna, zaś odchylenia od gęstości pasma półpełnego prowadzą do defektów, a tym samym do nietrywialnych faz topologicznych wynikających z modów zlokalizowanych.

Rozdział trzeci dotyczy analizy układu dipolarnych bozonów umieszczonych w jednowymiarowym łańcuchu. Zostały przebadane obszary, w których tzw. anyony Fibbonacciego mogą się pojawić. Pokazano porządek topologiczny  $SU(2)_3$ . Autor nie znalazł przejścia do fazy *supersolid*, co było oczekiwane z podejścia typu Gutzwillera, chociaż wydaje się, że w układzie jednowymiarowym nie wszystkie fazy przewidziane przez teorię pola średniego mogą pojawiać się w obliczeniach numerycznych. W pracy został także zaproponowany protokół realizacji obliczeń kwantowych z użyciem topologicznych własności stanu podstawowego badanego układu.

W czwartym rozdziale, dotyczącym, moim zdaniem, najciekawszej pracy, autor analizuje przejścia fazowe w rozszerzonym modelu Hubbarda dla cząstek dipolarnych. W szczególności paragrafy 4.3 są dla fizyka teoretyka niezwykle interesujące i stymulujące do stworzenie metod analitycznych, pozwalających odkryte numerycznie fazy badać. Rysunek 4.5 pokazuje złożoność modelu, wystarczy policzyć mnogość faz. Należy zwrócić również szczególną uwagę, na odkrycie nowej fazy nazwanej *incommensurate pair-supersolid* charakteryzującej się tym, że maksimum czynnika strukturalnego nie pojawia





się tradycyjnie w określonym miejscu, a raczej jest zmienne i fluktuacje gęstości nie są współmierne ze stałą rozważanej sieci.

Krótkie załączniki przedstawiają w sposób zwięzły stosowane przez autora metody numeryczne.

Ciekawym i nieporuszonej tematem, lub też zdawkowo tylko wspomnianym, jest relacja otrzymanych wyników do wymiaru rozważanego układu, i nie chodzi tutaj o zwiększanie długości łańcucha. Za niezbyt trafne uważam porównanie z teoriami pola średniego, które w zasadzie zawsze dotyczą wyższej wymiarowości, a informacja o wielkości układu czy też jego geometrii sprowadza się tylko do przemnożenia odpowiednich wielkości przez stałą. Usprawiedliwieniem jest fakt, że żadne bardziej zaawansowane teorie nie są dostępne i autor musiał się odnieść do jakiegokolwiek teorii. Niemniej jednak warto byłoby przeprowadzić analizę, w jaki sposób wymiar, w szczególności wyjście w stronę układów dwuwymiarowych, mógłby mieć wpływ na istnienie badanych faz.

Praca doktorska magistra Krzysztofa Biedronia powstała w bardzo aktywnej grupie badawczej, niemniej jednak autor ustrzegł się, coraz bardziej powszechnej w fizyce teoretycznej, pracy w „kombinacji wieloautorskiej”, gdzie trudno o ocenę „wkładu własnego”. Załączone trzy publikacje są trójautorskie, a doktorant jest dwa razy pierwszym autorem, a raz występuje na miejscu drugim. Prace zostały opublikowane w kolejnych latach - 2016, 2017 i 2018, co świadczy o systematycznej pracy i solidnym przygotowaniu teoretycznym. Otrzymałem oświadczenia wszystkich współautorów, świadczące o znaczącym wkładzie magistra Krzysztofa Biedronia we wszelkie aspekty pracy badawczej wynikające z pracy pod kierunkiem promotora, który sugeruje temat bądź też metodę, dyskutuje wyniki oraz prowadzi korektę tekstu. Również współpracownicy magistra Krzysztofa Biedronia potwierdzają, że wykonał on całość symulacji i miał kluczowy wkład w prowadzone badania.

Zawarte w przedstawionej pracy doktorskiej wyniki, dotyczące badań układów wielu cząstek, dostarczają bardzo dobrych podstaw do opracowania analitycznych metod pozwalających na badania teoriami wykraczającymi poza podejście typu pola średniego. Ponadto stanowią one same w sobie znaczące



osiągnięcie w dziedzinie badań modeli topologicznych, wychodząc poza „jedyne prawdziwe” podejście reprezentowane przez zespoły używające do analiz metody Monte Carlo. Moim zdaniem nie jest to dopełnienie ostatniej metody, a całkowicie inne podejście, dające znakomite wyniki w układach o obniżonej wymiarowości. Opisane badania, jak również przeprowadzone analizy wybranych modeli, stanowią istotne osiągnięcie naukowe. Przedstawiona praca doktorska wykazuje, że Pan Krzysztof Biedroń jest w pełni ukształtowanym badaczem, dysponującym dużą wiedzą i biegłością w posługiwaniu się metodami numerycznymi. Myślę, że po odbyciu stażu i zdobyciu doświadczenia może prowadzić samodzielną pracę naukową, gdyż warsztat, który opanował, jest bardzo dobrą podstawą do zajmowania się układami wielu ciał.

Tym samym całkowicie spełnione zostały wymagania określone w art. 13. ust. 1. Ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym. Wniosuję zatem o przyjęcie pracy doktorskiej Pana mgr. Krzysztofa Biedronia i o dopuszczenie jej do publicznej obrony.

Dr hab. inż. Tomasz Polak