Warszawa, 16.08.2017

prof dr hab. Jan Dereziński
Katedra Metod Matematycznych Fizyki
Wydział Fizyki
Uniwersytet Warszawski
ul. Pasteura 5
02-093 Warszawa

Recenzja rozprawy doktorskiej "Massless fields and adiabatic limit in quantum field theory" mgr Pawła Ducha

Matematyczne podstawy kwantowej teorii pola – a ich dotyczy recenzowana rozprawa – to bardzo szczególna dziedzina. Z jednej strony można podziwiać imponujące sukcesy fizyków, którzy z wielkim powodzeniem stosują kwantową teorię pola do wyjaśnienia zjawisk w fizyce atomowej, cząstek elementarnych czy kosmologii. Z drugiej strony, matematyczne zrozumienie kwantowej teorii pola jest cały czas niezadawalające. Ambitne próby skonstruowania oddziałujących nieperturbacyjnych modeli w ramach tzw. konstruktywnej teorii pola zakończyły się w dużym stopniu niepowodzeniem i obecnie w matematycznym środowisku jest to temat dosyć słabo rozwijany. Podejście perturbacyjne wydaje się łatwiejsze do ścisłego opisu, ale jest ono dość skomplikowane i sprawia również spore trudności.

Rozprawa jest poświęcona metodzie Epsteina-Glasera, która jest jednym z najlepiej rozwiniętych podejść do zrozumienia perturbacyjnej kwantowej teorii pola i renormalizacji. Metoda ta została sformułowana w dosyć znanym w środowisku fizyki matematycznej artykule z Annales de l'Institute Henri Poincare z 1973 roku. Składa się ona z dwóch etapów:

1. Konstrukcji macierzy S w obecności cut-offu czasoprzestrzennego.
2. Przejścia z cut-offem do granicy adiabatycznej, w której jest on równy funkcji stałej.

Pierwszy etap metody Epsteina-Glasera został dość szeroko zauważony i doceniony w środowisku matematyków zainteresowanych kwantową teorią pola. Był on potem rozwijany, zwłaszcza w kontekscie teorii pola na zakrzywionej czasoprzestrzeni, np. w pracach Scharffa, Fredenhagena, Hollandsa i ich współpracowników.

Drugi etap pozostał właściwie bez echa. Jedyne prace, w których dowodzone są rezultaty o granicy adiabatycznej w metodzie Epsteina–Glasera, to dwie prace tychże autorów, w których rozwiązany został problem dla cząstek masywnych: jedna to wyżej wspomniana praca z 1973, a druga z 1976 roku, oraz praca Blancharda i Seneora z 1975 roku. Ta ostatnia praca zawiera jedyne w literaturze rezultaty o granicy adiabatycznej dla modeli bezmasowych. Rezultaty te dotyczą jedynie teorii $\lambda\phi^4$ i spinorowej QED. Są one oparte na dość skomplikowanych i nieprzejrzystych argumentach.

Głównym rezultatem rozprwy mgr Ducha jest dowód słabej granicy adiabatycznej dla dużo szerszej klasy teorii zawierających cząstki bezmasowe. Mgr Duch pokazuje, że dla tej klasy teorii istnieją funkcje Wightmana i Greena spełniające odpowiednio zmodyfikowane aksjomaty Wightmana. Dowód mgr Ducha opiera się na całkiem czystym i eleganckim rozumowaniu. Wykorzystuje on adekwatnie aparat teorii dystrybucji, w tym pojęcie wartości dystrybucji w punkcie w sensie Łojasiewicza.

Można zapytać, co sprawiło, że temat słabej granicy adiabatycznej musiał czekać przeszło 40 lat zanim został na nowo podjęty. Widzę tu dwa wytłumaczenia. Pierwsze to fakt, że praca Blancharda–Seneora jest trudno napisana. Podejrzewam, że mało kto był w stanie prześledzić jej argumentację. Drugie wytłumaczenie jest "ideologiczne". W środowisku matematycznej kwantowej teorii pola rozwinięto ideę tzw. "algebraicznej granicy adiabatycznej", która w tani sposób pozwala przyjąć, że funkcje sprzęgające są stałe na całej czasoprzestrzeni na poziomie algebr obserwabli. Zachodzenie algebraicznej granicy adiabatycznej nie gwarantuje jednak istnienia stanu niezmienniczego względem grupy Poincarego. Niektórzy fizycy matematyczni zbywali ten ostani problem stwierdzeniem, że czasoprzestrzeń jest i tak zakrzywiona i dlatego nie ma co szukać niezmienniczych stanów. Odpowiedź ta wiąże się z faktem, że środowisko matematycznej kwantowej teorii pola zostało w ostatnich laach zdominowane przez badaczy pochodzących z teorii grawitacji, wśród których przestrzeń Minkowskiego traktowana jest jako anomalia, a o czasoprzestrzeni należy myśleć jako o generycznej zakrzywionej rozmaitości lorentzowskiej.

Moim zdaniem wyżej opisana ideologia podważająca wartość granicy adiabatycznej jest w dużej mierze błędna i mgr Duch miał rację zajmując się tą tematyką. Kwantowa teoria pola na płaskiej czasoprzestrzeni jest bardzo ważnym formalizmem, sprawdza się w doświadczeniu i pytanie o jej słabą granicę adiabatyczną jest w wysokim stopniu uzasadnione. Zajęcie się tym problemem wymagało zapewne od autora rozprawy sporej odwagi. Mógł on bowiem sądzić, że trudno jest stworzyć coś nowego w dziedzinie tak starej, której przyglądały się kolejne pokolenia fizyków matematycznych.

Jednym z elementów teorii, który potrzebny jest do udowodnienia granicy adiabatycznej są odpowiednie warunki normalizacyjne. Omówienie różnych rodzajów tych warunków jest jednym z ciekawszych elementów rozprawy. Ciekawa w szczególności jest analiza tzw. centralnego warunku normalizacyjnego. Temat ten jest dobrze znany dla teorii czysto masywnych. O ile mi wiadomo analiza centralnego warunku normalizacyjnego w metodzie Epsteina-Glasera z cząstkami bezmasowymi jest również oryginalnym elementem rozprawy, nigdzie w ten sposób nie prezentowanym w literaturze.

Praca napisana jest suchym i na ogół precyzyjnym językiem. Czasami brakuje mi komentarzy, które pozwoliłyby mi lepiej zrozumieć pewne aspekty pracy. Miałem pewien niedosyt dotyczący analizy różnych warunków normalizacyjnych i szerszego opisu tych oddziaływań, które dopuszczają bądź nie dopuszczają istnienia słabej granicy adiabatycznej. Oto kilka uwag i pytań do autora:

- s. 57: "present the results of [EG73]"—powinno chyba być "present the results of [EG76]".
- s. 37: W warunku N.SD stała **c** jest wprowadzona w niejasny sposób. Warto by dopisać, że jest to stała ustalona dla całej danej teorii.
- Dlaczego w Tw. 5.4.5 na końcu zakłada się bezmasowość pól. Wydawałoby się, że masywność jedynie poprawia sytuację.
- s. 91: Warto by podać argument dlaczego $n \in \{0, 1, 2, 3\}$.
- s. 98: Warunek N.FE jest wymieniony przed jego sformułowaniem.
- s. 119: Zdanie "This is a generalization of the result for purely massive models" jest ściśle rzecz biorąc nie w pełni prawdziwe, bo Assumption 5.6.1 nie obejmuje wszystkich takich modeli.
- s. 82: Napisane jest, że teoria ϕ^3 jest "niedobra". Wyraźnie w rozprawie brakuje szerszej dyskusji tego, które teorie są "niedobre". Np co się dzieje jeśli wymieszamy wierzchołki z Assumption 5.61 (1) i (2)?

Powyższe uwagi są niezbyt istotne i często tylko ilustrują fakt, że chciałbym się na temat opisywany przez rozprawę dowiedzieć więcej.

Mam wrażenie, że jest to bardzo dobra rozprawa doktorska i że zasługuje ona na wyróżnienie. Widzę jednak pewien problem. Rezultaty pracy nie zostały jeszcze nigdzie opublikowane. Mgr Duch ma już publikacje, dotyczą one jednak jego wcześniejszej działalności naukowej.

O ile mi wiadomo, mgr Duch w czasie swoich studiów poszukiwał różnych metod aby zrozumieć problem podczerwony i słabą granicą adiabatyczną w metodzie Epsteina–Glasera zainteresował się dopiero w ostanim okresie. Dopiero niedawno złożył on w czasopismie artykuł do publikacji na temat rezultatów opisanych w rozprawie.

Reasumując, recenzowana rozprawa zawiera rezultaty ważne, nowe i otrzymane przy użyciu eleganckich argumentów. Jestem przekonany, że praca mgr Ducha spełnia z nawiązką wymogi stawiane rozprawom doktorskim.

J. Dereziński

Jan Dereziński.