



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Człowiek – najlepsza inwestycja

# FENIKS

- długofalowy program odbudowy, popularyzacji i wspomagania fizyki w szkołach w celu rozwijania podstawowych kompetencji naukowo-technicznych, matematycznych i informatycznych uczniów

## Pracownia Fizyczna

### ćwiczenie PF-3:

## Cechowanie termopary i termistora. Opór zastępczy układu oporników.

**dr Roman MARCINEK**

*Institut Fizyki im. Mariana Smoluchowskiego  
Uniwersytet Jagielloński*

Wersja UJ/2.0, wrzesień 2009

Zawarte w tym opracowaniu materiały przeznaczone są do wspomagania pracy nauczycieli i uczniów w czasie zajęć pozalekcyjnych w szkołach biorących udział w projekcie edukacyjnym FENIKS. Mają na celu ułatwienie przygotowania do zajęć laboratoryjnych w I Pracowni Fizycznej IF UJ.

<http://feniks.ujk.kielce.pl/>  
[feniks@th.if.uj.edu.pl](mailto:feniks@th.if.uj.edu.pl)



*- długofalowy program odbudowy, popularyzacji i wspomagania fizyki w szkołach w celu rozwijania podstawowych kompetencji naukowo - technicznych, matematycznych i informatycznych uczniów*

Projekt współfinansowany jest ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

## I Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest:

- sprawdzenie reguł obliczania oporu zastępczego układu oporników połączonych szeregowo i równolegle;
- zbadanie zależności napięcia generowanego w termoparze od różnicy temperatur między jej złączami;
- zbadanie zależności oporu termistora od temperatury.

Wyznaczane są stałe opisujące oba przyrządy pomiarowe (cechowanie przyrządów).

## II Zagadnienia do przygotowania

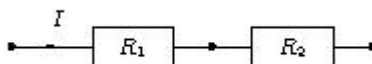
- napięcie elektryczne, natężenie prądu elektrycznego, opór elektryczny, jednostki tych wielkości;
- obwody elektryczne i symbole elementów używanych w tych obwodach;
- woltomierz, amperomierz, omomierz;
- pierwsze i drugie prawo Ohma;
- pierwsze i drugie prawo Kirchhoffa;
- opór zastępczy oporników połączonych szeregowo i równolegle;
- zjawiska termoelektryczne: efekt Seebecka, efekt Peltiera, efekt Thomsona;
- budowa termopary i zależność napięcia termopary od różnicy temperatur między złączami;
- podstawowe pojęcia z teorii przewodnictwa przewodników i półprzewodników (pojęcia: pasmo dozwolone i wzbronione, ich związek z mechaniką kwantową), zależność oporu tych materiałów od temperatury (pojęcie drogi swobodnej i rozpraszania nośników);
- termistor: definicja, typy, zależność oporu termistora typu NTC od temperatury.

## III Wprowadzenie

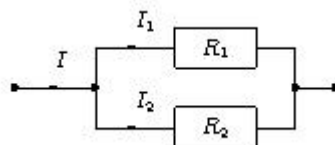
Prawa Ohma: pierwsze prawo Ohma mówi, że natężenie prądu stałego  $I$  płynącego przez opornik jest proporcjonalne do przyłożonego napięcia  $U$  (różnicy potencjałów pomiędzy końcami przewodnika), a współczynnikiem proporcjonalności jest odwrotność oporu:  $I=U/R$ , stąd jednostka oporu  $\Omega=V/A$ . Opór przewodnika zależy od jego wymiarów geometrycznych: długości  $l$  i pola powierzchni jego przekroju poprzecznego  $S$  oraz własności fizycznych materiału z którego jest wykonany:  $R=\rho l/S$ , gdzie  $\rho$  (opór właściwy) jest współczynnikiem proporcjonalności zależnym od materiału i temperatury, jest to drugie prawo Ohma. Dla metali w temperaturze około  $0^\circ\text{C}$   $\rho$  jest rzędu  $10^{-8}\ \Omega\text{m}$ .

Prawa Kirchhoffa: pierwsze wynika z zasady zachowania ładunku elektrycznego i mówi, że suma prądów wpływających do węzła sieci jest równa sumie prądów z niego wypływających. Aby podać drugie prawo Kirchhoffa zdefiniujemy dwa pojęcia: **oczko sieci** jest to zamknięta część obwodu elektrycznego, **siła elektromotoryczna**, oznaczana jako SEM, charakteryzuje źródło energii elektrycznej i mówi jakie jest napięcie między biegunami źródła otwartego, tj. nie połączonego do żadnego odbiornika. Drugie prawo Kirchhoffa jest wynikiem prawa zachowania energii i mówi, że suma spadków napięć na wszystkich oporach w każdym oczku sieci (wliczając w to opory wewnętrzne źródeł) jest równa sumie sił elektromotorycznych w tym oczku.

Łączenie oporów. Połączenie szeregowo oporów to takie połączenie w którym jeden z końców jednego opornika łączymy z jednym z końców drugiego opornika, jak na rysunku poniżej. Z pierwszego prawa Kirchhoffa wynika, że przez oba opory płynie ten sam prąd  $I$ , zaś spadek napięcia na całym układzie to suma spadków napięć na obu opornikach:  $U=U_1+U_2$ . Wyrażając napięcia poprzez prąd i opory (prawo Ohma) dostajemy:  $IR_z=I_1R_1+I_2R_2$  co daje  $R_z=R_1+R_2$ , gdzie  $R_z$  nazywamy oporem zastępczym układu – gdyby zastąpić układ tych dwu oporników jednym o oporze  $R_z$  to w pozostałej części układu nie dało by się zauważyć tej zmiany. Rozumując analogicznie można pokazać, że opór zastępczy dowolnej liczby oporników połączonych szeregowo (koniec jednego z początkiem następnego) jest sumą wszystkich oporów składowych.



Połączenie równoległe oporników to takie połączenie gdy łączymy każdy z dwu końców jednego opornika z analogicznym końcem drugiego, jak na rysunku poniżej. Jak widać napięcie panujące na każdym z oporników jest takie samo i wynosi dokładnie tyle samo ile wynosiło by na oporze zastępczym, zaś z pierwszego prawa Kirchhoffa wynika, że prąd płynący przez opór zastępczy jest sumą prądów płynących przez wszystkie opory. Tak więc dla dwu oporów mamy:  $I=I_1+I_2$  co daje, po zastosowaniu prawa Ohma:  $U/R=U/R_1+U/R_2$  czyli:  $1/R=1/R_1+1/R_2$  i analogicznie dla większej liczby oporników połączonych równoległe.



Bardziej skomplikowane układy można rozważać stosując oba te wzory łącznie. W ramach ćwiczenia sprawdzić, że dwa jednakowe opory  $R$  połączone ze sobą równoległe mają opór zastępczy  $R/2$ , zaś szeregowo dołączenie do tego układu trzeciego takiego samego opornika daje opór zastępczy  $3R/2$ .

Zjawiska termoelektryczne to zjawiska łączące procesy cieplne i elektryczne w materiałach (przewodnikach, półprzewodnikach) omówione są z pozycji [1], ale warto też zajrzeć do Wikipedii (gdzie zresztą skieruje nas google.pl po zapytaniu o dyskutowane tu zjawiska) [2], zwróć jednak uwagę na fakt iż czasem podawane tam informacje są błędne lub niepełne więc warto odwołać się także do źródeł wydrukowanych. Do zjawisk termoelektrycznych zaliczamy między innymi: efekt Seebecka, który występuje gdy mamy dwa złącza dwu różnych metali w dwu różnych temperaturach, wtedy pomiędzy tymi złączami pojawia się różnica napięć zależna od rodzaju metali oraz liniowo zależna od różnicy temperatur (zasada działania termopary). Efekt Peltiera, gdy w podobnym jak wyżej układzie złącz przepuścimy prąd to na jednym ze złącz wydziela się ciepło, a na drugim jest ono pobierane (podstawa działania pewnych układów chłodzących, np. procesory komputerów). Efekt Thomsona – w pojedynczym przewodniku, przez który płynie prąd, a jego końce znajdują się w różnych temperaturach, zależnie od kierunku przepływu prądu w przewodniku może być wydzielane lub pochłaniane ciepło.

Termopara – przyrząd służący do pomiaru temperatury wykorzystujący efekt Seebecka. Stała termopary  $\alpha$  zdefiniowana wzorem:

$$U=\alpha(T_1-T_2)$$

zależy od rodzaju przewodników i jest dobierana do konkretnych zastosowań, np. zakresu temperatur itp. Przyrządy te działają w znacznie szerszym niż znane termometry (np. rtęciowe) zakresie temperatur (-200°C do 1800°C). Cechowanie takiego przyrządu polega na wyznaczeniu stałej  $\alpha$  przez dokonanie pomiaru napięć przy znanych różnicach temperatur i dopasowaniu stałych do tak uzyskanych wyników. Tak więc do wycechowania termopary potrzebny jest układ złożony z dwu naczyń: jednego w którym utrzymywana jest stała temperatura 0 °C oraz drugiego, w którym możemy zmieniać temperaturę, poza tym potrzebny jest termometr mierzący temperaturę w tej części układu oraz miernik napięcia na termoparze (miliwoltomierz).

Opór metali zazwyczaj rośnie wraz z temperaturą (liniowo w dużym zakresie temperatur), ale jeśli chodzi o półprzewodniki to, zależnie od ich składu, opór może z temperaturą rósć lub maleć. Dla czystych, nie domieszkowanych, półprzewodników opór z temperaturą maleje, ale dla półprzewodników domieszkowanych opór może zarówno rósć (PTC – Positive Temperature Coefficient) jak i maleć (NTC – Negative Temperature Coefficient) wraz z temperaturą. Wzrost lub spadek jest dla półprzewodników także zależny od zakresu temperatury, w pewnych zakresach może być on bardzo gwałtowny, np. w termistorach CTR (Critical Temperature Resistor). Zależność oporu od temperatury dla pewnych półprzewodnikowych tlenków metali (lub tytanianu baru) wykorzystywana jest w przyrządach pomiarowych zwanych termistorami.

Dla badanego w ćwiczeniu termistora typu NTC zależność oporu  $R$  od temperatury  $T$  (w skali bezwzględnej tj. w kelwinach) wyraża się wzorem

$$R(T) = R_0 e^{W/2kT}$$

gdzie  $R_0$  jest stałą termistora zależną od jego budowy i rodzaju materiału, z którego został wykonany,  $W$  jest szerokością pasma wzbronionego półprzewodnika, zaś  $k$  stałą Boltzmanna. Cechowanie przyrządu, podobnie jak dla termopary, polega na zmierzeniu oporu dla wielu znanych temperatur i wyznaczeniu stałych termistora z dopasowania powyższego wzoru do danych doświadczalnych. Układ pomiarowy składa się więc z naczynia, w którym możemy zmieniać temperaturę, termometru mierzącego temperaturę w tej części układu oraz miernika oporu.

## IV Przebieg ćwiczenia

1. W pierwszej części ćwiczenia mierzymy, miernikiem uniwersalnym, opór wszystkich oporników wybranych z dostarczonego układu. Z dwu lub więcej wybranych oporników budujemy układ połączony szeregowo i mierzymy jego opór całkowity – na miejscu sprawdzamy czy spełnione są prawa łączenia dla takiego układu. Następnie dwa lub więcej oporniki łączymy równolegle, mierzymy opór zastępczy układu i także sprawdzamy czy jest on poprawny. Na koniec możemy połączyć trzy lub więcej oporników w układ mieszany i także sprawdzamy czy zastosowanie odpowiednich wzorów daje wartość zgodną ze zmierzoną.
2. W układzie pomiarowym (jak na zdjęciu poniżej) łączymy termoparę z miliwoltomierzem (jedna z końcówek z próbówki, a druga z naczynia z lodem), a termistor (dwie końcówki wychodzące z próbówki) z miernikiem uniwersalnym ustawionym na pomiar oporu.



3. Dobieramy zakres omomierza na najmniejszy możliwy, nie przekraczający wartości oporu termistora w temperaturze pokojowej (ponieważ badany termistor jest typu NTC więc dla wszystkich innych temperatur taki dobór zakresu na pewno nie spowoduje przekroczenia). Ustawiamy miliwoltomierz na minimalny zakres i sprawdzamy czy napięcie na termoparze jest 0 mV - w tym momencie różnica temperatur między oboma złączami powinna być 0 K więc woltomierz powinien wskazywać 0 mV.

Zapisujemy wartość napięcia na termoparze i oporu termistora.

4. Pobieramy od obsługi pracowni lód i moździerz. Kruszymy lód w moździerzu i umieszczamy go w termosie (lód już znajduje się w temperaturze bliskiej zeru, ale można dolać jeszcze nieco wody z kranu). Do termosu wkładamy jedno ze złączy termopary (to gdzie nie ma termistora) tak by szczelnie zatkać otwór w korku.
5. Drugi koniec termopary i termistor umieszczamy w zlewce z wodą ustawionej na grzejniku. Do zlewki tej wkładamy także termometr, staramy się umieścić termometr i próbkę z oboma badanymi przyrządami możliwie blisko siebie i symetrycznie w zlewce, tak by uniknąć problemów z mierzeniem temperatury w miejscu wyraźnie innym niż pozostałe parametry – nawet przy częstym mieszaniu wody rozkład temperatur w zlewce może być wyraźnie niejednorodny.

Należy odczekać aż ustalą się wskazania termopary (tj. i zimne i ciepłe złącze znajdują się w równowadze ze swoimi kąpielami), zapisujemy temperaturę wskazywaną przez termometr i wartości oporu termistora i napięcia na termoparze.

6. Włączamy grzejnik tak by grzanie nie odbywało się zbyt szybko i co kilka stopni (2-5) zapisujemy wartości temperatury i oporu lub napięcia (najlepiej opór termistora mierzyć na przemian, tj. dla innych temperatur, niż napięcie na termoparze) starając się by odstęp czasu przy czytaniu temperatury i drugiej z mierzonych wielkości był jak najmniejszy. Mieszymy wodę w podgrzewanej zlewce oraz od czasu do czasu sprawdzamy czy w termosie znajduje się nadal lód, w razie konieczności uzupełniamy go.
7. Po osiągnięciu maksymalnej temperatury wskazywanej przez termometr wyłączamy grzejnik, zdejmujemy z niego zlewkę i nadal mieszając pozwalamy się jej chłodzić, w razie potrzeby przyspieszenia procesu chłodzenia możemy użyć dostępnego w zestawie wiatraczka, ale nie przyspieszamy chłodzenia w żaden inny sposób. W trakcie

chłodzenia, najlepiej dla tych samych temperatur, co przy grzaniu (nie jest to niezbędnie konieczne) zapisujemy wartości temperatury, oporu i napięcia.

8. Po zakończeniu pomiaru wyłączamy miliwoltomierz i omomierz, rozłączamy elementy układu pomiarowego, wylewamy wodę ze zlewki i termosu.

Szczegółowe wskazówki do opracowania wyników pomiarów zawiera karta pracy, którą uczestnicy zajęć otrzymują w pracowni.

## V Opracowanie wyników

1. Słownie przedyskutuj zgodność wyników pomiarów z teoretycznymi dla wszystkich zmierzonych układów oporników.

2. Zrób wykres zależności napięcia termopary od różnicy temperatur między jej złączami, zaznacz wszystkie punkty pomiarowe, w miarę możliwości inaczej oznaczając punkty uzyskane podczas ogrzewania i ochładzania układu - by zobaczyć czy leżą na tej samej prostej. Zgodność tę należy przedyskutować słownie, ale nawet jeśli stwierdzamy niezgodność tych dwu zależności to w dalszych analizach nadal używamy **wszystkich** tych punktów **razem** chyba, że mamy jakiś sensowny powód by uznać któreś z tych wyników za gorsze od innych, ale wtedy należy ten powód dokładniej omówić już w tym miejscu opracowania. Do wykonania wykresu możemy skorzystać albo z komputera, o ile mamy i umiemy taki wykres zrobić, albo wyniki nanosimy na papier milimetryowy pamiętając by tak dobrać skalę rysunku by zostało jak najmniej wolnego miejsca.

W trakcie opracowania zwróć uwagę na to czy dopasowane proste przechodzą przez punkty, które możesz uznać za dużo lepiej wyznaczone niż pozostałe: jeśli sprawdziłeś dokładnie wyniki w punkcie 1a (wykonanie pomiarów) oraz sprawdziłeś, że masz dobrze ustalone warunki na początku punktu 1c to są to dwa w miarę pewne wyniki, trzecim powinien być wynik dla maksymalnej osiągniętej temperatury, o ile odczekałeś odpowiednio długo by była ona ustabilizowana. Jeśli dopasowane metodą regresji proste nie przechodzą przez te trzy punkty to zastanów się, dlaczego oraz jako dodatkowe ćwiczenie wyznacz prostą przechodzącą przez te punkty i zastanów się czy wyniki dla tej prostej są lepsze czy gorsze od uzyskanych metoda regresji liniowej.

3. Oceniamy czy jakieś punkty wyraźnie odbiegają od oczekiwanych zależności, po odrzuceniu punktów zbyt odstawających dopasowujemy **jedną prostą** do wszystkich pozostałych punktów podając oba współczynniki dopasowania.

- 3a. Jeśli umiemy wykonać regresję liniową (wzory podane w internecie [2] i materiałach [3], [4], [5]), sprowadzają się do wykonania kilku sumowań) lub obsłużyć program, który to robi (nawet arkusze kalkulacyjne pakietu OpenOffice czy MS Office umieją to zrobić, ale warto znaleźć lepsze programy specjalizujące się w obróbce danych jak gnuplot czy Origin), wykonujemy regresję i podajemy jako jej wynik cztery wartości: współczynnik nachylenia  $a$  i jego niepewność  $S_a$  oraz wyraz wolny  $b$  i jego niepewność  $S_b$ . Jeśli nasz program (lub my sami) umie obliczyć współczynnik korelacji to podajemy go dyskutując na ile jest on zbliżony do 1, co jest miarą liniowości badanej zależności.

- 3b. Jeśli nie mamy powyższych możliwości używamy **metody graficznej**: na wykresie rysujemy dwie proste, które jeszcze przechodzą przez wszystkie (lub chociaż większość) punktów – taką o jak najmniejszym i taką o jak największym nachyleniu. Dla każdej z tych prostych odczytujemy z wykresu jakieś dwa, w miarę od siebie odległe punkty. Mając takie dwa punkty (powiedzmy  $(T_1, U_1)$  i  $(T_2, U_2)$ ) dla każdej z tych dwu prostych z osobna liczymy współczynniki  $a$  i  $b$  ze wzorów:

$$a=(U_2-U_1)/(T_2-T_1), b=(U_1T_2-U_2T_1)/(T_2-T_1)$$

zaś mając wartości  $a_1$ ,  $b_1$  i  $a_2$ ,  $b_2$  dla każdej z tych dwu prostych poszukiwane  $a$  i  $b$  wyznaczamy jako:

$$a=(a_1+a_2)/2, \Delta a=|a_1-a_2|/2$$

i analogicznie dla  $b$ . Tutaj także możemy słownie przedyskutować na ile nasze punkty układają się na jednej prostej.

Tu należy także przedyskutować czy, i dlaczego, powinniśmy dopasowywać jedną prostą do wszystkich punktów czy też może do grzania i chłodzenia osobno. Współczynnik nachylenia wykresu daje stałą termopary, wyraz wolny powinien być (w dokładności wyznaczenia) równy 0, jeśli nie jest to po podzieleniu przez stałą termopary daje jakąś wielkość o wymiarze temperatury – dyskutujemy jak duża to wielkość i jaki ma sens (średnie odchylenie temperatury kąpieli wody z lodem od założonej wartości – czy uzyskana wartość nie jest za duża lub za mała?).

4. Stosując reguły z poprzedniego punktu wykreślamy zależność oporu termistora od odwrotności temperatury w skali półlogarytmicznej (tj. logarytm tylko na osi oporu). Zwracamy uwagę na fakt, że nie istnieje coś takiego jak logarytm wielkości mianowanej więc formalnie logarytmujemy wartości podzielone przez jednostkę oporu (zwrócić uwagę na jednostki w jakich mierzyliśmy opór). Zwracamy także uwagę na fakt, że musimy użyć odwrotności temperatury w **skali bezwzględnej** (w kelwinach), a nie w skali, w której dokonany był pomiar. W takiej skali wykres znowu powinien być liniowy więc po ocenie czy któreś z punktów zbyt wyraźnie nie odbiegają od liniowości dokonujemy dopasowania jednej prostej do wszystkich nie odrzuconych punktów (regresja liniowa) lub dwie (jeśli stosujemy metodę graficzną). Tu obie uzyskane stałe mają sens stałych opisujących przyrząd (termistor). Ze współczynnika nachylenia krzywej możemy wyznaczyć wartość przerwy energetycznej półprzewodnika  $W$ , z którego wykonany był termistor. W ramach dyskusji możemy poszukać w materiałach drukowanych lub internecie półprzewodnika o wartości przerwy energetycznej zbliżonej do uzyskanej w dyskusji. Warto zwrócić uwagę na fakt, że uzyskana wartość wyraża się wprawdzie bardzo małą wartością w układzie jednostek SI, ale rozsądną wartością w elektronowoltach (1 elektronowolt to inna, mniejsza jednostka energii: ze wzoru na pracę prądu elektrycznego  $1 \text{ J} = 1 \text{ V} * 1 \text{ C}$  zaś  $1 \text{ eV} = 1 \text{ V} * 1 \text{ e}$  gdzie  $1 \text{ e}$  jest ładunkiem elementarnym tj. ładunkiem elektronu  $= 1.6 * 10^{-19} \text{ C}$ ), skąd min. wynika, że czasem warto znać i używać także innych niż SI układów jednostek.

UWAGA: Oba wykresy możemy zrobić albo na papierze milimetrycznym, albo za pomocą programu komputerowego, wtedy uzyskanie wyników liczbowych dopasowań powinno być łatwiejsze, ale i tak należy uzyskane liczby ocenić pod kątem sensowności wartości by uniknąć takich typowych błędów jak mylenie jednostek itp.

#### LITERATURA:

- [1] Sz. Szczeniowski, *Fizyka doświadczalna*, tom III, PWN, Warszawa.
- [2] <http://pl.wikipedia.org/wiki/i> lub <http://www.google.pl>
- [3] H. Szydłowski, *Pracownia Fizyczna*, PWN, Warszawa.
- [4] T. Dryński, *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*, PWN, Warszawa.
- [5] A. Magiera, *I Pracownia Fizyczna*, Instytut Fizyki UJ, Oficyna Wydawnicza „Impuls”, Kraków 2006.