

Uniwersytet Jagielloński
Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej
Fizyka

Rozprawa doktorska

Doświadczalne badania kondensatu
Bosego-Einsteina atomów ^{87}Rb

Marcin Witkowski

prof. dr hab. Wojciech Gawlik, Promotor
prof. dr hab. Stanisław Chwirot, Recenzent
dr hab. Krzysztof Sacha, Recenzent

Kraków 2010

Spis treści

Spis treści	1
Spis rysunków	7
Spis skrótów i symboli	9
Wstęp	13
I Wstęp teoretyczny	17
1 Kondensat Bosego-Einsteina	19
1.1 Rys historyczny	19
1.2 Rozkład Bosego-Einsteina	21
1.3 Kondensat Bosego-Einsteina w pułapce harmoniczej	24
1.4 Równanie Grossa-Pitaiewskiego	27
1.4.1 Przybliżenie Thomasa-Fermiego	29
1.5 Kondensat Bosego-Einsteina w skończonej temperaturze	33
2 Swobodny spadek kondensatu Bosego-Einsteina	37
2.1 Ekspansja kondensatu idealnego	37
2.2 Ekspansja kondensatu oddziałującego	40

II	Opis układu eksperymentalnego	45
3	System próżniowy	47
3.1	Komora górna	50
3.2	Komora dolna	52
4	Pułapki magnetoptyczne	53
4.1	Górna pułapka MOT1	54
4.2	Transfer atomów	55
4.3	Dolna pułapka MOT2	57
4.4	Kompensacja zewnętrznego pola magnetycznego	59
5	Pułapka magnetyczna	61
5.1	Pułapkowanie magnetyczne	61
5.2	Realizacja pułapki magnetycznej	63
5.2.1	Cewki stożkowe	64
5.2.2	Cewki offsetowe	66
5.2.3	Układ sterowania prądami cewek pułapki magnetycznej	69
6	Chłodzenie przez odparowanie	71
7	Układ laserowy	75
7.1	Opis układu stabilizacji lasera <i>master</i>	77
7.2	Opis układu stabilizacji lasera <i>repumper</i>	79
7.3	Tor optyczny lasera <i>master</i>	81
7.3.1	Pompowanie optyczne	83
7.3.2	Wiązka transferowa	84
7.4	Tor optyczny lasera <i>repumper</i>	85

<i>SPIS TREŚCI</i>	3
8 Układ obrazowania	89
 III Przebieg eksperymentu i analiza wyników	 91
9 Przebieg eksperymentu	93
10 Analiza zdjęć	101
 IV Wyniki pomiarów	 113
11 Swobodny spadek czystego kondensatu BE	115
11.1 Ekspansja czystego kondensatu BE	116
11.2 Ekspansja kondensatu BE w obecności frakcji termicznej	123
 V Dodatki	 129
12 Załączniki	131
12.1 Własności fizyczne ^{87}Rb . Wybrane stałe fizyczne.	131
12.2 Programy sterujące aparaturą	133
12.2.1 Program sterujący eksperymentem	134
12.3 Numeryczne rozwiązanie trójwymiarowego równania GP	140
 Bibliografia	 142

Spis rysunków

1	Liczba publikacji o kondensacie BE	13
1.1	Diagram zmian gęstości w przestrzeni fazowej	24
1.2	Numeryczne rozwiązania równania GP	32
1.3	Diagram przejścia fazowego w stan BEC	34
1.4	Wykres zależności frakcji skondensowanej od temperatury zredukowanej	34
2.1	Kształt chmury w pułapce magnetycznej	41
2.2	Zależności AR od czasu spadku.	42
3.1	Schemat komór próżniowych	49
3.2	Schemat komór próżniowych	50
3.3	Zdjęcie układu próżniowego.	51
4.1	Schemat układu laserowego: wiązka transferowa	56
4.2	Typowa krzywa ładowania dolnej pułapki MOT2	57
4.3	Czas życia chmury w pułapce MT	58
5.1	Uzwojenie cewki stożkowej	64
5.2	Układ cewek pułapki magnetycznej	65
5.3	Układ cewek pułapki magnetycznej	66
5.4	Pole magnetyczne w pułapce MT	67

5.5	Kompresja adiabatyczna	68
5.6	Wpływ chłodzenia cewek na częstość własną pułapki MT	69
5.7	Układ sterowania cewkami pułapki magnetycznej MT.	70
6.1	Schemat przejść indukowanych polem RF	72
6.2	Przebieg częstości pola radiowego RF podczas odparowania.	73
7.1	Układ poziomów struktury nadsubtelnej linii D_2 ^{87}Rb	76
7.2	Detektor sygnału DFDL	79
7.3	Widmo absorpcyjne DFDL	80
7.4	Schemat toru optycznego wiązki pułapkująco-chłodzącej.	81
7.5	Schemat toru optycznego wiązki repompującej.	85
7.6	Schemat układu laserowego na głównym stole optycznym	87
7.7	Schemat układu laserowego na górnym stoliku optycznym	88
8.1	Schemat układu obrazowania kondensatu BE.	90
8.2	Zdjęcia z kamery CCD	90
9.1	Przebieg eksperymentu.	94
9.2	Częstości modulacji wykorzystywane podczas eksperymentów.	95
9.3	Linie sił pola magnetycznego w pułapce MT	98
9.4	Sygnały sterowania polem magnetycznym pułapki MT	98
9.5	Obraz chmury w kolejnych fazach odparowania.	99
10.1	Wynik procedury FFT	102
10.2	Przekroje absorpcyjne.	107
10.3	Rozkład bimodalny.	108
10.4	Zależność temperatury chmury od wyboru czynnika skalującego.	109
10.5	Krzywa przejścia fazowego w stan BEC.	110

10.6 Dobór wartości czynnika skalującego w metodzie analizy danych pomiarowych.	111
10.7 Porównanie wyników otrzymanych przy użyciu różnych procedur analizy danych	111
11.1 Zdjęcia chmury niezdegenerowanej w różnych czasach swobodnego spadku.	117
11.2 Zdjęcia kondensatu Bosego-Einsteina w różnych czasach swobodnego spadku.	117
11.3 Zależność <i>aspect ratio</i> od czasu spadku swobodnego dla chmury termicznej i BEC.	120
11.4 <i>Aspect ratio</i> czystego kondensatu BE w funkcji liczby atomów.	122
11.5 <i>Aspect ratio</i> kondensatu BE w obecności chmury termicznej.	124
11.6 <i>Aspect ratio</i> kondensatu BE w obecności chmury termicznej przy stałej liczbie atomów w BEC.	125
11.7 Zależność promieni kondensatu BE od frakcji skondensowanej.	126
11.8 Schemat kompresji kondensatu BE przez obecność frakcji termicznej. . . .	127

Spis skrótów i symboli

<i>AOM</i>	<i>Acousto-Optical Modulator</i>	76
<i>BE</i>	<i>Bose-Einstein</i>	13
<i>BEC</i>	<i>Bose-Einstein Condensate</i>	13
<i>DFDL</i>	<i>Doppler-Free Dichroic Lock</i>	76
<i>ECDL</i>	<i>External Cavity Diode Laser</i>	75
<i>GP</i>	<i>Gross-Pitajewski</i>	28
<i>KLFAMO</i>	Krajowe Laboratorium Fizyki Atomowej, Molekularnej i Optycznej ...	14
<i>MOPA</i>	<i>Master Oscillator Power Amplifier</i>	75
<i>MOT</i>	<i>Magneto-Optical Trap</i>	24
<i>MT</i>	<i>Magnetic Trap</i>	24
<i>QUIC</i>	<i>Quadrupole-Ioffe-Configuration Trap</i>	63
<i>RF</i>	<i>Radio Frequency</i>	71
<i>TF</i>	<i>Thomas-Fermi</i>	29
<i>TOF</i>	<i>Time of Flight</i>	101
<i>TOP</i>	<i>Time Orbiting Potential</i>	62
<i>UHV</i>	<i>Ultra-High Vacuum</i>	48

Podziękowania

Bardzo chciałbym wyrazić moją wdzięczność prof. dr hab. Wojciechowi Gawlikowi za umożliwienie mi poznawania świata zimnych atomów oraz wszelką okazaną pomoc w czasie powstawania niniejszej pracy.

Dziękuję dr Michałowi Zawadzie, który wprowadził mnie w świat fizyki doświadczalnej i motywował do efektywnej pracy. Wiele się dzięki Niemu nauczyłem.

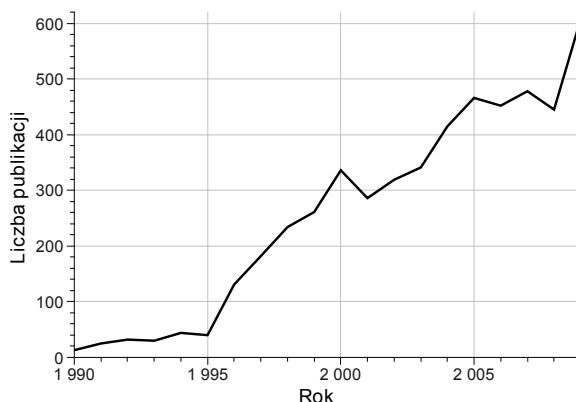
Chciałbym również podziękować wszystkim współpracownikom, z którymi pracowałem przez ostatnie pięć lat, a którym wiele zawdzięczam. Niesposób ich wszystkich wymienić.

Wdzięczność moją kieruję również do wszystkich tych, dzięki którym powstało i funkcjonuje Krajowe Laboratorium Fizyki Atomowej, Molekularnej i Optycznej – miejsce, w którym zrealizowane zostały badania opisane w niniejszej pracy.

Dziękuję również mojej wspaniałej żonie za cierpliwość i wsparcie.

Wstęp

Pierwszy kondensat Bosego-Einsteina (BEC) otrzymany został w 1995 r. w rubidzie ^{87}Rb [1]. W tym samym roku otrzymano jeszcze dwa inne kondensaty: w sodzie ^{23}Na [2] oraz litie ^7Li [3]. Wydarzenia te stanowiły zwieńczenie długich, ponad 70-letnich oczekiwań na eksperymentalną realizację przewidywań Satyendry Bosego oraz Alberta Einsteina [4, 5]. Choć od tamtych eksperymentów minęło już 15 lat, kondensat BE w dalszym ciągu jest fenomenem stanowiącym wyzwanie dla naukowców, zarówno teoretyków jak i eksperymentatorów. O tempie rozwoju badań nad kondensacją Bosego-Einsteina świadczyć może ogromna liczba artykułów dotyczących tej tematyki, publikowanych we wiodących czasopismach fizycznych. Rys. 1 przedstawia wzrost liczby publikacji, w których tytule lub abstrakcie pojawia się wyrażenie *Bose-Einstein Condensate*.



Rys. 1: Liczba artykułów opublikowanych w latach 1990-2009, w których tytule lub abstrakcie występują słowa *Bose-Einstein Condensate*. Dane pochodzą z bazy danych naukowych *ISI Web of Knowledge*.

Do około dwudziestu krajów, w których został wytworzony kondensat BE od trzech lat zalicza się również Polska. Pierwszy, i jak dotychczas jedyny, polski kondensat BE otrzymany został w Krajowym Laboratorium Fizyki Atomowej, Molekularnej i Optycznej (KL FAMO) w Toruniu, dnia 2 marca 2007 r. Osiągnięcie to było możliwe dzięki pracy szeregu fizyków pod kierunkiem prof. dr hab. Wojciecha Gawlika. W pracach tego zespołu brałem udział od roku 2005, najpierw w Zakładzie Fotoniki w Instytucie Fizyki na Uniwersytecie Jagiellońskim, a następnie w KL FAMO. Osiągnięcie kondensatu BE w Polsce było kolejnym etapem rozwoju eksperymentalnych badań nad zimnymi atomami, których prekursorem była grupa krakowska z Zakładu Fotoniki IF UJ. Tam właśnie powstały pierwsze w Polsce pułapki magnetoptyczne [6, 7].

W niniejszej pracy postawiłem sobie dwa cele. Pierwszym z nich jest przedstawienie eksperymentu, w którym uzyskano kondensat BE w KL FAMO. Eksperyment ten opisałem zarówno od strony teoretycznej, jak i doświadczalnej. Krótki opis układu doświadczalnego znajduje się w publikacji [8]. W niniejszej pracy opis ten znacznie rozwinąłem. Mój osobisty udział w budowie opisywanego układu eksperymentalnego dotyczył końcowej jego fazy (montaż układu cewek umożliwiających proces odparowania (por. rozdz. 6), nawijanie i montaż dodatkowej cewki *shim* (por. rozdz. 9), optymalizacja programu sterującego eksperymentem (por. załącznik 12.2), zmniejszenie poziomu szumów w cewkach uniemożliwiających kondensację BE).

Drugim celem pracy jest przedstawienie wyników eksperymentów przeprowadzonych na kondensacie BE. Eksperymenty te podzielić można na dwie części. Pierwszą z nich stanowią doświadczenia, w których została zbadana dynamika czystego kondensatu BE podczas jego ekspansji. Do drugiej części zaliczyć należy eksperymenty, w których zbadano ekspansję chmury częściowo skondensowanej, w której współistnieją dwie frakcje: kondensat BE i gaz klasyczny. Jest to stan osiągany poprzez precyzyjny dobór warunków eksperymentalnych, w którym obserwuje się fazę przejścia gazu w kondensat BE. W plano-

waniu eksperymentów, ich przeprowadzeniu oraz analizie wyników brałem osobisty udział. Wyniki doświadczeń zostały opublikowane [9, 10].

Jeśli chodzi o strukturę, praca jest podzielona na 4 części. Pierwsza z nich zawiera krótką charakterystykę kondensatu BE oraz opis jego własności istotnych ze względu na eksperymenty przeprowadzone w ramach niniejszej pracy. W części drugiej przedstawiłem w sposób szczegółowy budowę układu eksperymentalnego. W części trzeciej opisałem przebieg typowego eksperymentu, w którym otrzymywany był kondensat BE oraz metodę zastosowaną przy gromadzeniu i analizie danych doświadczalnych. Część czwarta prezentuje wyniki przeprowadzonych pomiarów i ich analizę.

W pracy zamieściłem również załączniki zawierające wybrane stałe fizyczne, własności fizyczne atomów ^{87}Rb , opis programów sterujących aparaturą podczas eksperymentów oraz szczegóły dotyczące numerycznego rozwiązania równania Grossa-Pitajewskiego.

Część I

Wstęp teoretyczny

Rozdział 1

Kondensat Bosego-Einsteina

1.1 Rys historyczny

Teoretyczne prace dotyczące kondensacji Bosego-Einsteina zostały zapoczątkowane w latach 1924 – 1925 przez Satyandrę Natha Bosego [4] i Alberta Einsteina [5]. S. Bose zajmował się statystyką układu fotonów, dla którego liczba cząstek nie jest zachowana. Swoją pracę wysłał do A. Einsteina z prośbą o komentarz. A. Einstein docenił wagę pracy, którą przetłumaczył i wysłał do publikacji. Następnie sam zajął się tą tematyką, uogólniając rozważania S. Bosego na układ nieoddziałujących cząstek posiadających masę, których liczba jest zachowana [11]. Głównym wnioskiem, do którego doszedł A. Einstein, jest istnienie tzw. temperatury krytycznej, poniżej której możliwe jest makroskopowe obsadzenie stanu podstawowego – efekt nazwany później kondensacją Bosego-Einsteina.

Definicję kondensatu BE rozszerzyli na układy bozonów oddziałujących L. Onsager i O. Penrose. Według tej powszechnie przyjętej definicji kondensatem BE nazywa się układ bozonów, w którym makroskopowa liczba cząstek obsadza pojedynczy jednocząstkowy stan podstawowy [12].

W późniejszym okresie idee Bosego i Einsteina zostały wykorzystane przez F. Lon-

dona i R. Feynmana, którzy wskazali na możliwy związek kondensacji Bosego-Einsteina z nadciekłością ^4He [13, 14]. Jednak ze względu na silne oddziaływania pomiędzy atomami w nadciekłym helu, opróżnienie stanu podstawowego (*depletion*) wynosi ok. 90% – innymi słowy, jest tylko ok. 10% ”czystego kondensatu” w ^4He [12]. Dlatego też poszukiwano innego, lepszego kandydata do utworzenia pierwszego kondensatu BE wśród słabo-oddziałujących gazów bozonowych.

Już w 1959 roku jako dobry materiał do kondensacji wskazano spolaryzowany gaz wodorowy [15]. Ideę tę rozwijano później w pracach teoretycznych [16] i eksperymentalnych [17]. Ponieważ jednak wodór nie jest podatny na chłodzenie za pomocą światła laserowego, prace nad jego skondensowaniem rozwijały się powoli. Ostatecznie kondensat wodorowy uzyskano w 1998 r. [18], trzy lata po pierwszym kondensacie rubidowym [1].

W latach osiemdziesiątych i dziewięćdziesiątych nastąpił szybki rozwój technik chłodzenia i pułapkowania gazów bozonowych. Pierwiastki z grupy metali alkalicznych, takie jak lit, sód i rubid, okazały się właściwymi w tego typu eksperymentach, głównie ze względu na dobrze opisaną, nieskomplikowaną strukturę energetyczną oraz dostępność laserów o odpowiednich długościach fal. Wkład w rozwój technik chłodzenia i pułapkowania atomów został w 1997 roku doceniony przyznaniem nagrody Nobla trzem fizykom. Szczegóły dotyczące tej problematyki można znaleźć w wykładach noblowskich [19–21].

Efektom gwałtownego postępu w dziedzinie chłodzenia atomów były pierwsze kondensaty BE, które otrzymano w 1995 r. Były to w kolejności chronologicznej: kondensat ^{87}Rb otrzymany w JILA w grupie C. Wiemana i E. Cornella [1], kondensat ^7Li otrzymany w Rice University w grupie R. Huleta¹ [3] oraz kondensat atomów ^{23}Na uzyskany przez zespół W. Ketterlego w MIT [2]. Komitet Noblowski docenił powyższe wyniki, przyzna-

¹Wyniki R. Huleta budziły pierwotnie sporo kontrowersji ze względu na ograniczenia doświadczalne – brak możliwości obserwacji charakterystyk rozkładów pędowych po wyłączeniu pułapki i ujemną długość rozpraszania atomów ^7Li , uważaną za uniemożliwiającą przejście w stan kondensatu BE.

jąc w 2001 roku nagrodę Nobla dla E. Cornella, C. Wiemana oraz W. Ketterlego. Szersze omówienie problematyki związanej z otrzymaniem pierwszych kondensatów BE zawierają wykłady noblowskie laureatów [22, 23].

Szczegółowy opis powstania i rozwoju nowej dziedziny fizyki, jaką zapoczątkowało otrzymanie BEC, można znaleźć np. w pracach [24–26].

1.2 Rozkład Bosego-Einsteina

W celu scharakteryzowania statystycznych własności układu bozonów nieoddziałujących, wykorzystuje się funkcję rozdziału

$$Z = \prod_i \left(1 - e^{-(E_i - \mu)/k_B T}\right)^{-1}. \quad (1.1)$$

Średnie obsadzenie i -tego stanu wynosi wówczas

$$\langle n_i \rangle = k_B T \frac{\partial}{\partial E_i} \ln Z = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/k_B T} - 1}. \quad (1.2)$$

Rozkład Bosego-Einsteina (1.2) określa średnie obsadzenia dozwolonych poziomów energetycznych przez bozony. Rozkład obsadzeń zależy od wartości dwóch wielkości: potencjału chemicznego μ oraz temperatury układu T . Wartości te dobrane są tak, by spełnione były warunki normalizacyjne dla całkowitej liczby cząstek

$$N = \sum_i \langle n_i \rangle \quad (1.3)$$

oraz całkowitej energii układu

$$E = \sum_i E_i \langle n_i \rangle. \quad (1.4)$$

Potencjał chemiczny μ przyjmuje wartości niższe od energii stanu podstawowego E_0 . Wartości wyższe od E_0 prowadziłyby do rozwiązań niefizycznych, np. ujemnych wartości średnich obsadzeń $\langle n_i \rangle$. Gdy wartość potencjału chemicznego dąży do wartości energii

stanu podstawowego $\mu \rightarrow E_0$, wówczas obsadzenie tego stanu może przyjąć wartość dowolnie dużą

$$\langle n_0 \rangle = \frac{1}{e^{(E_0 - \mu)/k_B T} - 1} \rightarrow \infty. \quad (1.5)$$

Sytuacja taka odpowiada przejściu fazowemu układu bozonów w stan kondensatu BE.

Stan podstawowy odgrywa szczególną rolę w teorii kondensacji Bosego-Einsteina, stąd zwykle całkowitą liczbę cząstek w układzie zapisuje się jako sumę cząstek będących w stanie podstawowym (skondensowanym) N_0 i cząstek znajdujących się w stanach wzbudzonych N_{th} , należących do tzw. frakcji termicznej

$$N = N_0 + N_{th}. \quad (1.6)$$

W dalszej części pracy będzie stosowana notacja, w której indeks $_0$ oznacza część skondensowaną, a indeks $_{th}$ część termiczną.

Dla ustalonej temperatury T , liczba cząstek w stanie wzbudzonym N_{th} rośnie wraz z potencjałem chemicznym μ , osiągając wartość maksymalną (krytyczną) N_c , gdy spełniony jest warunek $\mu = E_0$. Obsadzenie stanu podstawowego N_0 dla niskich μ jest znikome, natomiast dla $\mu \rightarrow E_0$ staje się dowolnie duże. W sytuacji gdy liczba cząstek nie przekracza wartości krytycznej ($N < N_c$), równanie (1.6) jest spełnione dla $\mu < E_0$. W takim przypadku obsadzenie stanu podstawowego N_0 jest zaniedbywalne w porównaniu z obsadzeniem stanów wzbudzonych N_{th} . Jeśli natomiast liczba cząstek przekroczy wartość krytyczną ($N > N_c$), wówczas obsadzenie stanu podstawowego zaczyna dominować ($N_0 \gg N_{th}$), co odpowiada kondensatowi BE.

Krytyczna liczba cząstek zdefiniowana jest w sposób następujący:

$$N_c = N_{th}(T, \mu = E_0). \quad (1.7)$$

Analogicznie można zdefiniować temperaturę krytyczną T_c , będącą temperaturą przejścia w fazę kondensatu

$$N_{th}(T_c, \mu = E_0) = N. \quad (1.8)$$

Jak widać wielkości T_c i N_c są ściśle ze sobą powiązane. Warunek konieczny kondensacji Bosego-Einsteina można zatem wyrazić na dwa sposoby:

- przy ustalonej temperaturze T konieczne jest zgromadzenie odpowiednio dużej liczby cząstek ($N > N_c$)
- dla ustalonej liczby cząstek N konieczne jest osiągnięcie odpowiednio niskiej temperatury ($T < T_c$).

Kryterium kondensacji BE można przedstawić bardziej obrazowo, wprowadzając tzw. gęstość w przestrzeni fazowej ϖ . Jest ona zdefiniowana jako liczba cząstek o masie m zawarta w sześciacie o krawędzi równej długości fali de Broglie'a w danej temperaturze

$$\varpi = n\lambda_{dB}^3, \quad (1.9)$$

gdzie n jest gęstością, a długość fali de Broglie'a λ_{dB} dana jest wzorem

$$\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}}. \quad (1.10)$$

W przypadku gazu jednorodnego okazuje się, że kondensacja BE następuje, gdy gęstość w przestrzeni fazowej osiąga wartość

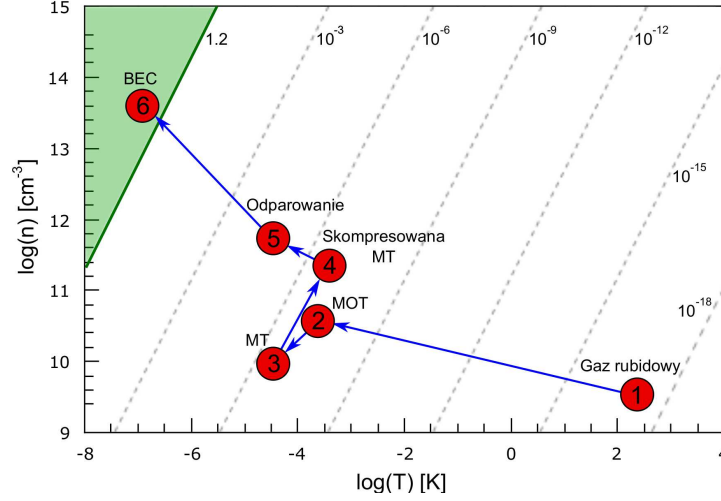
$$\varpi = \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \approx 2,612, \quad (1.11)$$

gdzie ζ jest funkcją Riemanna.

W przypadku typowym dla eksperymentu, gdy mamy do czynienia z gazem znajdującym się w trójwymiarowej pułapce harmoniczej, krytyczna gęstość w przestrzeni fazowej, przy której następuje przejście w stan BEC, ma wartość

$$\varpi = \zeta(3) \approx 1,202. \quad (1.12)$$

Jak wynika z (1.11) i (1.12), przy przejściu fazowym w stan BEC, fale de Broglie'a sąsiadnych atomów wzajemnie się pokrywają, co jest określane mianem degeneracji kwantowej. Zmiany wartości ϖ podczas procesu kondensacji BE uwidocznione są na rys. 1.1.



Rys. 1.1: Diagram n - T ukazujący zmiany gęstości w przestrzeni fazowej ϖ w poszczególnych fazach procesu kondensacji BE, począwszy od temperatury pokojowej (punkt 1). Oznaczenia: MOT (punkt 2) – pułapka magnetoptyczna (por. rozdz. 4), MT (punkt 3) – pułapka magnetyczna (por. rozdz. 5), odparowanie (punkt 5) (por. rozdz. 6). Szare linie przerywane odpowiadają stałej wartości ϖ . Na zielono zaznaczono obszar, w którym możliwe jest osiągnięcie stanu BEC. Diagram odpowiada wartościom uzyskanym w eksperymentach przeprowadzonych w ramach niniejszej pracy.

1.3 Kondensat Bosego-Einsteina w pułapce harmonicznej

Eksperymenty opisane w niniejszej pracy przeprowadzone zostały z wykorzystaniem anizotropowej pułapki harmonicznej. Potencjał takiej pułapki przedstawić można w postaci

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2), \quad (1.13)$$

gdzie m jest masą atomu, a ω_i - częstością własną pułapki w i -tym kierunku.

Hamiltonian, odpowiadający układowi N nieoddziałujących bozonów w potencjale harmonicznym, ma postać

$$H = \sum_{i=1}^N \left[\frac{p_i^2}{2m} + V(\vec{r}_i) \right], \quad (1.14)$$

a jego wartości własne są następujące:

$$E(n_x, n_y, n_z) = \left(n_x + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_y + \left(n_z + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_z, \quad (1.15)$$

gdzie $n_i = 0, 1, \dots$ są liczbami kwantowymi, numerującymi wartości własne hamiltonianu (dozwolone energie układu).

Stan podstawowy układu odpowiada wartościom $n_x = n_y = n_z = 0$. Energia stanu podstawowego wynosi zatem

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar (\omega_x + \omega_y + \omega_z). \quad (1.16)$$

Funkcję falową, odpowiadającą stanowi podstawowemu układu N nieoddziałujących bozonów, można przedstawić jako iloczyn jednocząstkowych funkcji falowych

$$\phi_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) = \prod_{i=1}^N \phi(\vec{r}_i), \quad (1.17)$$

z warunkiem normalizacyjnym

$$\int |\phi_0(\vec{r})|^2 d^3\vec{r} = 1. \quad (1.18)$$

Funkcja ta jest gaussowska

$$\phi_0(\vec{r}) = \left(\frac{m\omega_{ho}}{\pi\hbar} \right)^{\frac{3}{4}} \exp \left[-\frac{m}{2\hbar} (\omega_x x^2 + \omega_y y^2 + \omega_z z^2) \right], \quad (1.19)$$

gdzie

$$\omega_{ho} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{\frac{1}{3}} \quad (1.20)$$

jest częstością oscylatora harmonicznego reprezentującego pułapkę harmoniczną. W przypadku pułapki opisywanej w niniejszej pracy, wartość ω_{ho} może być zmieniana w zakresie od $2\pi \times 136$ Hz do $2\pi \times 231$ Hz.

Związek pomiędzy częstością pułapki w i -tym kierunku ω_i , a szerokością funkcji Gaussa a_i , jest następujący:

$$a_i^2 = \frac{\hbar}{m\omega_i}. \quad (1.21)$$

Korzystając z (1.21), można przedstawić funkcję falową kondensatu BE w postaci

$$\phi_0(\vec{r}) = \frac{1}{\pi^{3/4} (a_1 a_2 a_3)^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} + \frac{z^2}{a_3^2} \right) \right]. \quad (1.22)$$

Rozkład gęstości układu bozonów w stanie podstawowym dany jest przez

$$n_0(\vec{r}) = N|\phi_0(\vec{r})|^2. \quad (1.23)$$

Za rozmiar kondensatu przyjmuje się średnią geometryczną trzech szerokości gauszianu ϕ_0

$$a_{ho} = \left(\frac{\hbar}{m\omega_{ho}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.24)$$

Wielkość ta stanowi charakterystyczną skalę długości w kwantowo-mechanicznym opisie pułapki harmoniczej. W przypadku pułapki opisaney w niniejszej pracy, jej wartość wynosi od 1,14 μm do 1,38 μm , w zależności od częstości pułapki ω_{ho} .

Jak wynika z (1.21), w pułapce anizotropowej stosunek rozmiarów kondensatu BE (tzw. *aspect ratio*) wynosi

$$AR = \frac{a_k}{a_l} = \sqrt{\frac{\omega_l}{\omega_k}}, \quad (1.25)$$

gdzie $k, l = x, y, z$.

Funkcję falową w przestrzeni pędów otrzymuje się jako transformatę Fouriera funkcji falowej (1.19) w przestrzeni położeń

$$\phi_0(\vec{p}) = \frac{1}{\pi^{3/4}(c_1c_2c_3)^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{p_x^2}{c_1^2} + \frac{p_y^2}{c_2^2} + \frac{p_z^2}{c_3^2} \right) \right], \quad (1.26)$$

gdzie współczynniki c_i , odpowiadające trzem kierunkom w przestrzeni, dane są jako

$$c_i = \frac{\hbar}{a_i} = \sqrt{m\hbar\omega_i}. \quad (1.27)$$

Rozkład gęstości w przestrzeni pędów, zgodnie ze wzorem (1.23), ma postać

$$n_0(\vec{p}) = \frac{N}{\pi^{3/2}c_1c_2c_3} \exp \left[-\frac{p_x^2}{c_1^2} - \frac{p_y^2}{c_2^2} - \frac{p_z^2}{c_3^2} \right]. \quad (1.28)$$

Związek (1.27) pomiędzy współczynnikami a_i oraz c_i jest odzwierciedleniem zasady nieoznaczoności Heisenberga w odniesieniu do kondensatu Bosego-Einsteina. Im węższa

dystrybucja przestrzenna atomów (mniejsza wartość współczynników a_i), tym szerszy rozkład odpowiadających im pędów (większe wartości c_i).

Dla temperatur wyższych od temperatury krytycznej, gdzie gaz opisywany jest przez klasyczną statystykę, rozkład gęstości ma postać

$$n_{th}(\vec{r}) = \frac{N}{\pi^{3/2} R_1 R_2 R_3} \exp\left(-\frac{x^2}{R_1^2} - \frac{y^2}{R_2^2} - \frac{z^2}{R_3^2}\right), \quad (1.29)$$

gdzie

$$R_i = \sqrt{\frac{2k_B T}{m\omega_i^2}} \quad (1.30)$$

jest połową szerokości rozkładu w i -tym kierunku, mierzoną w $1/e$ wartości maksymalnej.

W przeciwieństwie do kondensatu BE, wielkość chmury termicznej zależy od temperatury.

Porównanie współczynników a_i oraz R_i daje wynik

$$\frac{R_i}{a_i} = \sqrt{\frac{2k_B T}{\hbar\omega_i}}. \quad (1.31)$$

1.4 Równanie Grossa-Pitajewskiego

Powyższy opis dotyczy kondensatu BE, w którym pominięto oddziaływania pomiędzy atomami. W przypadkach rzeczywistych, w których atomy oddziałują między sobą, funkcja falowa kondensatu BE nie może być przedstawiona w postaci produktowej (1.17) i konieczna jest modyfikacja powyższego opisu. Hamiltonian układu N oddziałujących atomów o masie m , znajdujących się w zewnętrznym potencjale pułapkującym $U(\vec{r})$, których oddziaływanie opisywane jest potencjałem $V(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$, ma postać

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \int d^3r \, \hat{\psi}^\dagger(\vec{r}) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}) \right] \hat{\psi}(\vec{r}) \\ & + \frac{1}{2} \int d^3r \int d^3r' \, \hat{\psi}^\dagger(\vec{r}) \hat{\psi}^\dagger(\vec{r}') V(\vec{r} - \vec{r}') \hat{\psi}(\vec{r}) \hat{\psi}(\vec{r}'), \end{aligned} \quad (1.32)$$

gdzie $\hat{\psi}^\dagger(\vec{r})$ i $\hat{\psi}(\vec{r})$ są odpowiednio operatorami kreacji i anihilacji pola bozonowego w punkcie $\vec{r}$.

Przyjmując, że oddziaływanie między atomami jest niskoenergetyczne (oddziaływanie typu s), można użyć do jego opisu potencjału o zerowym zasięgu

$$V(\vec{r} - \vec{r}') = g_0 \delta(\vec{r} - \vec{r}'), \quad (1.33)$$

gdzie δ jest dystrybucją Diraca, a g_0 parametrem charakteryzującym zderzenia. Wartość g_0 zależy od masy atomu m i jego długości rozpraszania a

$$g_0 = 4\pi\hbar^2 \frac{a}{m}. \quad (1.34)$$

W rezultacie otrzymany hamiltonian ma postać

$$\hat{H} = \int d^3r \hat{\psi}^\dagger(\vec{r}) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}) + \frac{g_0}{2} \hat{\psi}^\dagger(\vec{r}) \hat{\psi}(\vec{r}) \right] \hat{\psi}(\vec{r}). \quad (1.35)$$

Szczegóły wyprowadzenia (1.35) można znaleźć np. w [27].

Używając metody zamiany operatorów pola bozonowego przez klasyczne pola

$$\hat{\psi}(\vec{r}, t) \rightarrow \psi(\vec{r}, t) = \sqrt{N} \phi(\vec{r}, t) \quad (1.36)$$

w równaniu ewolucji czasowej operatorów pola bozonowego $\hat{\psi}(\vec{r}, t)$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \psi(\vec{r}, t) = [\hat{\psi}(\vec{r}, t), \hat{H}] \quad (1.37)$$

otrzymuje się równanie

$$i\hbar \frac{\partial \phi_0(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \phi_0(\vec{r}, t) + U(\vec{r}) \phi_0(\vec{r}, t) + g_0 N |\phi_0(\vec{r}, t)|^2 \phi_0(\vec{r}, t). \quad (1.38)$$

Jest to tzw. równanie Grossa-Pitajewskiego (GP) wyprowadzone niezależnie przez E. Grossa [28, 29] i L. Pitajewskiego [30] w 1961 r. Równanie to jest podstawowym narzędziem w teoretycznym badaniu rozrzedzonych gazów bozonowych w niskich temperaturach. Ma ono swoją wersję niezależną od czasu

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \phi_0(\vec{r}) + U(\vec{r}) \phi_0(\vec{r}) + g_0 (N - 1) |\phi_0(\vec{r})|^2 \phi_0(\vec{r}) = \mu \phi_0(\vec{r}), \quad (1.39)$$

gdzie μ jest potencjałem chemicznym. Równanie GP jest podobne do równania Schrödingera, z wyjątkiem wyrazu nieliniowego, który opisuje oddziaływanie pojedynczego atomu z resztą atomów. Energia tego oddziaływania jest proporcjonalna do gęstości chmury atomowej $g_0 N |\phi|^2$ (można przyjąć $N - 1 \approx N$ w rzeczywistych przypadkach). Dlatego też ów dodatkowy wyraz nazywa się energią średniego pola.

O charakterze oddziaływań międzyatomowych w kondensacie BE decyduje znak g_0 ($N |\phi|^2$ jest zawsze dodatnie). Dla $g_0 < 0$ ($g_0 > 0$) energia średniego pola jest ujemna (dodatnia) i efektywne oddziaływanie międzyatomowe jest przyciągające (odpychające). W przypadku atomów ^{87}Rb wartość $g_0 > 0$, zatem siły międzyatomowe mają charakter odpychający.

1.4.1 Przybliżenie Thomasa-Fermiego

W równaniu GP można wyróżnić człony odpowiadające różnym formom energii. W przypadku oddziaływań odpychających, gdy liczba atomów w kondensacie BE rośnie, energia pola średniego zaczyna dominować, a rozmiary kondensatu zwiększają się. Załóżmy, że atomy znajdują się w potencjale harmonicznym danym równaniem (1.13). Wówczas przy odpowiednio dużej liczbie atomów w kondensacie N_0 , energia kinetyczna staje się zaniedbywalna i człon $\nabla^2 \phi_0(\vec{r})$ w równaniu GP można pominąć. Dzieje się tak wówczas, gdy tzw. parametr Thomasa-Fermiego osiąga dużą wartość

$$N \frac{a}{a_{ho}} \gg 1. \quad (1.40)$$

Zaniedbanie energii kinetycznej w równaniu GP nazywamy przybliżeniem Thomasa-Fermiego (TF) przez analogię do przybliżenia o tej samej nazwie znanego z teorii atomu [31]. Dla typowych wartości eksperymentalnych a/a_{ho} jest rzędu 10^{-3} , więc aby przybliżenie TF było spełnione, liczba atomów N powinna być co najmniej rzędu 10^5 .

Przy wzrastającej wartości parametru Thomasa-Fermiego profil gęstości rozszerza

się, a gęstość w centrum chmury spada (por. rys. 1.2 na stronie 32).

Jeśli przybliżenie TF jest spełnione, to równanie GP redukuje się do postaci

$$\frac{1}{2}m\omega_{ho}^2 r^2 \phi_0(\vec{r}) + g_o N |\phi_0(\vec{r})|^2 \phi_0(\vec{r}) = \mu \phi_0(\vec{r}) \quad (1.41)$$

Równanie to, w przeciwieństwie do pełnego równania GP, jest łatwe do rozwiązania. Wynikiem jest tzw. rozkład Thomasa-Fermiego

$$n_0(\vec{r}) = |\phi_0(\vec{r})|^2 = \begin{cases} \frac{1}{g_o N} \left(\mu - \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 \right) & \text{dla } r < \sqrt{2\mu m \omega^2} \\ 0 & \text{dla } r \geq \sqrt{2\mu m \omega^2} \end{cases} \quad (1.42)$$

Potencjał chemiczny można obliczyć korzystając z warunku normalizacyjnego

$$\int |\psi(\vec{r})|^2 dr = 1. \quad (1.43)$$

Wynik jest następujący:

$$\mu = \frac{\hbar\omega}{2} \left(\frac{15Na}{a_{ho}} \right)^{\frac{2}{5}}. \quad (1.44)$$

Potencjał chemiczny w przybliżeniu TF jest stały. Oznacza to, że energia związana z dodaniem cząstki do kondensatu BE nie zależy od miejsca, w które została dodana. Szczegóły dotyczące zastosowania przybliżenia TF do opisu chmury atomów ^{87}Rb w stanie podstawowym można znaleźć np. w pracy [32].

Korzystając z definicji potencjału chemicznego $\mu = \partial E / \partial N$ i z faktu, że $\mu \sim N^{2/5}$, można obliczyć energię całkowitą przypadającą na jedną cząstkę w kondensacie BE

$$\frac{E}{N} = \frac{5}{7}\mu, \quad (1.45)$$

przy czym stosunek energii oddziaływania międzyatomowego E_{int} do energii potencjalnej E_{pot} wynosi 2/3 [24].

Jak wynika z (1.42), profil gęstości w przybliżeniu TF jest odwróconą parabolą. Rozpiętość paraboli u jej podstawy określa tzw. promień Thomasa-Fermiego R_{TF} , będący razem promieniem kondensatu BE. Rozmiary kondensatu BE, zgodnie z (1.44), zależą od

potencjału chemicznego

$$\mu = \frac{1}{2}m\omega^2 R^2. \quad (1.46)$$

W przypadku pułapki anizotropowej promienie te mają wartość

$$R_{TF_i} = a_{ho} \left(\frac{15Na}{a_{ho}} \right)^{\frac{1}{5}} \frac{\omega_{ho}}{\omega_i}, \quad (1.47)$$

gdzie ω_i jest częstością własną pułapki w i -tym kierunku.

Stosunek promieni kondensatu BE – *aspect ratio*, wynosi zatem

$$AR = \frac{R_k}{R_l} = \frac{\omega_l}{\omega_k}, \quad (1.48)$$

gdzie $k, l = x, y, z$. Wynik ten różni się od przypadku kondensatu BE, w którym pominięto oddziaływania (1.25). Dzięki uwzględnieniu oddziaływań odpychających rozmiary kondensatu BE są większe. Wraz ze wzrostem rozmiaru BEC przy ustalonych parametrach pułapki ($\omega_k = const$) spada znacznie gęstość w centrum kondensatu BE $n_{TF}(0)$. W przypadku kondensatu BE, w którym pominięto oddziaływania, gęstość w centrum wynosiła

$$n_{ho}(0) = N \left(\frac{m\omega_{ho}}{\pi\hbar} \right)^{3/2} \quad (1.49)$$

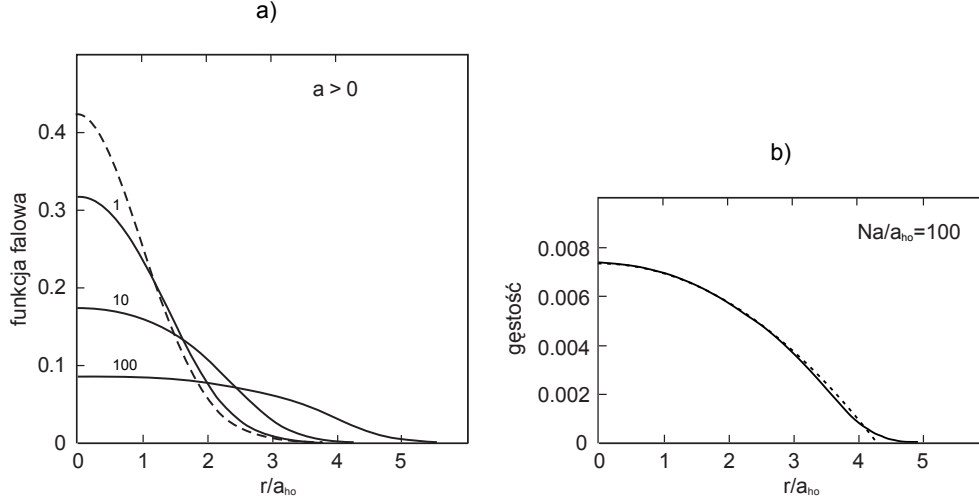
(por. 1.19). Stosunek gęstości wynosi zatem

$$\frac{n_{TF}(0)}{n_{ho}(0)} = \frac{15^{2/5}\pi^{1/2}}{8} \left(\frac{Na}{a_{ho}} \right)^{-3/5}. \quad (1.50)$$

Na rys. 1.2 przedstawiono zmianę kształtu funkcji falowej wraz ze wzrostem liczby atomów (odpychającego potencjału średniego pola). Zmiana kształtu funkcji falowej BEC uwiadamia efekt powiększenia rozmiarów oraz zmniejszenia gęstości w centrum.

W ramach przybliżenia TF można również analitycznie obliczyć rozkład pędu w kondensacie BE jako transformatę Fouriera funkcji falowej, danej równaniem (1.42)

$$n_0(\vec{p}) = N \frac{15}{16\hbar^3} R^3 \left(\frac{J_2(\tilde{p})}{\tilde{p}^2} \right)^2, \quad (1.51)$$



Rys. 1.2: a) Numeryczne rozwiązania równania GP dla trzech różnych wartości parametru Thomasa-Fermiego $Na/a_{ho} = 1, 10, 100$. Obliczenia zostały wykonane dla pułapki sferycznej. Krzywa przerywana odpowiada rozwiązaniu nieuwzględniającemu oddziaływań między atomami. b) Profile gęstości dla atomów z dodatnią wartością długości rozpraszania ($a > 0$) w pułapce sferycznej dla wartości parametru Thomasa-Fermiego $Na/a_{ho} = 100$. Krzywa ciągła odpowiada numerycznemu rozwiązaniu równania GP. Krzywa przerywana została otrzymana w ramach przybliżenia TF. Jednostki na osiach pionowych są umowne. Obrazki a) i b) pochodzą z pracy [33].

gdzie J_2 są funkcjami Bessela 2-go rzędu, R jest średnim promieniem Thomasa-Fermiego $R = (R_x R_y R_z)^{1/3}$, a $\tilde{p} = \sqrt{p_x^2 R_x^2 + p_y^2 R_y^2 + p_z^2 R_z^2} / \hbar$ [32].

Przybliżenie Thomasa-Fermiego można z powodzeniem stosować w przypadku, gdy liczba atomów w kondensacie BE jest duża. Należy mieć na uwadze fakt, że przybliżenie to przestaje działać blisko brzegu kondensatu BE, gdzie gęstość atomów szybko spada do zera (por. rys. 1.2b).

1.5 Kondensat Bosego-Einsteina w skończonej temperaturze

W niezerowej temperaturze zawsze istnieje pewna liczba atomów N_{th} , która zgodnie z rozkładem (1.2), zajmuje stany wzbudzone. Liczba ta wynosi

$$N_{th} = \sum_{n_x n_y n_z \neq 0} \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/k_B T} - 1}. \quad (1.52)$$

Jeżeli całkowita liczba atomów jest duża, wówczas odległości pomiędzy poziomami energetycznymi są niewielkie i zachodzi relacja

$$k_B T \gg \hbar \omega_{ho}. \quad (1.53)$$

W takim przypadku sumowanie (1.52) można zastąpić całką. Przyjmując $\mu = E_0$, otrzymuje się wyrażenie na liczbę atomów w stanie wzbudzonym

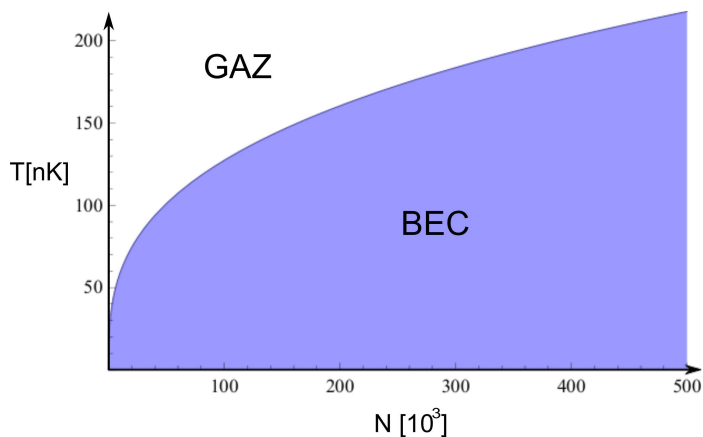
$$N_{th} = \int \frac{1}{e^{\hbar(\omega_x n_x + \omega_y n_y + \omega_z n_z)/k_B T} - 1} dn_x dn_y dn_z. \quad (1.54)$$

W przypadku niewielkiej liczby atomów przybliżenie sumy (1.52) przez całkę (1.54) prowadzi do rozbieżności pomiędzy teorią a wynikami eksperymentalnymi. Dyskusję tego problemu, tzw. efektu skończonego rozmiaru, podjęto w pracy [33].

Warunek (1.8), definiujący temperaturę przejścia w fazę kondensatu BE, po podstawieniu (1.54), prowadzi do wyrażenia *explicite* [34]

$$k_B T_C = \hbar \omega_{ho} \left(\frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} = 0,94 \hbar \omega_{ho} N^{1/3}. \quad (1.55)$$

Podczas eksperymentu częstość pułapki ω_{ho} nie zmienia się. Zatem jedynym parametrem podlegającym kontroli w czasie eksperymentu, którego wartość decyduje o przejściu w fazę kondensatu BE, jest liczba atomów w pułapce N . Zależność temperatury krytycznej od liczby atomów w naszej pułapce przedstawia krzywa fazowa (rys. 1.3).

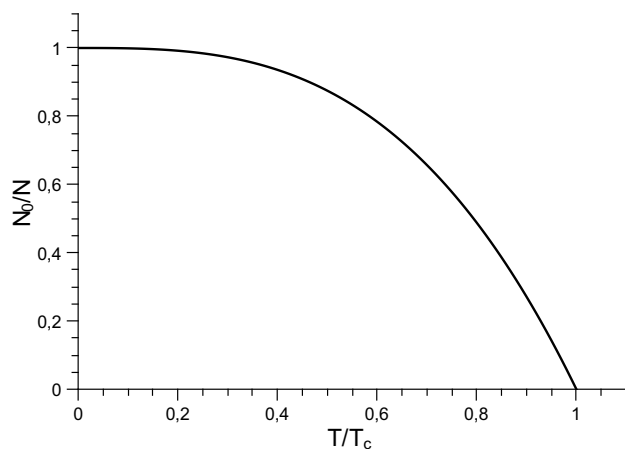


Rys. 1.3: Krzywa przejścia fazowego gazu w stan kondensatu Bosego-Einsteina. Linia oddzielająca obydwie obszary odpowiada temperaturze krytycznej obliczonej na podstawie wzoru (1.55).

Korzystając z równań (1.6) i (1.54), można znaleźć zależność pomiędzy frakcją zdegenerowaną, a temperaturą

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_C} \right)^3, \quad (1.56)$$

gdzie T/T_C jest tzw. temperaturą zredukowaną.



Rys. 1.4: Wykres zależności frakcji skondensowanej N_0/N od temperatury zredukowanej T/T_c danej równaniem (1.56).

Wyrażenie (1.56) jest szczególnym przypadkiem ogólnego równania

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_C} \right)^\alpha, \quad (1.57)$$

gdzie α jest współczynnikiem zależnym od kształtu pułapki, w której wytwarzany jest kondensat BE. Np. dla kształtu sześciennego pudełka, przy założeniu jednorodnej gęstości, wartość α wynosi 3/2. Wyprowadzenie równania (1.57) można znaleźć np. w [24].

Należy zaznaczyć, że równania (1.56) i (1.57) opisują jedynie gaz bozonów nieoddziałujących, a do ich wyprowadzenia użyto tzw. przybliżenia półklasycznego, wyrażonego relacją (1.53). W przypadku gdy mamy do czynienia z niewielkim kondensatem BE, lub gdy uwzględnimy oddziaływania pomiędzy atomami, zależności powyższe przestają być słuszne i należy je zastąpić bardziej ogólnym podejściem.

Przykładem prostej teorii uwzględniającej oddziaływania pomiędzy frakcjami termiczną i skondensowaną jest tzw. teoria pół-idealna (ang. *semi-ideal*) [35]. W podejściu tym część termiczną rozpatruje się jako gaz idealny, który znajduje się jednocześnie w potencjale zewnętrznym (pułapkującym) oraz potencjale średniego pola wytwarzanym przez atomy należące do kondensatu BE.

W przybliżeniu pół-idealnym zależność frakcji skondensowanej N_0/N od temperatury zredukowanej T/T_c przybiera bardziej rozwiniętą postać:

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 - \eta \frac{\zeta(2)}{\zeta(3)} \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 \right]^{2/5}, \quad (1.58)$$

gdzie $\eta = 0.5 \zeta(3)^{1/3} (15N^{1/6}a)^{2/5}$ jest parametrem określającym siłę oddziaływania pomiędzy atomami frakcji skondensowanej.

Bardziej zaawansowane opisy chmury częściowo zdegenerowanej oparte są na metodzie samosprężonej Hartree-Focka. Uwzględniają one oddziaływania pomiędzy atomami w każdej z frakcji z osobna, jak i oddziaływania pomiędzy obydwoima frakcjami [34, 36, 37]. Szersze omówienie tej tematyki można znaleźć w pracy [38].

Rozdział 2

Swobodny spadek kondensatu

Bosego-Einsteina

W wielu przypadkach eksperymenty z kondensatem BE oparte są na badaniu jego własności w pewnym czasie po wyłączeniu potencjału utrzymującego kondensat BE (wyjątek stanowią eksperymenty niedestrukcyjne, w których pomiary odbywają się *in situ*¹). Informacje uzyskane z analizy własności swobodnie ekspandującego kondensatu BE są podstawowymi danymi eksperymentalnymi. Aby za ich pomocą możliwe było badanie kondensatu BE przed wypuszczeniem z pułapki, konieczna jest pełna wiedza o ewolucji kondensatu od momentu wypuszczenia BEC z pułapki do chwili przeprowadzenia pomiaru.

2.1 Ekspansja kondensatu idealnego

Jeśli przyjmiemy upraszczające założenie, że BEC jest układem atomów wzajemnie nieoddziałujących, wówczas ewolucja BEC jest zagadnieniem, które można rozwiązać

¹Pierwszy tego typu eksperyment z kondensatem BE przeprowadziła grupa z MIT [39].

analitycznie. Przyjmując, że w chwili otwarcia pułapki ($t = 0$) funkcja falowa BEC ma postać (1.17), otrzymujemy następującą postać funkcji falowej po czasie t :

$$\phi_0(\vec{r}, t) = \left(\frac{m\omega_{ho}}{\pi\hbar} \right)^{\frac{3}{4}} \prod_{k=x,y,z} \exp \left[-\frac{m\omega_k}{2\hbar} \frac{1 - i\omega_k t}{1 + \omega_k^2 t^2} r_k^2 \right] \frac{1}{(1 + i\omega_k t)^{1/2}}, \quad (2.1)$$

natomiast ewolucja gęstości BEC, zgodnie z (1.23), ma postać

$$n_0(\vec{r}, t) = N \left(\frac{m\omega_{ho}}{\pi\hbar} \right)^{\frac{3}{2}} \prod_{k=x,y,z} \exp \left[-\frac{m\omega_k}{\hbar(1 + \omega_k^2 t^2)} r_k^2 \right] \frac{1}{(1 + \omega_k t)^{1/2}}. \quad (2.2)$$

Prędkość ekspansji BEC w kierunku k jest zależna od częstości własnej pułapki w tym kierunku, i wynosi

$$v_k(\vec{r}, t) = \frac{\omega_k^2 t}{1 + \omega_k^2 t^2} r_k. \quad (2.3)$$

Dla czasów $t \gg 1/\omega_k$ wzór (2.3) przechodzi w zależność klasyczną $\vec{v} = \vec{r}/t$. Ze względu na brak oddziaływań pomiędzy atomami, rozkład pędu pozostaje stały i dany jest równaniem (1.28).

W celu porównania ekspansji BEC z ekspansją chmury nieskondensowanej, wypuszczonej z tej samej pułapki, można porównać profil gęstości chmury termicznej po czasie t swobodnego spadku z odpowiednim profilem gęstości BEC (2.2). W przypadku, gdy brak oddziaływań między atomami, ewolucja przebiega wg prawa

$$n_{th}(\vec{r}, t) = n_{th} \left(\vec{r} - \frac{\vec{p}}{m} t \right). \quad (2.4)$$

Gęstość chmury termicznej po czasie ekspansji t wynosi zatem

$$n_{th}(\vec{r}, t) = \int n_{\vec{p}}(\vec{r}, \vec{p}, t) d\vec{p} = \frac{1}{\lambda_{th}^3} g_{3/2}(\tilde{z}(\vec{r}, t)) \prod_{k=x,y,z} \frac{1}{(1 + \omega_k^2 t^2)^{1/2}}. \quad (2.5)$$

$\lambda_{th} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$ jest długością fali de Broglie, $g_{3/2}(\tilde{z})$ jest funkcją Bosego

$$g_{3/2}(z) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{z^i}{i^{3/2}}, \quad (2.6)$$

a $\tilde{z}(\vec{r}, t) = \exp[-\tilde{V}(\vec{r}, t)/k_B T]$. $\tilde{V}(\vec{r}, t)$ jest efektywnym potencjałem określającym kształt chmury termicznej, zależnym od parametrów pułapki

$$\tilde{V}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2}m \sum_{k=x,y,z} \frac{\omega_k^2}{1 + \omega_k^2 t^2} r_k^2. \quad (2.7)$$

W przypadku długich czasów ekspansji $t \gg 1/\omega_k$, kształt nieoddziałującej chmury termicznej staje się sferyczny ze względu na izotropowy charakter rozkładu pędów, szybkość ekspansji natomiast zależy wyłącznie od temperatury. Można to zauważyć, obliczając średnią kwadratów pędów w kierunku k z rozkładu pędów chmury termicznej [25]

$$\langle p_k^2 \rangle_{th} = \frac{\zeta(4)}{\zeta(3)} m k_B T. \quad (2.8)$$

Ta sama wielkość obliczona dla części zdegenerowanej wynosi

$$\langle p_k^2 \rangle_0 = \frac{1}{2} \hbar m \omega_k. \quad (2.9)$$

Zatem ekspansja kondensatu BE zależy jedynie od parametrów potencjału pułapkującego i jest szybsza w tych kierunkach, w których potencjał wywiera na BEC większą siłę (pułapka jest ciaśniejsza). W przypadku, gdy można zaniedbać oddziaływania międzyatomowe, (np. w przypadku małych kondensatów BE), anizotropową ekspansję można tłumaczyć posiłkując się zasadą nieoznaczoności Heisenberga. Jeśli za nieoznaczoności położenia i pędu kondensatu BE przyjmiemy średnie kwadratowe tych wielkości

$$\Delta r_k \equiv \sqrt{\langle r_k^2 \rangle}; \quad \Delta p_k \equiv \sqrt{\langle p_k^2 \rangle} \quad (2.10)$$

to okazuje się, że nierówność Heisenberga przechodzi w równanie

$$\Delta r_k \Delta p_k = \frac{1}{2} \hbar. \quad (2.11)$$

Dzieje się tak ze względu na fakt, że funkcja falowa opisująca kondensat BE jest gaussowska. Zatem w kierunku, w którym kondensat BE jest bardziej ściśnięty (nieoznaczoność położenia jest mniejsza) ekspansja jest szybsza (nieoznaczoność pędu musi być większa).

Potwierdza to w pełni kwantowy charakter kondensatu BE. Należy podkreślić fakt, że jest to rzadki przypadek, kiedy możemy bezpośrednio obserwować kwantowy charakter obiektu makroskopowego ($\Delta r_k \sim 1 \text{ mm}$).

2.2 Ekspansja kondensatu oddziałującego

Rozpatrując dynamikę rzeczywistego kondensatu BE wypuszczonego z pułapki magnetycznej, należy włączyć do jej opisu oddziaływania występujące pomiędzy atomami. W większości eksperymentów wykonanych w ramach niniejszej pracy, liczba atomów w kondensacie BE była na tyle duża, że do opisu jego ekspansji z powodzeniem stosuje się przybliżenie Thomasa-Fermiego opisane w rozdziale 1.4.1.

Jak wynika z prac [40–42] traktujących o swobodnej ekspansji kondensatu BE w reżimie TF, rozmiary BEC skalują się z czasem wg prawa

$$R_i(t) = R_i(0) \lambda_i(t), \quad (2.12)$$

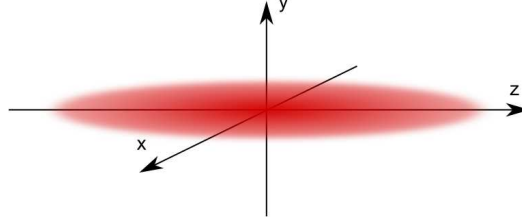
gdzie $R_i(0)$ jest promieniem TF w kierunku $i = x, y, z$ w chwili wypuszczenia BEC z pułapki $t = 0$ (por. równanie 1.47), a λ_i czynnikiem skalującym zależnym od czasu. Y. Castin i R. Dum zaproponowali metodę obliczenia czynnika λ_i [40]. Metoda sprowadza się do rozwiązania układu trzech sprzężonych równań różniczkowych

$$\frac{d^2 \lambda_i}{dt^2} = \frac{\omega_i^2}{\lambda_i \lambda_x \lambda_y \lambda_z} - \omega_i^2 \lambda_i, \quad (2.13)$$

dla $i = x, y, z$. Pierwszy człon z prawej strony opisuje oddziaływania międzyatomowe, drugi natomiast odpowiada potencjałowi pułapki. W sytuacji, gdy pułapka wyłączana jest bardzo szybko (nieadiabaticznie), człon ten można zaniedbać.

W przypadku pułapki magnetycznej używanej w niniejszej pracy układ równań (2.13) można uprościć ze względu na symetrię potencjału pułapkującego. Kształt kondensatu BE w pułapce pokazuje rys. 2.1. Pułapka ma symetrię cylindryczną względem kierunku z ,

zwanego dalej osiowym. Kierunki x i y prostopadłe do z zwane są radialnymi. W sytuacji, gdy chodzi o dowolny kierunek prostopadły do z , używane będą indeksy r lub $\perp$.



Rys. 2.1: Kształt chmury w pułapce magnetycznej używanej w ramach niniejszej pracy wraz z oznaczeniami kierunków. Kierunki x i z położone są w płaszczyźnie poziomej. W kierunku x propaguje wiązka obrazująca używana do detekcji chmury wypuszczonej z pułapki MT.

Ze względu na wspomnianą symetrię oraz po opuszczeniu członu opisującego potencjał pułapki, układ trzech równań (2.13) redukuje się do dwóch

$$\frac{d^2\lambda_{\perp}}{d\tau^2} = \frac{1}{\lambda_{\perp}^3\lambda_z}, \quad \frac{d^2\lambda_z}{d\tau^2} = \frac{\eta^2}{\lambda_{\perp}^2\lambda_z^2}, \quad (2.14)$$

gdzie $\eta^{-1} = \omega_{\perp}/\omega_z$ jest tożsame z *aspect ratio* BEC w pułapce MT (por. 1.48), a $\tau = \omega_{\perp}t$ jest bezwymiarowym czasem.

Dla $\eta \ll 1$ (przypadek silnie anizotropowej pułapki) układ (2.14) można rozwiązać analitycznie. W przypadku naszej pułapki wartość η może być zmieniana w zakresie od 0,052 do 0,087, stąd można uznać warunek $\eta \ll 1$ za spełniony. Wartość η zależy od konfiguracji cewek tworzących pole magnetyczne pułapki. Konfiguracja ta ulega niewielkim zmianom np. pod wpływem zmian temperatury cieczy chłodzącej cewki. Zmiany wartości parametru η zachodzą jednak na tyle wolno, że w czasie jednej sesji pomiarowej wartość ta pozostaje praktycznie stała.

Rozwiązanie równań (2.14) przy założeniu $\eta \ll 1$ jest następujące:

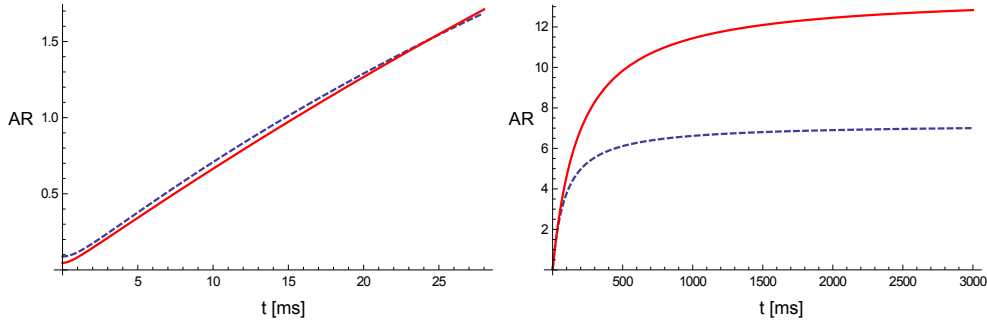
$$\lambda_{\perp}(\tau) = \sqrt{1 + \tau^2}, \quad (2.15)$$

$$\lambda_z(\tau) = 1 + \eta^2 \left(\tau \arctg \tau - \ln \sqrt{1 + \tau^2} \right). \quad (2.16)$$

Z równań (2.15) i (2.16) wynikają znaczne różnice w ekspansji w kierunkach radialnym i osiowym. W kierunku radialnym ekspansja jest znacznie szybsza, co jest skutkiem odpychającego oddziaływania międzyatomowego spotęgowanego znacznym gradientem gęstości w tym kierunku. W kierunku osiowym również występuje oddziaływanie odpychające, jednak gęstość wzdłuż osi kondensatu BE jest niemal stała (por. rys. 1.2), stąd ekspansja w tym kierunku jest znacznie wolniejsza. Z równań tych wynika również graniczna wartość stosunku rozmiarów kondensatu BE (*aspect ratio*) dla długich czasów ekspansji

$$AR_{\infty} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{R_{\perp}}{R_z} = \frac{2}{\pi\eta}. \quad (2.17)$$

Dla naszej pułapki wartość ta w zależności od wartości η zmienia się od 7,32 do 12,24. Jednak czasy ekspansji, które pozwalałyby zaobserwować asymptotyczne zachowanie AR musiałyby wynosić kilka sekund, a więc nie są osiągalne w naszym układzie eksperymentalnym, w którym maksymalny mierzalny czas ekspansji wynosi ok. 28 ms



Rys. 2.2: Zależności AR od czasu spadku swobodnego dla dwóch różnych wartości częstości pułapki: $\omega_{ho} = 2\pi \times 231$ Hz – krzywa ciągła (czerwona), $\omega_{ho} = 2\pi \times 136$ Hz – krzywa punktowana (niebieska). Po lewej wykresy sporządzone dla przedziału czasów spadku osiągalnych w naszych warunkach eksperymentalnych. Po prawej wykresy przedstawiające zachowanie asymptotyczne AR .

Na rys. 2.2 przedstawiłem wykresy zależności AR w funkcji czasu spadku dla dwóch skrajnych wartości częstości ω_{ho} osiągalnych w naszej pułapce: maksymalnej $\omega_{ho} = 2\pi \times 231$ Hz (krzywa czerwona) i minimalnej $\omega_{ho} = 2\pi \times 136$ Hz (krzywa niebieska). Jak

wynika z wykresu umieszczonego po prawej stronie wartości AR_∞ osiągane są dla czasów spadku wynoszących kilka sekund.

Powyższy opis dotyczy kondensatu BE, w którym jest odpowiednio dużo atomów (stosowalne jest przybliżenie TF). W dalszej części pracy zostaną przedstawione wyniki eksperymentalne dotyczące ekspansji kondensatu BE. Ponadto wyniki te zostaną rozszerzone o przypadek ekspansji chmury częściowo skondensowanej. Współlistnienie dwóch frakcji (skondensowanej i termicznej) podczas ekspansji modyfikuje powyższy opis, co zostanie przedstawione w dalszej części. Teoretyczny opis takiego przypadku jest bardzo trudnym zagadnieniem i często prowadzi do wyników jedynie przybliżonych. Bardziej szczegółowy opis tej tematyki można znaleźć w pracy [38].

Część II

Opis układu eksperymentalnego

Rozdział 3

System próżniowy

Kondensat gazów atomowych jest stanem materii bardzo podatnym na zaburzenia przez zderzenia z atomami lub cząsteczkami gazów resztkowych. Do wytworzenia kondensatu BE niezbędne jest więc wyeliminowanie takich zderzeń, czyli uzyskanie bardzo wysokiej próżni o ciśnieniu rzędu 10^{-10} mbar. Ponadto, zgodnie z warunkami kondensacji BE przedstawionymi w rozdz. 1.2, konieczne jest zgromadzenie odpowiednio dużej liczby atomów w dostatecznie niskiej temperaturze. Warunki te są trudne do spełnienia jednocześnie, gdyż zwykle zwiększaniu liczby atomów towarzyszy pogarszanie warunków próżniowych. Rozwiązaniem tego problemu, zastosowanym w naszym eksperymencie, jest system dwóch komór próżniowych, połączonych rurą wykonaną ze stali nierdzewnej (rys. 3.1). W komorach tych utrzymywane jest odpowiednio niskie ciśnienie, dzięki zastosowaniu systemu pomp próżniowych.

Wymagania co do jakości próżni dla obydwu komór nie są jednakowe, toteż optymalnym rozwiązaniem jest niezależne odpompowywanie komór i utrzymywanie stałej różnicy ciśnień pomiędzy nimi. Komory odpompowywane są pompami o różnym stopniu wydajności. Ponadto wewnątrz rury łączącej obydwie komory, umieszczona została rurka grafitowa o długości 120 mm i średnicy wewnętrznej 4,5 mm (rys. 3.1). Ze względu na silne wła-

sności adsorpcyjne grafitu, obecność rurki poprawiła jakość próżni w dolnej komorze i pozwoliła na utrzymanie stabilnej różnicy ciśnień pomiędzy górną i dolną komorą, sięgającej trzech rzędów wielkości. Wpłynęło to na wydłużenie czasu życia chmury atomowej, która utrzymywana jest w czasie eksperymentu za pomocą pułapki magnetycznej MT w dolnej komorze próżniowej.

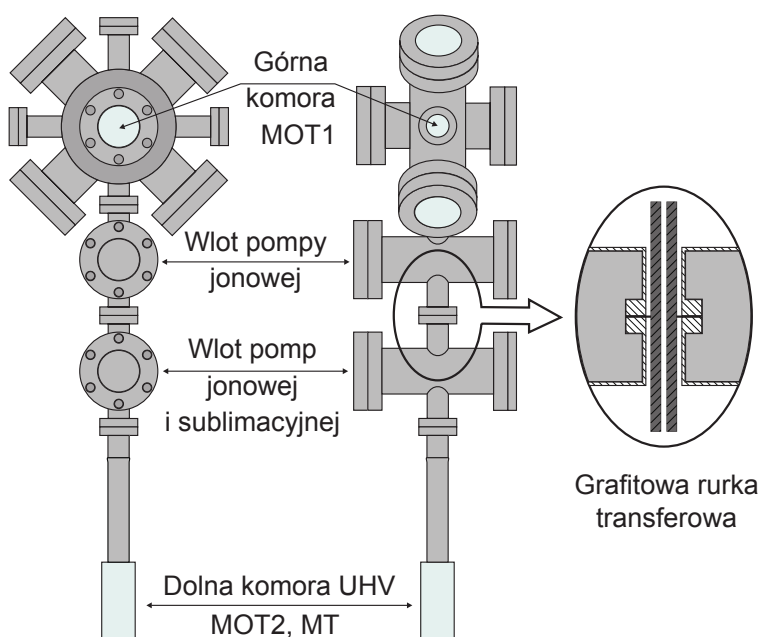
Zbyt niska próżnia w dolnej komorze była jednym z dwóch głównych czynników znacznie redukujących czas życia chmury. Powodowała ona utratę atomów z pułapki w wyniku zderzeń pomiędzy atomami pochodzącymi z otoczenia a atomami spuławkowanymi. Drugim czynnikiem było niedostateczne wygaszenie rezonansowego światła laserowego (por. rys. 4.3 na stronie 58). Fotony rezonansowe są pochłaniane przez atomy, a następnie w wyniku emisji spontanicznej powodują odrzut atomu, w wyniku którego może on opuścić pułapkę. Po zlikwidowaniu tych niekorzystnych czynników, średni czas życia chmury atomowej w pułapce MT wzrósł do ok. 90 s (maksymalna zmierzona wartość wyniosła 120 s), co było czasem wystarczającym do eksperymentów z kondensatem BE (wymagany czas życia chmury w pułapce magnetycznej pozwalający na odparowanie to ponad 60 s). Zanim to osiągnięto, czas życia w pułapce MT był krótszy niż 20 s, co uniemożliwiało osiągnięcie kondensacji.

Cały układ próżniowy wygrzewany był w temperaturze 230°C przez okres ok. czterech tygodni. W początkowych etapach odpompowania systemu próżniowego wykorzystywany był automatyczny układ sterowania i monitorowania systemu ultra wysokiej próżni (UHV) [43], oznaczony jako D1 na rys. 3.2 na stronie 50. W skład układu wchodziły dwie pompy próżniowe (wstępna i właściwa). Pompę wstępną stanowi pompa rotacyjna o wydajności pompowania 210 l/min. Umożliwia ona osiągnięcie ciśnienia rzędu 10^{-2} mbar. Pompa właściwa to turbomolekularna pompa o wydajności pompowania 1000 l/s, umożliwiającą osiągnięcie ciśnienia rzędu 10^{-10} mbar.

Dodatkowo układ wyposażony jest w spektrometr masowy Pfeiffer Vacuum Prisma

QMA 200, umożliwiający kontrolę jakości próżni poprzez wykrywanie obecności obcych gazów. Spektrometr ten nie jest niezbędny, ale był bardzo pomocny we wczesnych fazach eksperymentu. Podobnie pompy wstępna i turbomolekularna są wykorzystywane jedynie na początku tworzenia próżni, a następnie są wyłączone, a próżnię utrzymują wyłącznie pracujące ciągle pompy jonowe.

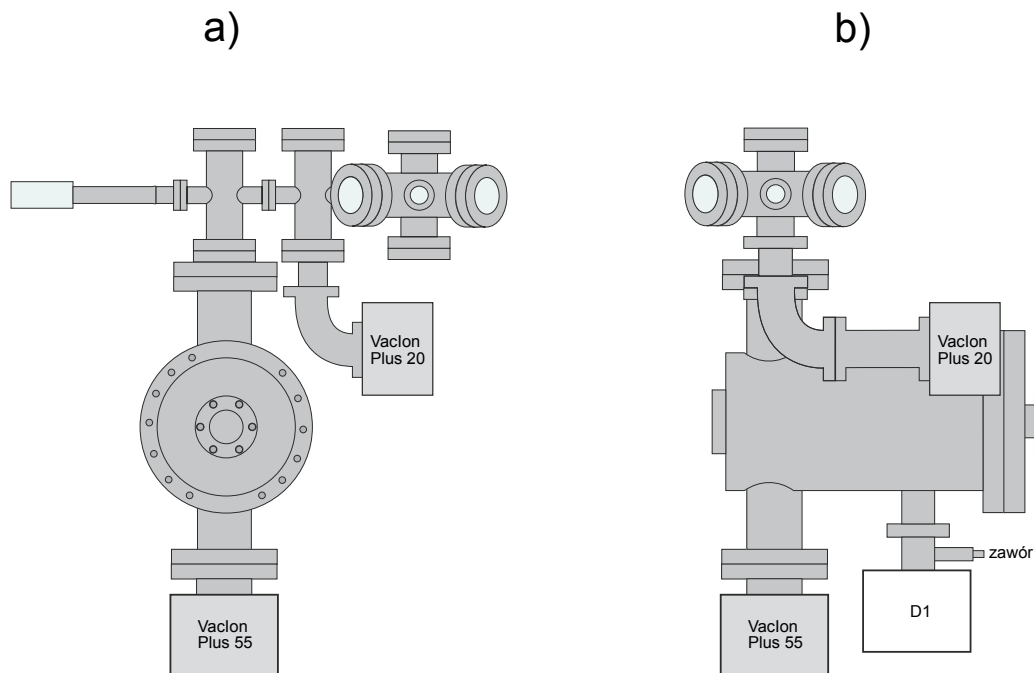
Układ sterowany jest za pomocą kontrolerów Multi Gauge oraz TV 1000 zapewniających kontrolę parametrów pracy pomp. W układzie zastosowano sondy próżniowe, za pomocą których możliwa jest kontrola ciśnienia: trzy sondy termoparowe (odczyt niskiej próżni do 10^{-3} mbar) oraz jonowa sonda Bayarda-Alperta UHV-24. Schemat układu ko-



Rys. 3.1: Schemat komór próżniowych. Układ dwóch komór z zaznaczonymi wlotami pomp próżniowych. Po lewej widok w kierunku osi stołu optycznego, po prawej widok w kierunku poprzecznym. Dodatkowo w powiększeniu rurka grafitowa znajdująca się pomiędzy komorami.

mór próżniowych przedstawia rys. 3.1. Na rysunku zaznaczone zostały obydwie komory próżniowe oraz miejsca, w których do układu dołączone są pompy próżniowe. Komory ułożone są względem siebie współliniowo, co znacznie ułatwia transfer atomów pomiędzy

nimi. Schemat pełnego systemu próżniowego przedstawiony został na rysunku 3.2. Zaznaczono na nim zarówno układ komór, jak i system połączeń pomp próżniowych.



Rys. 3.2: Schemat systemu próżniowego. Komory próżniowe wraz z układem dołączonych pomp. D1 - układ służący do monitorowania UHV. a) Widok z boku. b) Widok z góry.

3.1 Komora górna

Górna komora wykorzystywana jest do utworzenia pułapki magnetooptrycznej MOT1 (patrz. rozdział 4), w której pułapkowana i wstępnie chłodzona jest chmura atomów rubidu ^{87}Rb . Zbudowana jest ona ze stali nierdzewnej i posiada osiem okienek wykonanych z pyreksu. Sześć z nich wykorzystywanych jest do wprowadzenia wiązek laserowych pułapkująco-chłodzących i repompujących. Pozostałe wykorzystuje się do wprowadzenia wiązki przepychającej atomy do dolnej komory (okienko górne) oraz do fluorescencyjnego obrazowania (okienko boczne). Wszystkie okienka pokryte są warstwą antyrefleksyjną dla długości fali 780 nm.



Rys. 3.3: Zdjęcie układu próżniowego wykonane tuż po złożeniu. W sekcji górnej znajduje się komora górnej pułapki MOT1. W dolnej części widoczna komórka kwarcowa, w której wytwarzana jest dolna pułapka MOT2, pułapka magnetyczna MT oraz kondensat BE.

Górna komora połączona jest z pompą VacIon Plus 20. Jest to pompa jonowa firmy Varian o wydajności pompowania 25 l/s zapewniająca próżnię na poziomie prężności par rubidu w temperaturze pokojowej, rzędu 10^{-8} mbar.

Źródło atomów rubidu stanowią cztery dyspensery firmy SAES Getters [44], umieszczone wewnątrz górnej komory. Dyspensery połączone są w dwie pary, z których na bieżąco wykorzystywana jest jedna, a druga stanowi źródło zapasowe. Dyspensery te są źródłem naturalnej mieszaniny izotopowej rubidu, obejmującej dwa izotopy trwałe: ^{85}Rb i ^{87}Rb o abundancjach odpowiednio 72,2% i 27,8%. Praca jedynie z izotopem ^{87}Rb możliwa jest dzięki dostrojeniu częstości lasera pułapkująco-chłodzącego do przejścia $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ (linia D₂, $\lambda = 780,02$ nm) tegoż izotopu. Emisja atomów z dyspensera odbywa się w sposób ciągły na skutek przepływu przez emiter prądu elektrycznego [45]. Typowa wartość optymalnego natężenia prądu płynącego przez dyspenser zmienia się w zależności od zu-

życia źródła od 2 A do 3,3 A. Każdorazowo przy włączaniu dyspensera natężenie prądu zwiększane jest do 5,2 A na okres kilku sekund w celu rozbicia skorupy tlenków na powierzchni dyspensera. Przeciwdziała się w ten sposób obecności zanieczyszczeń w strumieniu emitowanych atomów rubidu. Czas ładowania pułapki MOT1 wynosi kilka sekund.

3.2 Komora dolna

W dolnej komorze tworzona jest pułapka MOT2, która gromadzi atomy przemieszczane z komory górnej oraz pułapka magnetyczna MT, w której odbywają się dalsze etapy chłodzenia oraz powstaje kondensat Bosego-Einsteina. Komora ta wykonana jest z kwarcu i ma kształt prostopadłościanu o wymiarach zewnętrznych $30 \times 30 \times 70$ mm i grubości ścianek 5 mm. Komórka nie jest pokryta antyrefleksyjnie. W celu zapewnienia odpowiednio wysokiej próżni jest ona odpompowywana pompą jonową VacIon Plus 55 firmy Varian o wydajności pompowania 55 l/s. Obie pompy jonowe są umieszczone w bezpiecznej odległości od komór próżniowych po to, aby zminimalizować niekorzystny wpływ pola magnetycznego pomp na atomy znajdujące się w pułapkach MOT1 i MOT2 oraz na atomy przechodzące przez rurkę transferową pomiędzy obiema pułapkami. Dodatkowo do dolnej części układu dołączona jest pompa sublimacyjna, wewnątrz której okresowo napyłana jest świeża warstwa tytanu umożliwiającą efektywną pracę pompy.

Rozdział 4

Pułapki magnetoptyczne

W celu uzyskania kondensatu BE, konieczna jest faza wstępnego chłodzenia oraz zwiększania gęstości chmury atomowej. Dokonuje się tego w pułapkach atomowych. Po-
wszechnie używaną tego typu pułapką jest pułapka magnetoptyczna (*Magneto-Optical Trap*) MOT.

Przyczyniła się ona do znacznego rozwoju fizyki zimnych atomów i stanowiła krok milowy na drodze do otrzymania kondensatu BE. Dzięki odpowiedniej konfiguracji pól magnetycznych oraz wykorzystaniu ciśnienia światła laserowego, pułapka ta może zgromadzić od 10^6 do 10^8 atomów o temperaturze rzędu $10\ \mu\text{K}$. Zasada działania pułapki MOT została zaproponowana w 1986 r. [46], a pierwszą pułapkę tego typu zademonstrowano w 1987 r. [47].

Idee związane z chłodzeniem atomów za pomocą światła są znacznie wcześniejsze. Za prekursorów metody chłodzenia przy pomocy światła laserowego należy niewątpliwie uznać T. Hänscha i A. Schawlowa [48], a także V. Letokhova i V. Minogina [49].

W układzie opisywanym w niniejszej pracy, wykorzystano układ złożony z dwóch pułapek magnetoptycznych (rys. 3.1 i 3.3). Podobny układ został po raz pierwszy użyty w 1995 r. w JILA w eksperymencie, w którym uzyskano pierwszy kondensat BE [1].

4.1 Górna pułapka MOT1

Pułapkę magnetoptyczną MOT1 w górnej komorze próżniowej tworzy układ trzech wzajemnie prostopadłych par przeciwbieżnych wiązek laserowych oraz pole magnetyczne o symetrii kwadrupolowej. Do komory doprowadzane są trzy wiązki laserowe spolaryzowane kołowo, odstrojone od przejścia $5^2S_{1/2} |F = 2\rangle \rightarrow 5^2P_{3/2} |F = 3\rangle$ atomów ^{87}Rb o 12 MHz (dwie szerokości naturalne) ku czerwieni. Po przejściu przez komorę wiązki te ulegają retrorefleksji i podwójnemu przejściu przez ćwierćfalówkę, co zapewnia odpowiednią polaryzację kołową wiązek przeciwbieżnych. Średnica wiązek chłodzących wynosi 17 mm, a moc ok. 20 mW na każdą z trzech par wiązek. Ze względu na oszczędność mocy wiązki nie są filtrowane przestrzennie przez światłowody. Ponadto ze względu na retrorefleksję oraz częściową absorpcję wiązek przy przejściu przez chmurę, moce wiązek w przeciwbieżnych wiązках nie są dokładnie równe. Powyższe niekorzystne czynniki nie wpływają jednak znacząco na wielkość i stabilność górnej pułapki MOT.

Pole kwadrupolowe uzyskuje się poprzez zastosowanie dwóch cewek działających w układzie anty-helmholtzowskim. Cewki utworzone są z emaliowanego miedzianego drutu nawojowego o średnicy 1,5 mm. Znajdują się one w odległości 5,5 cm od siebie, a natężenie płynącego przez nie prądu wynosi 3,2 A. Taka konfiguracja pozwala na otrzymanie wystarczająco dużego gradientu pola w środku pułapki MOT sięgającego 12 G/cm oraz nie wymaga dodatkowego chłodzenia cewek.

Dodatkowo do pułapki MOT1 doprowadzana jest wiązka z lasera repompującego, która łączy się z wiązkami chłodzącymi na kostce światłodzieliącej (PBS18 na rys. 7.7 na str. 88). Użycie tej wiązki jest konieczne w celu przeciwdziałania niekorzystnemu z punktu widzenia chłodzenia zjawisku przepompowania atomów ^{87}Rb do stanu $5^2S_{1/2} |F = 1\rangle$, który nie bierze udziału w procesie chłodzenia. Obecność fotonów repompujących pozwala zrealizować przejście $5^2S_{1/2} |F = 1\rangle \rightarrow 5^2P_{3/2} |F = 2\rangle$, skąd atomy powracają do sta-

nu $5^2S_{1/2} |F = 2\rangle$, co umożliwia ich dalsze chłodzenie. Wiązka repompująca dla górnej pułapki MOT ma średnicę 17 mm i moc 108 mW.

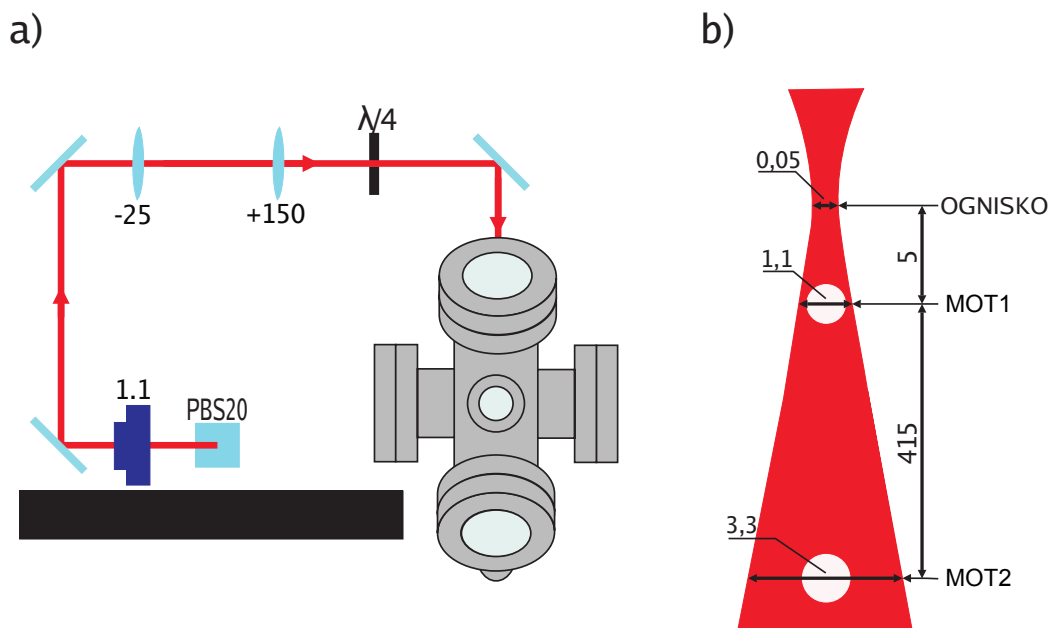
Taka konfiguracja górnej pułapki MOT1 pozwala w typowych warunkach eksperymentalnych zgromadzić ok. 10^8 atomów w ciągu 5 s. Temperatura spułapkowanej chmury atomów ^{87}Rb wynosi ok. $500 \mu\text{K}$, a jej gęstość jest rzędu 10^{11} cm^{-3} . Obraz górnej pułapki MOT1 uzyskuje się poprzez rejestrację światła fluorescencji rezonansowej na kamerze CCD, a liczba atomów jest monitorowana przez pomiar natężenia fluorescencji za pomocą wykalibrowanej fotodiody.

4.2 Transfer atomów

W czasie gromadzenia atomów w pułapce MOT1 rozpoczyna się proces przeładowania atomów do drugiej pułapki MOT2, znajdującej się w komorze dolnej. Transfer ten odbywa się poprzez naświetlanie chmury atomów w górnej pułapce MOT1 spolaryzowaną kołowo wiązką laserową o mocy ok. 4 mW (zwaną dalej wiązką transferową), której częstość jest odstrojona o 12 MHz od rezonansu ku czerwieni (jest to fragment wiązki pułapkującej).

W celu uniknięcia zaburzania atomów w dolnej pułapce MOT2, wiązka transferowa jest odpowiednio formowana przez układ dwóch soczewek o ogniskowych -25 mm i +150 mm. Kształt wiązki transferowej oraz układ optyczny doprowadzający ją do komór próżniowych zostały przedstawione na rys. 4.1. Zagadnienia związane z transferem atomów pomiędzy pułapkami magneto optycznymi zostały szerzej omówione w pracy [50].

Ognisko wiązki transferowej o rozmiarze $50 \mu\text{m}$ znajduje się 5 mm powyżej górnej pułapki MOT1, natomiast na wysokości samej pułapki średnica wiązki wynosi 1,1 mm. Przy takiej konfiguracji ciśnienie światła wywierane na atomy przez wiązkę transferową jest wystarczająco duże by uwolnić je z pułapki. Atomy następnie przemieszczają się po-



Rys. 4.1: a) Schemat układu laserowego: wiązka transferowa. Widok z boku. Moce wiązek wyrażone są w mW. b) Średnice wiązki transferowej w różnych jej miejscach poniżej ogniska. Białe kółka oznaczają chmury atomów w pułapkach MOT. Wszystkie wymiary zostały podane w mm. PBS20 oznacza kostkę polaryzującą światłodziącą.

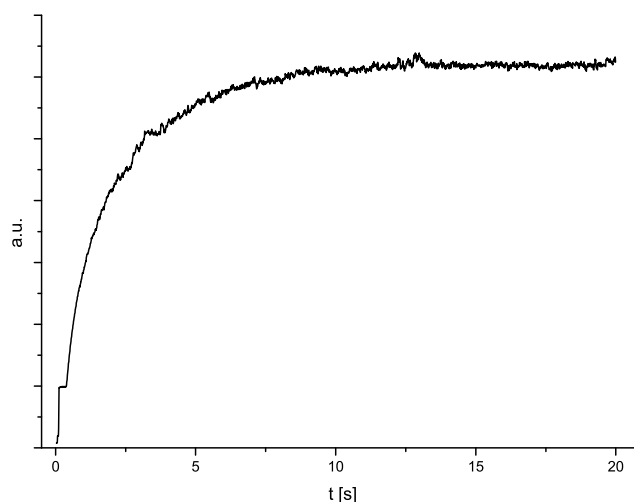
przez rurkę transferową do dolnej pułapki MOT2, gdzie są wychwytywane. Wiązka repompująca nie jest mieszana z wiązką transferową, toteż poza pułapką MOT1 atomy szybko przechodzą spontanicznie do stanu $5^2S_{1/2} |F = 1\rangle$ i opadają grawitacyjnie. Prędkość opadania jest znaczna dzięki przyspieszeniu przez wiązkę transferową jeszcze przed spontaniczną zmianą stanu. Na wysokości dolnej pułapki wiązka transferowa ma średnicę 3,3 mm (rys. 4.1b), a jej natężenie jest ok. 6 tys. razy mniejsze niż w ognisku, stąd efekt ciśnienia światła wywieranego na atomy jest zaniedbywalny i nie przeszkadza w wyhamowaniu atomów przez dolną pułapkę MOT2. Ponadto atomy są przepompowane i nie odczuwają działania tej wiązki.

Ładowanie dolnej pułapki MOT2 trwa 20 s i odbywa się w sposób ciągły, równoległe z pracą górnej pułapki MOT1. Doświadczalnie stwierdzono, że optymalny transfer osiąga się w sytuacji, gdy wiązka transferowa nie przechodzi przez środek górnej pułapki MOT1

lecz blisko jej brzegu. Może to być wynikiem dużej gęstości optycznej w centrum chmury.

4.3 Dolna pułapka MOT2

W odróżnieniu od górnej pułapki MOT1, do utworzenia dolnej używa się sześciu niezależnych wiązek laserowych filtrowanych przestrzennie (rys. 7.6 na stronie 87). Pozwala to na odpowiednie zbalansowanie mocy wiązek w dolnej pułapce MOT2, a tym samym na utrzymanie wysokiej stabilności chmury w pułapce. Jest to bardzo istotne z punktu widzenia dalszych etapów chłodzenia. Wiązki te, podobnie jak w górnej pułapce MOT1, mają odpowiednią polaryzację kołową i są odstrojone od rezonansu ku czerwieni o dwie szerokości naturalne, czyli ok. 12 MHz. Moc każdej z wiązek wynosi ok. 20 mW, a średnica 10 mm. Wiązka repompująca jest mieszana z główną wiązką chłodzącą przed jej podziałem na sześć wiązek końcowych. Kwadrupolowe pole magnetyczne w dolnej pułapce MOT2

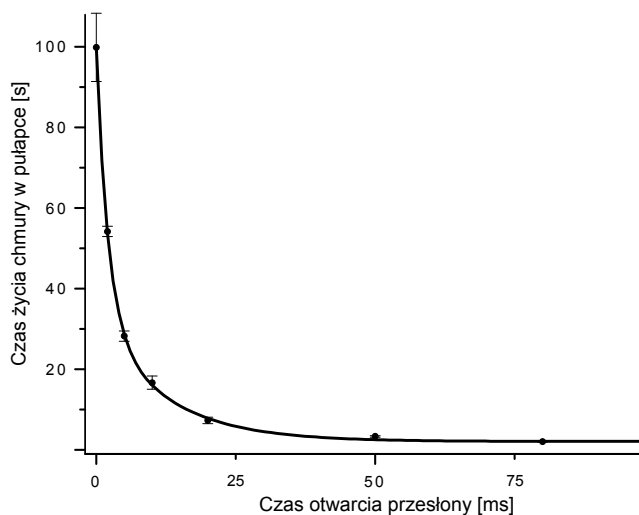


Rys. 4.2: Typowa krzywa ładowania dolnej pułapki MOT2. Zależność natężenia sygnału fluorescencji chmury atomów w dolnej pułapce MOT2 od czasu. Czas potrzebny na wychwyt atomów wynosi co najmniej 10 s.

wytwarzane jest przez dwie cewki działające w układzie anty-helmholtzowskim. Cewki utworzone są z drutu miedzianego o grubości 1 mm i leżą w odległości 15 cm. Średnica

zewnętrzna zwojów jest równa 20 cm, co przy natężeniu prądu 1,8 A w każdej z nich pozwala otrzymać osiowy gradient pola magnetycznego o wartości 10 G/cm. Cewki te nie wymagają osobnego chłodzenia. Wystarczający odbiór ciepła zapewnia chłodzenie cewek offsetowych umieszczonych na sąsiednim karkasie.

W czasie 20 s ładowania dolnej pułapki MOT2 gromadzone jest 10^9 atomów o temperaturze ok. 500 μK i gęstości 10^{11} cm^{-3} . Wielkość chmury oraz liczba atomów zostały wyznaczone na podstawie analizy zdjęć fluorescencyjnych zarejestrowanych na kamerze CCD. Temperaturę wyznaczono korzystając z metody czasu przelotu [51]. Proces ładowania obserwuje się na oscyloskopie jako sygnał z fotodiody rejestrującej światło fluorescencji rezonansowej. Rys. 4.2 przedstawia przykład krzywej ładowania dolnej pułapki MOT2.



Rys. 4.3: Zależność czasu życia chmury atomów w pułapce MT od czasu otwarcia głównej przesłony (przesłona 2.4 na rys. 7.6). Dopasowano krzywą o równaniu $y = 66.2 \exp(-t/2.07) + 31.6 \exp(-t/11.7) + 2$.

Podobnie jak w przypadku górnej pułapki MOT1, obraz chmury w dolnej pułapce uzyskuje się poprzez rejestrację światła fluorescencji rezonansowej na kamerze CCD.

Po zgromadzeniu atomów w dolnej pułapce MOT2 wszystkie wiązki laserowe zostają wyłączone poprzez zamknięcie przesłony. Obecność fotonów rezonansowych w kolejnych „ciemnych” etapach chłodzenia bardzo niekorzystnie wpływa na przebieg ekspe-

rymentu, znacznie obniżając czas życia atomów w pułapce MT. Rys. 4.3 pokazuje, jak otwarcie tej przesłony na czasy rzędu od kilku do kilkudziesięciu ms skraca czas życia atomów w pułapce MT. Wynika stąd konieczność użycia mechanicznej przesłony tuż za głównym laserem, która eliminuje możliwość ewentualnych odbłasków.

4.4 Kompensacja zewnętrznego pola magnetycznego

Przed niekorzystnym wpływem zewnętrznych pól magnetycznych (ziemskie pole magnetyczne, pole magnesów pomp jonowych, itp.) pułapki górna i dolna są chronione poprzez cewki kompensacyjne. W przypadku komory górnej są to trzy cewki kołowe. Dwie z nich tworzą współosiową parę kompensującą składową zewnętrznego pola magnetycznego w kierunku osi stołu optycznego. Trzecia pojedyncza cewka kompensuje składową pola w kierunku prostopadłym (w poprzek stołu optycznego).

Kompensację zewnętrznych pól magnetycznych w obszarze pułapki dolnej zapewnia układ sześciu cewek: czterech kwadratowych o boku 20 cm oraz dwóch cewek kołowych o średnicy 20 cm. Cewki kwadratowe zapewniają kompensację pola w kierunku pionowym oraz w kierunku poprzecznym względem stołu optycznego. Para cewek kołowych zapewnia kompensację w kierunku osi stołu optycznego.

Rozdział 5

Pułapka magnetyczna

5.1 Pułapkowanie magnetyczne

Zasada działania pułapki magnetycznej MT (*Magnetic Trap*) oparta jest na oddziaływaniu pomiędzy polem magnetycznym a atomami posiadającymi niezerowy moment magnetyczny $\vec{\mu}$. Energia związana z tym oddziaływaniem wyraża się wzorem:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad (5.1)$$

W kwantowo-mechanicznym opisie poziomy energetyczne atomu w polu magnetycznym zależą od liczby kwantowej m_F będącej rzutem momentu pędu atomu $\vec{F}$ na wyróżnioną oś kwantyzacji (w jednostkach $\hbar$):

$$E(m_F) = g\mu_B m_F B, \quad (5.2)$$

gdzie g jest czynnikiem Landégo, μ_B - magnetonem Bohra, a B - wartością zewnętrznego pola magnetycznego. Warunkiem koniecznym na związanie atomu w pułapce magnetycznej jest istnienie lokalnego minimum energii $E(m_F)$. Sytuacja taka może wystąpić jedynie w przypadku, gdy w konfiguracji pola magnetycznego pułapki występuje minimum lo-

kalne, a jednocześnie $gm_F > 0$ (tzw. *low-field seeker states*). Alternatywna realizacja, w której pole przyjmuje wartość maksymalną, a $gm_F < 0$ (tzw. *high-field seeker states*) jest niemożliwa do zrealizowania. Wynika to z faktu, że nie istnieje konfiguracja pola magnetycznego z lokalnym maksimum, co wynika z praw Maxwella [52].

Dla izotopu ^{87}Rb jedynymi składowymi stanu podstawowego $5^2S_{1/2}$ spełniającymi powyższe kryterium są stany: $|F = 2, m_F = 2\rangle$, $|F = 2, m_F = 1\rangle$, $|F = 1, m_F = -1\rangle$. Stan $|F = 2, m_F = 0\rangle$ jest również pułapkowany dzięki kwadratowemu efektowi Zeemana, jednak jest to bardzo słaby efekt.

Jeśli zmiana kierunku pola magnetycznego pułapki następuje szybko w stosunku do częstości precesji Larmora momentu magnetycznego atomu $\vec{\mu}$, wówczas możliwe stają się przejścia do stanów niepułapkowalnych, co powoduje straty atomów w pułapce. Zatem warunkiem, jaki musi być spełniony w celu efektywnego działania pułapki, jest adiabatyczna zmiana kierunku pola pułapki względem częstości Larmora ω_L :

$$\frac{d\theta}{dt} < \frac{\mu|B|}{\hbar} = \omega_L, \quad (5.3)$$

gdzie $d\theta$ jest kątem o jaki zmienia się kierunek wektora $\vec{B}$. Jeśli powyższy warunek jest spełniony, wówczas kierunek momentu magnetycznego atomu podąża za zmieniającym się kierunkiem pola pułapkującego i liczba kwantowa m_F pozostaje stała. Warunek adiabatyczności przestaje być spełniony w tych miejscach pola, gdzie wartość B jest bliska zeru. Wówczas istotnym czynnikiem powodującym straty stają się tzw. przejścia Majorany [53, 54] do stanów, które nie są pułapkowane. Zerowa wartość pola magnetycznego występuje np. w centrum pułapki kwadrupolowej, będącej najprostszą realizacją pułapki magnetycznej [55]. Aby temu niekorzystnemu efektowi zapobiec, stosuje się techniki modyfikujące kształt lub wartość potencjału pułapkującego. Przykładami mogą być: pułapka typu TOP (*Time Orbiting Potential*) [56] z dodatkowym rotującym polem magnetycznym oraz konfiguracja pułapki kwadrupolowej z "optycznym korkiem" (*optical plug*) [2],

w którym wykorzystano dodatkowy laser odstrojony w stronę wyższych częstotliwości. Laser ten, zogniskowany w centrum pułapki, stanowił źródło dodatniego potencjału, który siłami optycznymi wypychał atomy z obszaru centrum pułapki. Najprostszym jednak sposobem jest pole niekwadrupolowe z niezerowym minimum w centrum.

5.2 Realizacja pułapki magnetycznej

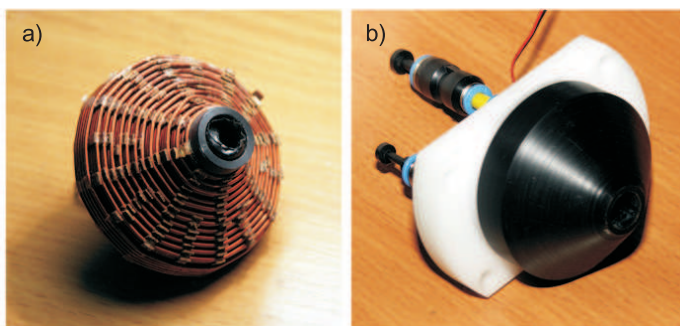
W niniejszej pracy stosowano pułapkę magnetyczną o konfiguracji pola magnetycznego typu Ioffe-Pritchard, z niezerowym minimalnym polem magnetycznym B_{min} w centrum pułapki. Po raz pierwszy ten typ pułapki został zaproponowany jako pułapka plazmowa przez M. Ioffego [57], a następnie przez D. Pritcharda do gromadzenia atomów [58, 59].

Konfiguracja ta jest powszechnie stosowana w eksperymentach, w których otrzymywany jest kondensat Bosego-Einsteina. Istnieją różne rodzaje pułapek zapewniające konfigurację pola typu Ioffe-Pritchard np. pułapka typu baseball [60], pułapka typu liść konicyny (*Cloverleaf Trap*) [61], pułapka z czterema prętami [62], pułapka typu QUIC (*Quadrupole-Ioffe-Configuration Trap*) [63]. Każda z nich ma swoje wady jak i zalety. Przy tworzeniu naszej pułapki były brane pod uwagę istotne dla eksperymentu czynniki takie jak:

- wytworzenie odpowiednio dużego gradientu pola magnetycznego w obszarze dolnej pułapki MOT2,
- konfiguracja pola magnetycznego z odpowiednio dużą minimalną wartością pola magnetycznego B_{min} w centrum,
- prąd płynący w cewkach o możliwie niskim natężeniu,
- możliwość zastosowania efektywnego chłodzenia cewek,

- możliwie duży dostęp optyczny do komory dolnej,
- konfiguracja pola magnetycznego umożliwiająca płynne przeładowanie atomów z pułapki MOT2 do pułapki magnetycznej MT.

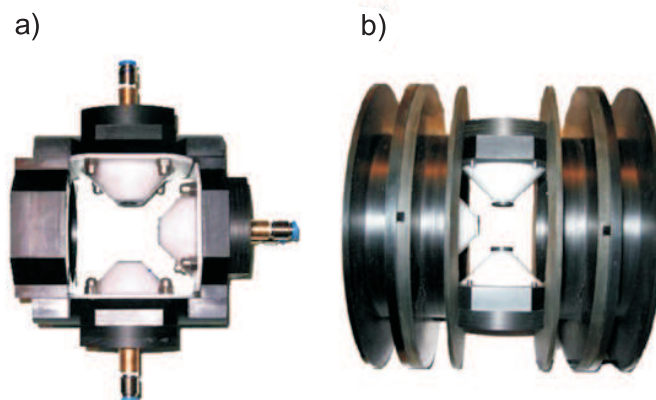
Wybrany został układ opracowany w grupie J. Dalibarda [64], który wydawał się najbardziej optymalny ze względu na powyższe wymogi. Jest to układ złożony z pięciu cewek: trzech głównych identycznych cewek stożkowych oraz dwóch dodatkowych cewek offsetowych. Konfigurację układu cewek przedstawiają rys. 5.2 i rys. 5.3. Pułapka magnetyczna została zaprojektowana przez Jerzego Zachorowskiego (IF UJ) i Włodzimierza Jastrzębskiego (IF PAN), a zbudowana w IF PAN pod kierunkiem Włodzimierza Jastrzębskiego.



Rys. 5.1: Cewka stożkowa. a) Uzwojenie cewki stożkowej nawinięte z wykorzystaniem systemu przekładek.
b) Cewka stożkowa w obudowie z wyprowadzeniami do systemu chłodzenia i podłączenia prądu

5.2.1 Cewki stożkowe

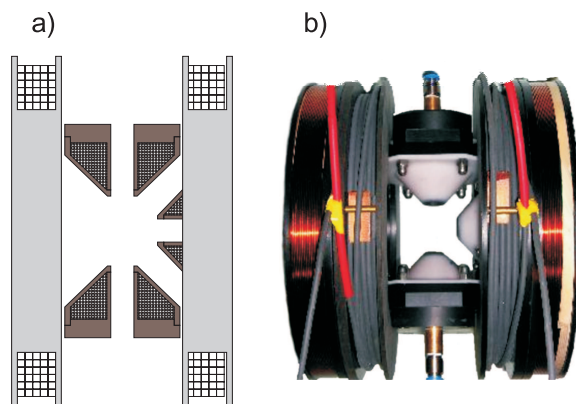
Każda z trzech cewek stożkowych składa się ze 161 uzwojeń z drutu miedzianego o średnicy 1 mm. Uzwojenie wykonano stosując przekładki pomiędzy każdym ze zwojów (por. rys. 5.1), co pozwala na opływanie każdego przewodu ze wszystkich stron przez płyn chłodzący i efektywne odprowadzanie wydzielanego ciepła. Tak wykonane uzwojenie



Rys. 5.2: Układ cewek tworzących pułapkę magnetyczną. a) Trzy cewki stożkowe w wodoszczelnych osłonach (widok z góry): dwie przeciwległe tworzą pole magnetyczne kwadrupolowe, trzecia to cewka Ioffe'go. b) Cewki stożkowe wraz z karkasami cewek offsetowych (karkasy wewnętrzne) oraz cewek kwadrupolowych dolnej pułapki MOT2 (karkasy zewnętrzne).

umieszczone jest w wodoszczelnym płaszczu o kształcie stożka. Kształt stożkowy pozwala na umieszczenie cewek bardzo blisko dolnej komórki kwarcowej, co umożliwia osiągnięcie odpowiednio dużego gradientu pola magnetycznego wewnątrz pułapki przy stosunkowo niewielkim prądzie w cewkach, wynoszącym 39 A oraz przy zachowaniu dostępu optycznego.

Do każdej z cewek stożkowych doprowadzona jest ciecz chłodząca, którą stanowi woda demineralizowana z niewielkim (poniżej 1%) dodatkiem płynu Dowcall. Jest to płyn chłodniczy antygrzybiczny i antybakteryjny na bazie glikolu etylenowego. Płyn ten stosuje się, aby zapobiec szkodliwemu zjawisku tworzenia się glonów w obiegu chłodzenia wodnego. Ich obecność mogłaby zmniejszyć przepływ wody w obiegu obniżając tym samym efektywność systemu chłodzenia. Typowy przepływ cieczy przez cewki stożkowe wynosi 4 l/min. Do każdej z cewek stożkowych przymocowany jest element monitorujący temperaturę cewki.



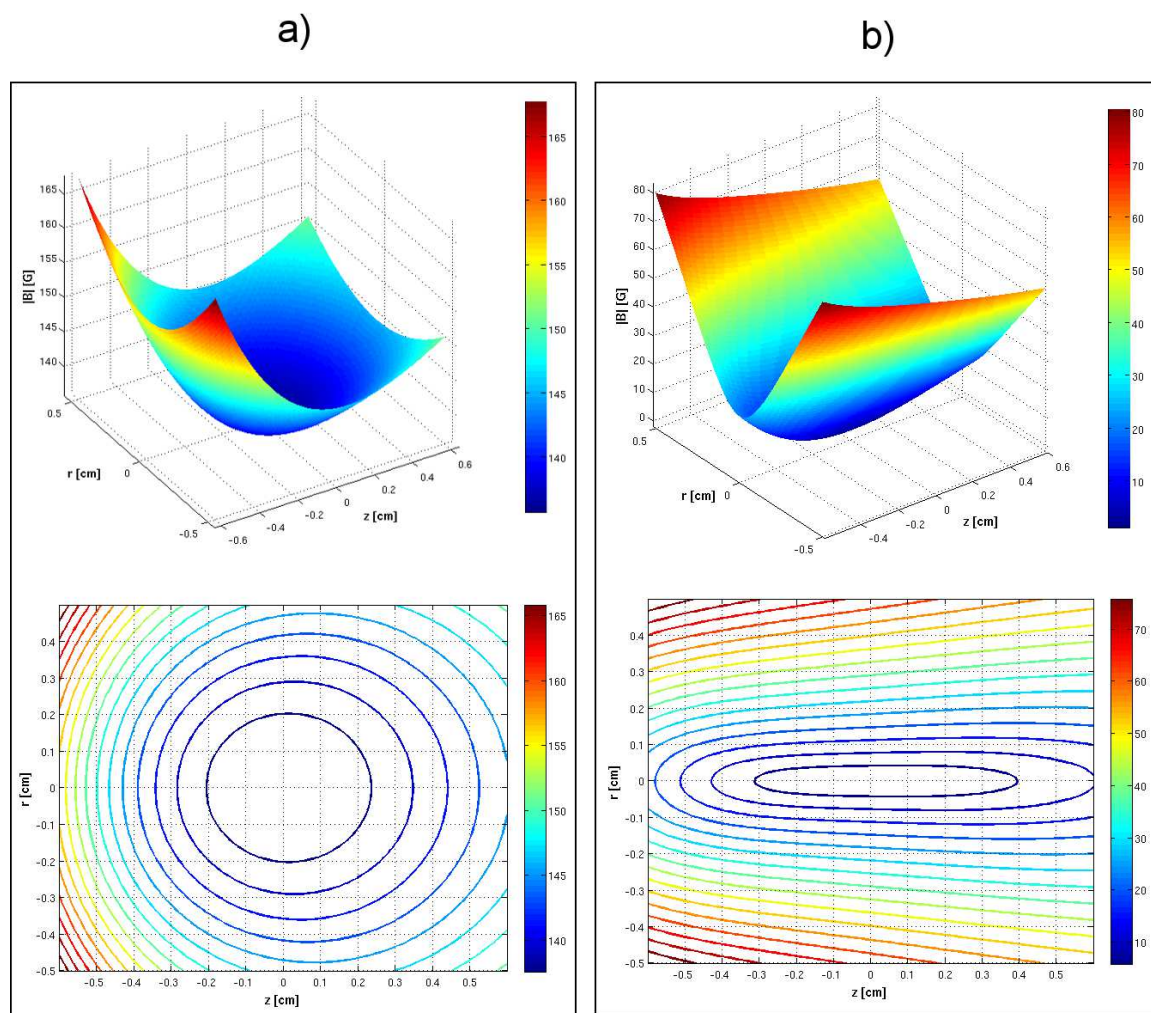
Rys. 5.3: Układ cewek tworzących pułapkę magnetyczną. a) Schemat układu cewek, widok z góry. Wewnątrz układu dwóch cewek offsetowych umieszczone są trzy jednakowe cewki stożkowe: dwie przeciwległe tworzą pole magnetyczne kwadrupolowe, trzecia to cewka Ioffe'go. b) Cewki stożkowe wraz z cewkami offsetowymi, nawiniętymi na karkasy wewnętrzne oraz cewkami kwadrupolowymi dolnej pułapki MOT2 (karkasy zewnętrzne).

5.2.2 Cewki offsetowe

Cewki offsetowe znajdują się w odległości 15 cm od siebie i pracują w układzie Helmholtza. Każdą z cewek tworzy 31 zwojów miedzianej rurki o średnicy zewnętrznej 3 mm i wewnętrznej 2 mm. Wewnątrz cewek przepływa ciecz chłodząca (woda dejonizowana) z szybkością 0,4 l/min. Cewki offsetowe mają na celu obniżenie wartości pola magnetycznego w centrum pułapki do wartości ok. 0,8 G. Pozwala to na osiągnięcie dużej kompresji pułapki w kierunku radialnym, a jednocześnie uniknięcie zerowania się pola, i eliminację przejść Majorany.

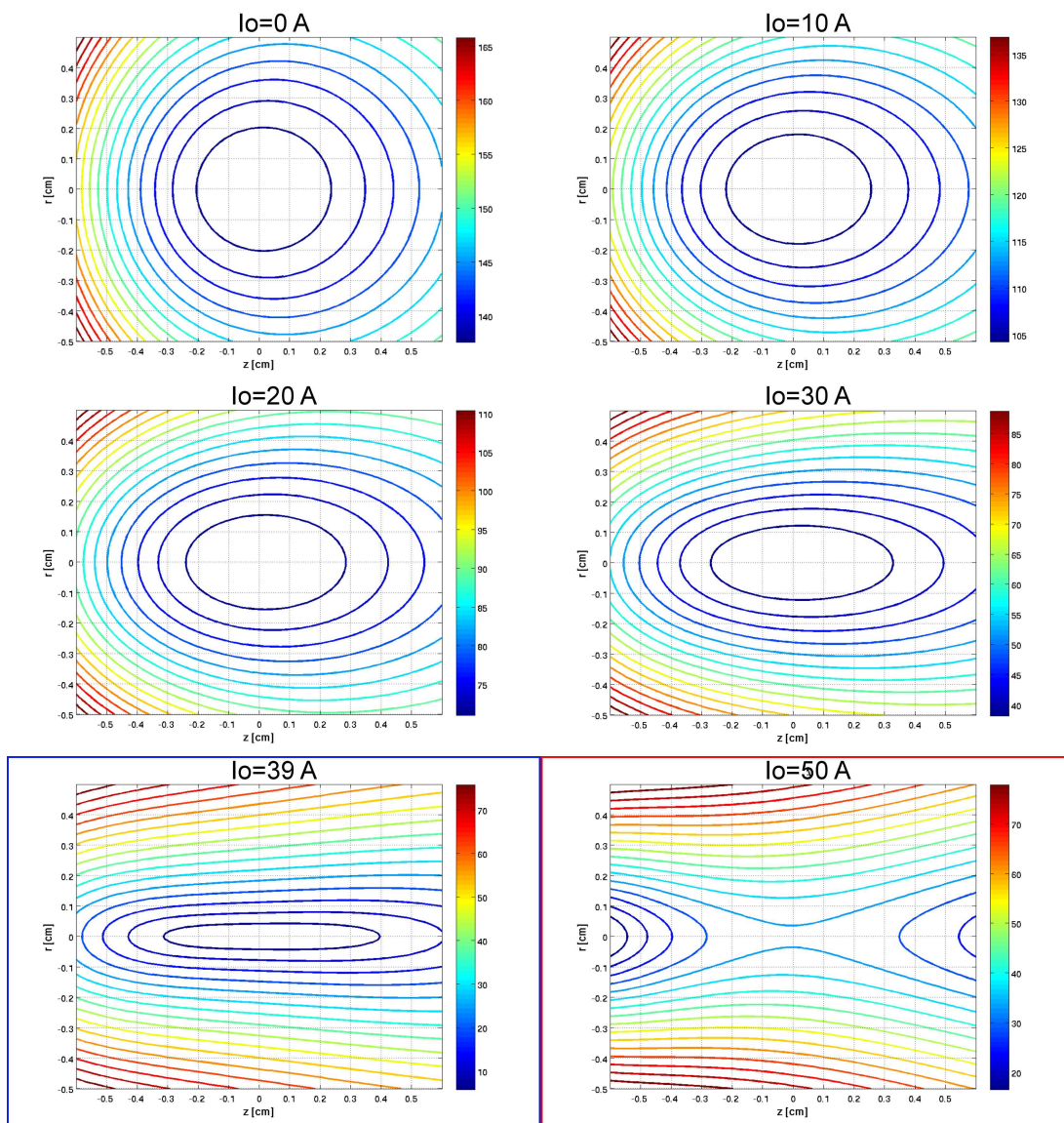
Radialna kompresja pułapki powoduje adiabatyczną kompresję chmury termicznej. Etap ten jest kluczowy na drodze do osiągnięcia kondensatu Bosego-Einsteina. W tym procesie kształt pułapki magnetycznej ulega zmianie ze sferycznie-symetrycznego na kształt cygaro-podobny (por. rys. 5.4, 5.5 na stronach 67-68). Skutkuje to znacznym zwiększeniem częstości zderzeń pomiędzy atomami, co stanowi warunek konieczny dla efektywnego procesu chłodzenia przez odparowanie.

Optymalna konfiguracja pola pułapki osiągana jest w układzie przy wartości natężenia prądu w cewkach 39 A.



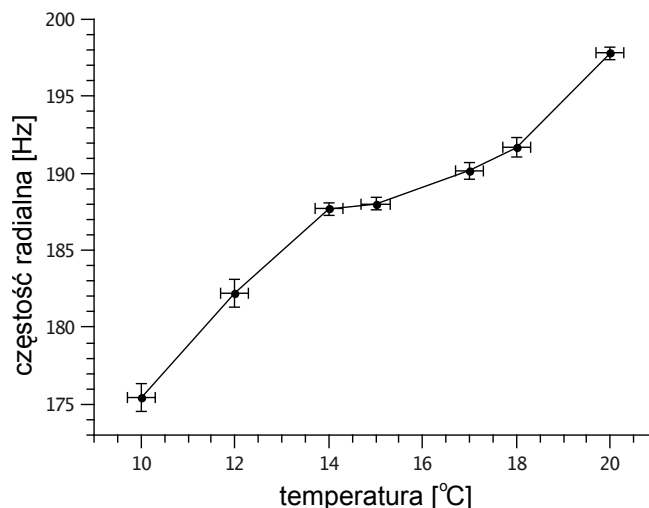
Rys. 5.4: Wykresy pól magnetycznych w pułapce MT. Wykresy górne przedstawiają rozkład wartości pola magnetycznego $|\vec{B}|$, na wykresach dolnych przedstawiony został rozkład pola magnetycznego w formie przekroju przez środek pułapki MT. a) Kwazysferyczny rozkład pola w pułapce MT, którego źródłem są trzy cewki stożkowe. b) Cygarowaty rozkład pola w pułapce MT po dodatkowym włączeniu cewek offsetowych.

Od temperatury cieczy chłodzącej cewki kwadrupolowe i offsetowe zależą częstości własne pułapki MT. Dzieje się tak ze względu na fakt, że różnym temperaturom cieczy przepływającej przez cewki odpowiada nieco inna konfiguracja geometryczna cewek,



Rys. 5.5: Zmiana rozkładu pola magnetycznego w pułapce MT przy wzroście natężenia prądu I_o w cewkach offsetowych. Dla $I_o = 0$ A jedynymi cewkami wytwarzającymi pole magnetyczne są trzy cewki stożkowe (dwie kwadrupolowe + cewka Ioffego). Wraz ze wzrostem natężenia prądu I_o kształt potencjału ulega wydłużeniu, a wartość pola w centrum obniża się. Na niebiesko zaznaczono końcowy rozkład pola w pułapce MT. Rozkład pola oznaczony na czerwono odpowiada sytuacji, gdy wartość pola wytwarzanego przez cewki offsetowe jest zbyt duża ($I_o = 50$ A). W takim przypadku pole w centrum pułapki może mieć wartość bliską zera (co prowadzi do niekorzystnych przejść Majorany) lub nawet osiągać wartość zerową w dwóch miejscach, tworząc dwa lokalne minima potencjału (dwie pułapki magnetyczne).

których rozmiary nieznacznie się zmieniają. Na rys. 5.6 przedstawiona została zależność pomiędzy częstotścią radialną pułapki MT a temperaturą wody chłodzącej.

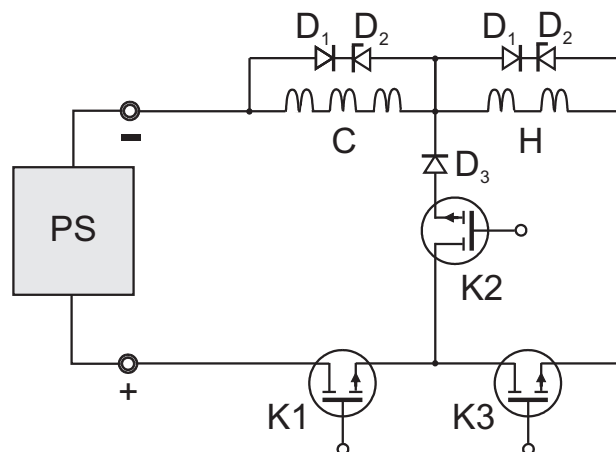


Rys. 5.6: Zależność częstotliwości radialnej pułapki MT od temperatury wody chłodzącej cewki. Częstotliwości radialne zostały wyznaczone poprzez niewielkie przemieszczenie kondensatu BE z centrum pułapki w kierunku pionowym za pomocą dodatkowego pola magnetycznego. Po wyłączeniu dodatkowego pola została zmierzona częstota oscylacji kondensatu BE. Jest ona równa częstotliwości własnej pułapki w kierunku oscylacji, czyli częstotliwości radialnej. Przepływy cieczy chłodzącej przepływającej przez cewki stożkowe i offsetowe wynosiły odpowiednio 4 l/min i 0,39 l/min. Kontrola oraz zmiana temperatury wody chłodzącej możliwa była dzięki zastosowaniu układu stabilizacji temperatury wody.

5.2.3 Układ sterowania prądami cewek pułapki magnetycznej

Pięć cewek tworzących pułapkę magnetyczną (trzy stożkowe i dwie offsetowe) zasilanych jest przez układ czterech wysoko stabilnych i nisko szumiących zasilaczy SM15-200D firmy Delta Electronics. Zasilacze te mogą być sterowane zewnątrz, ale zbyt wolno dla potrzeb eksperymentu. Szybkie włączanie i wyłączanie pola realizowane jest więc przez specjalny układ elektronicznych kluczy wysokoprądowych, zaprojektowany przez Wojciecha Gawlika i wykonany w IF UJ. Schemat układu przedstawia rys. 5.7. Czas wyłączenia prądu o natężeniu 60 A za pomocą tego układu jest szybszy niż 0,2 ms.

Układ sterowania prądami cewek pułapki MT może być również przystosowany do szybszego włączania pól magnetycznych, jednak nie było takiej konieczności przy realizacji doświadczeń opisanych w niniejszej pracy.



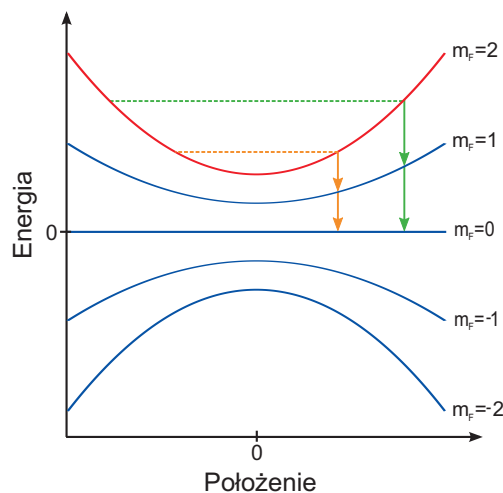
Rys. 5.7: Układ sterowania cewkami pułapki magnetycznej MT. Oznaczenia: C - cewki stożkowe, H - cewki offsetowe, PS - zasilanie, K1, K2, K3 - tranzystory MOSFET IRF260N, D₁ - diody D42-12 N0, D₂ - wysokonapięciowe diody Zenera 1.5 KE91 A, D₃ - dioda wysokiej mocy D42-40-12 RO.

Rozdział 6

Chłodzenie przez odparowanie

Ostatnim etapem chłodzenia chmury atomów jest tzw. chłodzenie przez odparowanie. Technika ta została zaproponowana już w latach osiemdziesiątych ubiegłego wieku jako narzędzie do chłodzenia atomów wodoru [65] i wkrótce potwierdzona eksperymentalnie [66]. Szybko stała się ona podstawowym narzędziem do chłodzenia atomów w tzw. pułapkach reaktywnych - a więc i dipolowych [67]. W szczególności jest rutynowo stosowana do osiągnięcia kondensatu BE w pułapkach magnetycznych. Główna idea chłodzenia przez odparowanie polega na usuwaniu z pułapki atomów o największej prędkości. Powoduje to obniżanie się średniej energii kinetycznej pozostałych w pułapce atomów, a zatem spadek temperatury chmury.

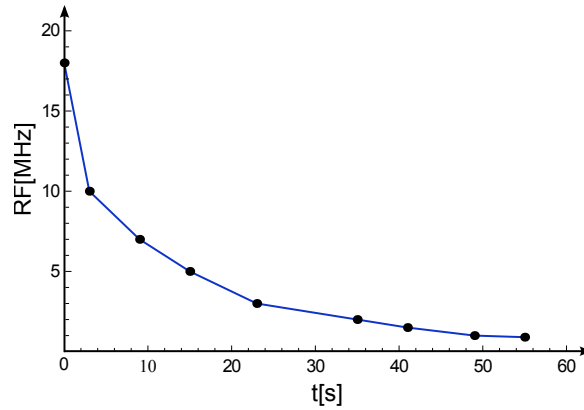
Powszechnie realizuje się odparowanie chmury atomów poprzez indukowanie za pomocą pola radiowego RF przejść pomiędzy podpoziomami zeemanowskimi. Technika ta została zaproponowana przez D. Pritcharda [68] i J. Walravena [69]. Przy odpowiednim doborze częstości RF, przejściom ze stanu $|F = 2, m_F = 2\rangle$ do stanów niepułapkowanych podlegają atomy o energii wyższej niż średnia energia atomów w chmurze. Pozostałe atomy poprzez zderzenia wyrównują temperaturę (tzw. proces termalizacji), co prowadzi do stopniowego ochładzania pozostałych w chmurze atomów przy jednoczesnym zwiększaniu



Rys. 6.1: Schemat przejść pomiędzy poziomami zeemanowskimi, indukowanych polem RF. Kolor zielony (pomarańczowy) odpowiada wyższej (niższej) częstotliwości RF i indukuje przejścia do stanów niepułapkowych w atomach o wyższej (niższej) energii kinetycznej. Kolorem czerwonym zaznaczony jest poziom, w którym znajdują się atomy uwięzione w naszej pułapce magnetycznej MT.

gęstości w przestrzeni fazowej nawet o kilka rzędów wielkości [70] (por. rys. 1.1). Przejścia indukowane polem RF w naszym układzie (stan $F = 2$) pokazuje rys. 6.1. Ze względu na bardzo niską gęstość gazu w czasie odparowania, rzędu 10^{12} cm^{-3} , termalizacja trwa bardzo długo (kilka sekund). Konieczny jest zatem wystarczająco długi czas życia chmury atomów w pułapce, aby proces odparowania zachodził efektywnie. W naszym układzie typowy czas życia w pułapce, w warunkach próżni o ciśnieniu rzędu 10^{-11} mbar , wynosi ok. 90 s i jest dłuższy niż cały proces odparowania.

W opisywanym układzie eksperymentalnym odparowanie realizowane jest przez emisję promieniowania RF za pomocą anteny złożonej z dwóch prostokątnych zwojów o wymiarach $30 \times 70 \text{ mm}$ umieszczonej przy jednej ze ścian kuwety kwarcowej. Ponadto symetrycznie z drugiej strony kuwety znajduje się pojedynczy zwoj odbiorczy o identycznych rozmiarach, zakończony opornikiem 50Ω . Taka konfiguracja zapewnia optymalny rozkład pola RF (jego jednorodność w centrum pułapki) oraz właściwą impedancję układu antena-odbiornik oraz nie wykazuje rezonansów w zakresie częstotliwości RF od ok. 500 kHz



Rys. 6.2: Przebieg częstości pola radiowego RF podczas odparowania. Częstość, przy której rozpoczyna się kondensacja BE, nie jest ustalona, lecz zależy od warunków zewnętrznych. Moc generatora RF jest stała i wynosi 6,4 W.

do 20 MHz.

Ze stanu $|F = 2, m_F = 2\rangle$ atomy przechodzą poprzez stan $|F = 2, m_F = 1\rangle$ do stanów $|F = 2, m_F = 0, -1, -2\rangle$ i zostają usunięte z pułapki. Odparowaniu podlegają jedynie te atomy, których energia spełnia warunek:

$$E > \hbar|m_F|(\omega_{RF} - \omega_0), \quad (6.1)$$

gdzie ω_{RF} odpowiada częstości pola radiowego RF, a ω_0 – energii stanu podstawowego w pułapce.

Przebieg procesu odparowania może być optymalizowany za pomocą dwóch parametrów: mocy pola RF oraz kształtu jego czasowego przebiegu. W przypadku naszego układu moc generatora RF użytego w eksperymentach wynosi 6,4 W, natomiast przebieg zmiany częstotliwości ω_{RF} przedstawia rys. 6.2. Kształt krzywej jest dobierany doświadczalnie i zbliżony jest do krzywej eksponencjalnej, wartości częstości natomiast maleją od 18 MHz do ok. 0,7 MHz w ciągu 57 s. Częstość końcowa (rzędu 700 kHz) nie jest stała, lecz zmienia się w zależności od warunków zewnętrznych (np. od temperatury wody chłodzącej układ cewek), które powodują niestabilność wartości minimalnej pola magnetycznego.

Rozdział 7

Układ laserowy

Liczne wiązki laserowe używane w eksperymencie spełniają szereg ważnych funkcji:

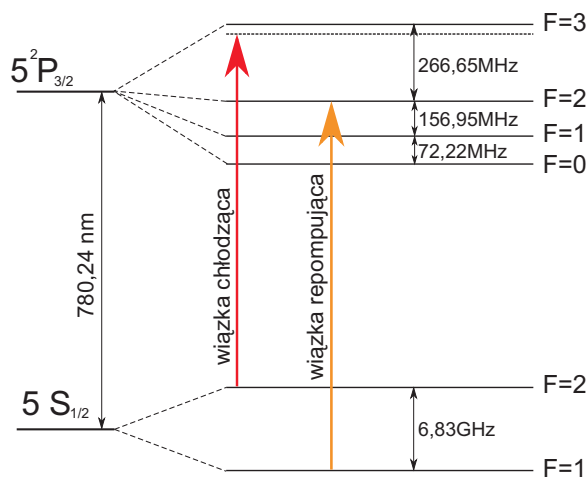
- chłodzenie i pułapkowanie atomów,
- repompowanie atomów,
- pompowanie optyczne,
- transfer atomów pomiędzy komorami,
- obrazowanie chmury na kamerze CCD.

W eksperymencie używane są dwa lasery TA 100 typu MOPA (*Master Oscillator Power Amplifier*) firmy Toptica Photonics. Są to układy złożone z dwóch laserów: głównego oraz wzmacniającego oraz dwóch izolatorów optycznych. Lasery główne to lasery półprzewodnikowe z zewnętrznymi rezonatorami ECDL (*External Cavity Diode Laser*). Laser wzmacniający powoduje ok. stukrotne wzmocnienie mocy wiązki, co daje moc wiązki na wyjściu układu ok. 1 W. Lasery TA 100 charakteryzują się odpowiednimi dla naszego eksperymentu parametrami spektralnymi. Szerokość spektralna wiązek laserowych wynosi

ok. 300 kHz i jest dużo mniejsza od szerokości naturalnej przejść atomowych używanych w eksperymencie, wynoszących ok. 6 MHz.

Obydwa lasery stabilizowane są aktywnie z wykorzystaniem wzorca atomowego. Spośród kilku metod wybrana została bezdopplerowska stabilizacja z wykorzystaniem magnetycznie indukowanego dichroizmu DFDL (*Doppler-free dichroic lock*) [71, 72].

Na rys. 7.1 został przedstawiony układ podpoziomów linii D_2 ^{87}Rb oraz zaznaczono przejścia wykorzystywane do dostrajania laserów. Główny laser (*master*) jest dostrojony w pobliżu rezonansu $5^2S_{1/2} |F=2\rangle \rightarrow 5^2P_{3/2} |F=3\rangle$, natomiast drugi z laserów (*repumper*) stabilizowany jest do przejścia $5^2S_{1/2} |F=1\rangle \rightarrow 5^2P_{3/2} |F=2\rangle$. Schemat przebiegu wszystkich wiązek laserowych używanych w eksperymencie przedstawia rys. 7.6 na stronie 87.



Rys. 7.1: Układ poziomów struktury nadsubtelnej linii D_2 ^{87}Rb . Na schemacie zaznaczono przejścia chłodzące i repompujące. Odstrojenie wiązki chłodzącej od rezonansu podczas etapu pułapki MOT wynosi 12 MHz. Podczas chłodzenia przez melasę optyczną odstrojenie to wzrasta do 47 MHz.

Do zmiany częstotliwości wiązek laserowych w eksperymencie używane są modulatory akusto-optyczne (AOM) firmy Isomet. Sterowniki modulatorów wykonane zostały w Zakładzie Fotoniki IF UJ. Pozwalają one zarówno na ciągłą pracę modulatorów z zewnętrzną nastawą częstotliwości, jak i na sterowanie sygnałem TTL, który umożliwia szybkie włączanie

bądź wyłączanie AOMów. Sygnał ze sterownika podawany jest na wzmacniacze CA2832C firmy Motorola. Odpowiednio wzmocniony sygnał podawany jest następnie na kryształ AOM.

W czasie eksperymentu konieczne jest odsłanianie i zasłanianie wiązek laserowych, skuteczniejsze od tego jakie możliwe jest za pomocą modulatorów AOM. Cel ten realizuje się za pomocą przesłon elektromechanicznych firmy Uniblitz Electronic. Są to przesłony sterowane sygnałem TTL poprzez sterowniki Uniblitz VMM-D4. W eksperymencie korzysta się z dwóch sterowników, a każdy z nich steruje czterema przesłonami. Wykorzystywane są dwa modele przesłon: LS6Z2 oraz LS3T2. Pierwsza z nich to jednostronnie pokryta warstwą AlSiO przesłona przeznaczona dla wiązek o gęstości mocy do 5 W/mm^2 . Model ten służy jako przesłona wiązki z lasera *master* i znajduje się na początku toru optycznego wiązki. Drugi z modeli stosowany jest do przesłaniania pozostałych wiązek. Jest to przesłona dwustronnie pokryta warstwą teflonu o wytrzymałości do $2,5 \text{ W/mm}^2$

7.1 Opis układu stabilizacji lasera *master*

Do stabilizacji częstotliwości lasera głównego wykorzystuje się wiązkę z lasera *master* układu MOPA1 (dodatkowe wyjście przed wzmacniaczem mocy) o mocy 2,4 mW, która jest kierowana bezpośrednio na układ spektroskopii DF DL, gdzie za pomocą polaryzującej kostki światłodzielącej PBS1 dzielona jest na dwie wiązki: próbującą i pompującą (por. rys. 7.4 na stronie 81). Przed kostką PBS1 znajduje się półfalówka, która umożliwia odpowiedni podział mocy (1:2) pomiędzy wiązki, co jest bardzo istotne w tej metodzie stabilizacji częstotliwości (na tym etapie wybiera się odpowiednią moc wiązki próbującej).

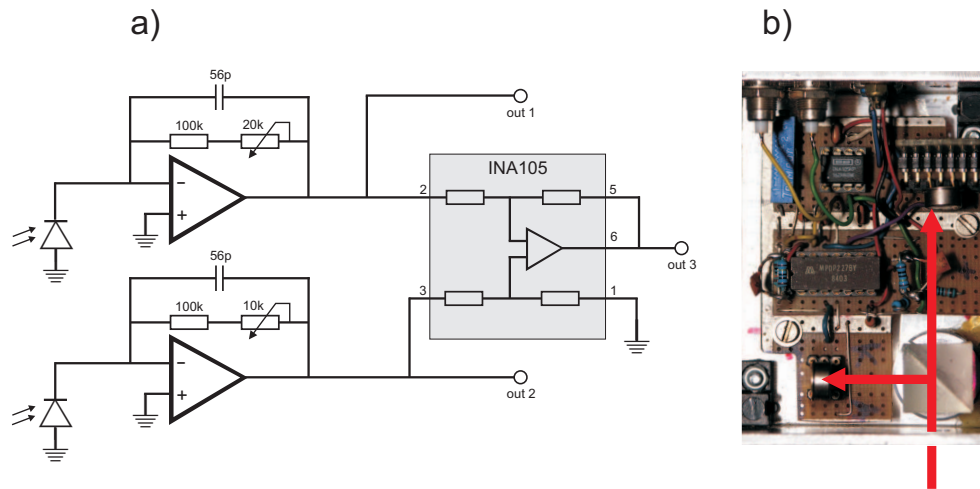
Wiązka pompująca przechodzi przez polaryzacyjną kostkę światłodzielącą PBS3 i po skolimowaniu teleskopem składającym się z soczewek o ogniskowych +200 mm i -50 mm przechodzi przez AOM1 pracujący na częstotliwości 120 MHz. Za AOMem ugięte wiązki prze-

chodzą przez ćwierćfalówkę, soczewkę o ogniskowej 100 mm i trafiają na przesłonkę, za pomocą której wybierana jest wiązka w -1 rzędzie dyfrakcji. Wiązka ta odbija się od lustra pod kątem 0° , które znajduje się w odległości ogniskowej od soczewki, a następnie wraca tym samym torem przechodząc powtórnie przez ćwierćfalówkę oraz AOM1, który pracując w tzw. "podwójnym przejściu" pozwala na zmianę częstości wiązki pompującej o podwójną częstość modulacji, w tym wypadku o 240 MHz. Tryb pracy modulatora AOM1 w podwójnym przejściu wykorzystuje się nie tylko ze względu na możliwość zmiany częstości wiązki w szerszym zakresie, lecz również dlatego, że zapobiega się w ten sposób zmianie toru wiązki dwukrotnie przechodzącej przez AOM1 przy zmianie częstości modulacji.

Wiązka przebywając dwukrotnie odcinek pomiędzy AOM1 i lustrem 0° przechodzi również podwójnie przez ćwierćfalówkę, co powoduje zmianę polaryzacji wiązki na liniową prostopadłą do początkowej. Dzięki temu, po ponownym przejściu przez kostkę światłodzielącą PBS3, wiązka kierowana jest do komórki z parami rubidu. Wewnątrz komórki wiązka pompująca o mocy 0,07 mW przecina się pod niewielkim kątem z niemal przeciwbieżną wiązką próbkującą. Komórka z parami rubidu umieszczona jest wewnątrz cewki o średnicy wewnętrznej 4 cm, która zapewnia istnienie wewnątrz komórki niemal jednorodnego pola magnetycznego o natężeniu ok. 10 G.

Wiązka próbkująca po przejściu przez komórkę z parami rubidu trafia na ćwierćfalówkę, a następnie na układ detekcji, składający się z polaryzacyjnej kostki światłodzielącej, dwóch fotodiód oraz części elektronicznej przetwarzającej sygnał. Zdjęcie układu detekcji (skonstruowanego w ZF IF UJ) wraz ze schematycznym biegiem wiązki przedstawia rys. 7.2.

Po podziale na kostce PBS każda z wiązek jest rejestrowana na osobnej fotodiodzie, a sygnały z fotodiód są podawane na wejście wzmacniacza różnicowego, który generuje sygnał błędu jako różnicę sygnałów z fotodiód. Tak wygenerowany sygnał błędu podawany jest na układ przestrajania prądu diody laserowej oraz rezonatora lasera, którego najistot-

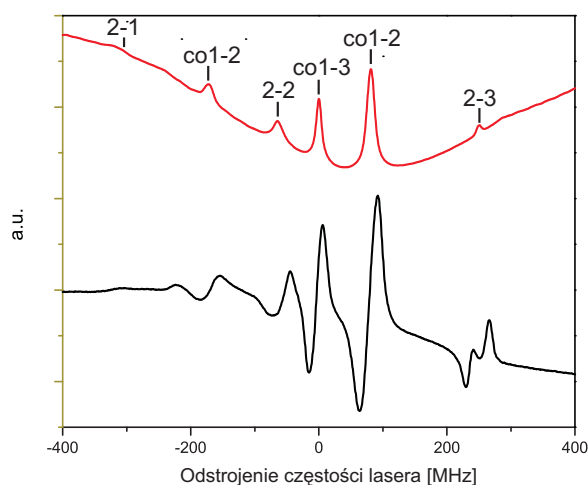


Rys. 7.2: Detektor używany w aktywnej stabilizacji laserów *master* i *repumper*. a) Schemat detektora. b) Zdjęcie detektora z zaznaczonymi torami wiązek laserowych. Wiązki powstałe po podziale na polaryzacyjnej kostce światłodzieliącej trafiają na fotodiody. Następnie wzmocniony sygnał z fotodiód trafia na układ różnicowy, wykorzystywany do stabilizacji laserów.

niejszą częścią jest element piezoceramiczny. Zmiany jego długości na skutek przyłożonego napięcia – sygnału błędu są przyczyną zmiany długości rezonatora, umożliwiającej przestrajanie lasera. Sygnał błędu, jak i sygnał z jednej z fotodiód, są monitorowane za pomocą oscyloskopu. Obydwa sygnały przedstawione są na rys. 7.3.

7.2 Opis układu stabilizacji lasera *repumper*

Laser repompujący stabilizowany jest do przejścia atomowego $5^2S_{1/2} |F = 1\rangle \rightarrow 5^2P_{3/2} |F = 2\rangle$. Stabilizacja odbywa się podobnie jak w przypadku lasera *master*. W tym celu używa się wiązki niewzmocnionej (wyjście z pominięciem wzmacniacza) z układu MOPA2. Po przejściu przez półfalówkę wiązka ta zostaje podzielona na polaryzacyjnej kostce światłodzieliącej PBS15 na wiązkę pompującą oraz wiązkę próbkującą. Odpowiedni podział mocy pomiędzy tymi wiązkami umożliwia półfalówka umieszczona przed kostką PBS15. Wiązka pompująca przechodzi przez ćwierćfalówkę i jako kołowo spolaryzowana



Rys. 7.3: Linia absorpcyjna ^{87}Rb wykorzystywana do chłodzenia i pułapkowania atomów, uzyskana poprzez spektroskopię DF DL. Widoczne 3 składowe nadsubtelne F-F': 2-1, 2-2, 2-3 oraz 3 rezonanse krzyżowe oznaczone jako coF-F'. Stabilizacja lasera chłodzącego odbywa się z wykorzystaniem rezonansu krzyżowego co1-3 (0 MHz na powyższym widmie).

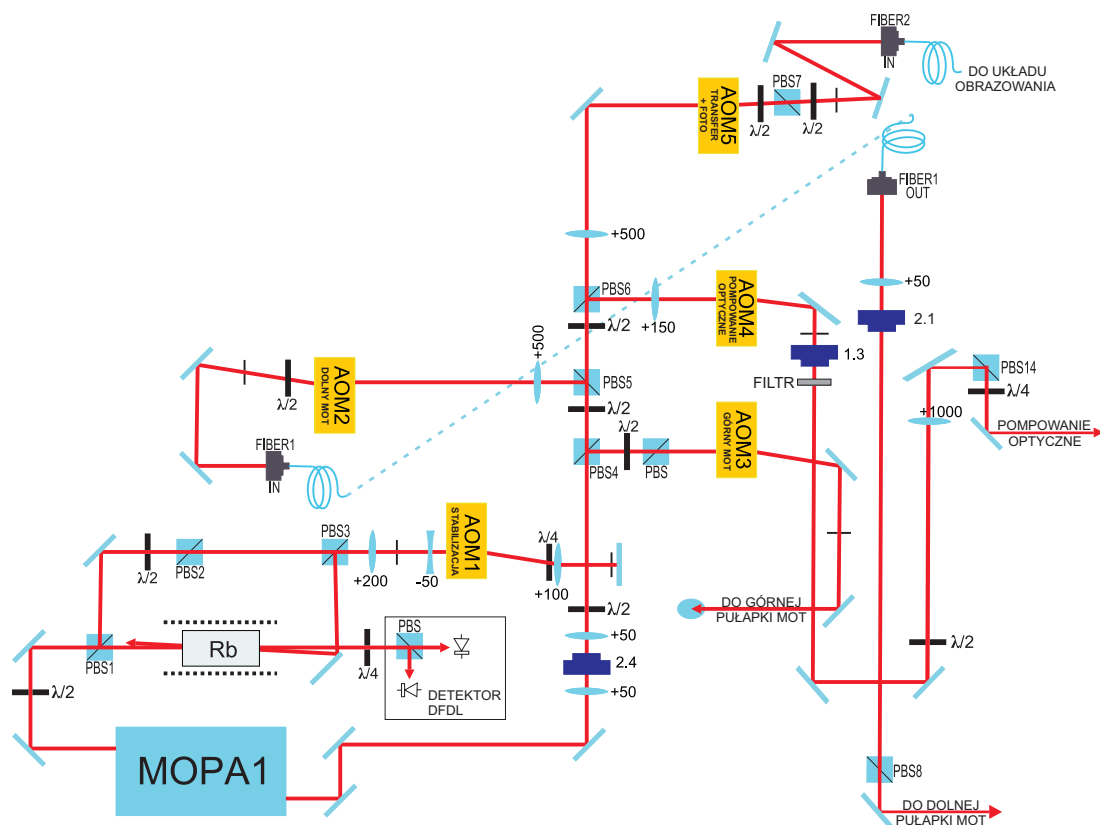
jest kierowana do komórki z parami rubidu.

Wiązka próbkująca przechodzi przez komórkę z rubidem niemal przeciwbieżnie do wiązki pompującej. Jest to możliwe dzięki odbiciom obydwu wiązek od lusterek pod kątem 45° blisko ich krawędzi oraz dzięki specjalnie wyprofilowanym oprawkom lusterek. Komórka z parami rubidu znajduje się wewnątrz cewki w niemal jednorodnym polu magnetycznym o wartości ok. 7 G. Wiązka próbkująca po przejściu przez komórkę pada na ćwierćfalówkę a następnie na układ detekcji. Budowa detektora, kształtowanie sygnału błędu i zastosowanie go do stabilizacji lasera repompującego są analogiczne jak w opisie stabilizacji lasera *master*.

Do wad spektroskopii DF DL należy zaliczyć podatność na zaburzenia elektromagnetyczne, które powodują szum w sygnałach składowych i sygnale różnicowym oraz brak możliwości kontroli bezwzględnej wartości częstości zalokowanego tą metodą lasera. Rozwiązaniem tego ostatniego problemu, zastosowanym w naszym układzie, jest osobny układ spektroskopii nasyceniowej umożliwiający kontrolę bezwzględnej częstości lasera.

7.3 Tor optyczny lasera *master*

Wiązka po wyjściu ze wzmacniacza układu MOPA1 ma moc ok. 970 mW. Wiązka ta trafia na teleskop 1:1 utworzony z dwóch soczewek o ogniskowej +50 mm, wewnątrz którego blisko ogniska umieszczona jest elektromechaniczna przesłona 2.4, służąca do przesłaniania wiązki w czasie "ciemnych" etapów chłodzenia. Po przejściu przez teleskop wiązka dzielona jest na cztery części za pomocą trzech polaryzacyjnych kostek światłodziących PBS4, PBS5 i PBS6. Przed każdą z kostek umieszczona jest półfalówka, umożliwiająca właściwy podział mocy wiązki.



Rys. 7.4: Schemat toru optycznego wiązki pułapkująco-chłodzącej na głównym stole optycznym. Widok z góry. Oznaczenia na tym i kolejnych schematach torów optycznych: $\lambda/2$ – półfalówka, $\lambda/4$ – ćwierćfalówka, PBS – kostka polaryzująca światłodziąca, fiber in – wejście do światłowodu, fiber out – wyjście światłowodu. Ciemnoniebieskim kolorem zaznaczono przesłony.

Na kostce PBS4 od wiązki głównej oddzielana jest wiązka, która w dalszej części toru optycznego dzieli się na trzy wiązki pułapkująco-chłodzące, współtworzące górną pułapkę MOT. Wiązka ta przechodzi przez AOM3, który pracuje na częstotliwości 80 MHz w pojedynczym przejściu. Za pomocą przesłonki wybierana jest wiązka w +1 rzędzie dyfrakcji. Jej moc po przejściu przez AOM3 (za przesłonką) wynosi 104 mW. Następnie wiązka za pomocą dwóch luster 45° kierowana jest na górny stół, gdzie teleskopem złożonym z soczewek o ogniskowych +50 mm i +500 mm, odległych od siebie o 55 cm jest powiększana dziesięciokrotnie. Po powiększeniu średnica wiązki wynosi 17 mm. Wewnątrz teleskopu powiększającego wiązka przechodzi przez półfalówkę, za pomocą której ustala się jej polaryzację liniową pionową tak, by przez polaryzacyjną kostkę światłodziącą PBS18 (por. rys. 7.7a na stronie 88) przechodziło maksimum mocy. Kostka PBS18 służy do zmieszania wiązek pułapkująco-chłodzącej oraz repompującej trafiających do górnej pułapki MOT1.

Na kostce PBS22 oddzielana jest pierwsza z wiązek kierowanych do górnej pułapki MOT1. Kolejna wiązka odłączana jest na kostce PBS23, natomiast ostatnia z wiązek kierowana jest do pułapki MOT1 poprzez lustro 45° . Moce wszystkich trzech wiązek są sobie równe i wynoszą 17 mW.

Na polaryzacyjnej kostce światłodziącej PBS5 od głównej wiązki odłączana jest wiązka pułapkująco-chłodząca kierowana do dolnej pułapki MOT2. Tuż za kostką PBS5 moc wiązki wynosi 635 mW. Wiązka przechodzi przez soczewkę o ogniskowej +500 mm i AOM2, na który podawany jest sygnał o częstotliwości 80 MHz. Sygnał ten generowany jest poprzez programowalny syntetyzer. Spośród ugiętych wiązek wybierana jest przez przesłonkę wiązka w +1 rzędzie dyfrakcji. Następnie wiązka ta kierowana jest poprzez półfalówkę oraz układ dwóch lusterek do światłowodu jednomodowego zachowującego polaryzację. Zastosowanie światłowodu ma na celu filtrację przestrzenną wiązki. Mimo, że rozwiązanie to wiąże się ze stratami mocy sięgającymi 50%, to znacznie poprawia kształt

wiązki nadając jej w przekroju kształt gaussowski. Moc wiązki na wejściu światłowodu wynosi 490 mW, natomiast na jego wyjściu 230 mW.

Po przejściu przez światłowód wiązka trafia na teleskop powiększający składający się z soczewek o ogniskowych +50 mm i +500 mm, wewnątrz którego znajduje się przesłona 2.1, pozwalająca na wyłączanie wiązek pułapkująco-chłodzących i chłodzących w dolnej pułapce MOT2. Po dziesięciokrotnym powiększeniu wiązka trafia na półfalówkę, za pomocą której wybierana jest polaryzacja liniowa pionowa. Następnie wiązka pada na polaryzacyjną kostkę światłodziącą PBS8, na której mieszana jest z wiązką repompującą. Za kostką PBS8 następuje podział na sześć wiązek tworzących układ trzech par wiązek przeciwbieżnych, wzajemnie prostopadłych. Każda z wiązek odłączana jest z głównej wiązki poprzez układ płytka półfalowa + polaryzująca kostka światłodziąca i kierowana jest do komory dolnej poprzez ćwierćfalówkę oraz układ dwóch lusterek umożliwiający justowanie układu. Moce wiązek przy wejściu do komory dolnej są sobie równe i wynoszą 20 mW.

Ostatnia z wiązek przechodzi przez kostkę polaryzacyjną światłodziącą PBS14, na której jest mieszana z wiązką wykorzystywaną do pompowania optycznego.

7.3.1 Pompowanie optyczne

Na kostce polaryzującej PBS6 następuje oddzielenie wiązki używanej do pompowania optycznego. Pompowanie optyczne jest niezbędne w celu wyboru odpowiedniego poziomu zeemanowskiego pułapkowanych atomów. W eksperymentach przeprowadzonych w ramach niniejszej pracy był to stan $|F = 2, m_F = 2\rangle$. Pominięcie fazy pompowania optycznego powodowałoby znaczne straty liczby atomów przy przeładowaniu chmury z pułapki magnetooptrycznej MOT2 do pułapki magnetycznej MT.

Moc wiązki tuż za kostką PBS6 wynosi 2,85 mW. Wiazka ta jest powiększana przez układ teleskopowy dwóch soczewek o ogniskowych +150 mm i +1000 mm. Między soczewkami wiązka przechodzi przez AOM4 pracujący w pojedynczym przejściu na czę-

stotliwości 133 MHz, przesłonkę, poprzez którą wybierana jest wiązka ugięta w -1 rząd widma, przesłonę 1.3 oraz filtr szary osłabiający wiązkę. Za filtrem moc wiązki wynosi $130 \mu\text{W}$. Dodatkowo pomiędzy soczewkami teleskopu wiązka przechodzi przez półfalówkę, za pomocą której ustala się moc wiązki trafiającej do pułapki. Po powiększeniu wiązka trafia na kostkę polaryzującą światłodzielącą PBS14, gdzie jest mieszana z jedną z sześciu wiązek pułapkująco-chłodzących i kierowana poprzez układ dwóch luster do dolnej pułapki MOT2.

7.3.2 Wiązka transferowa

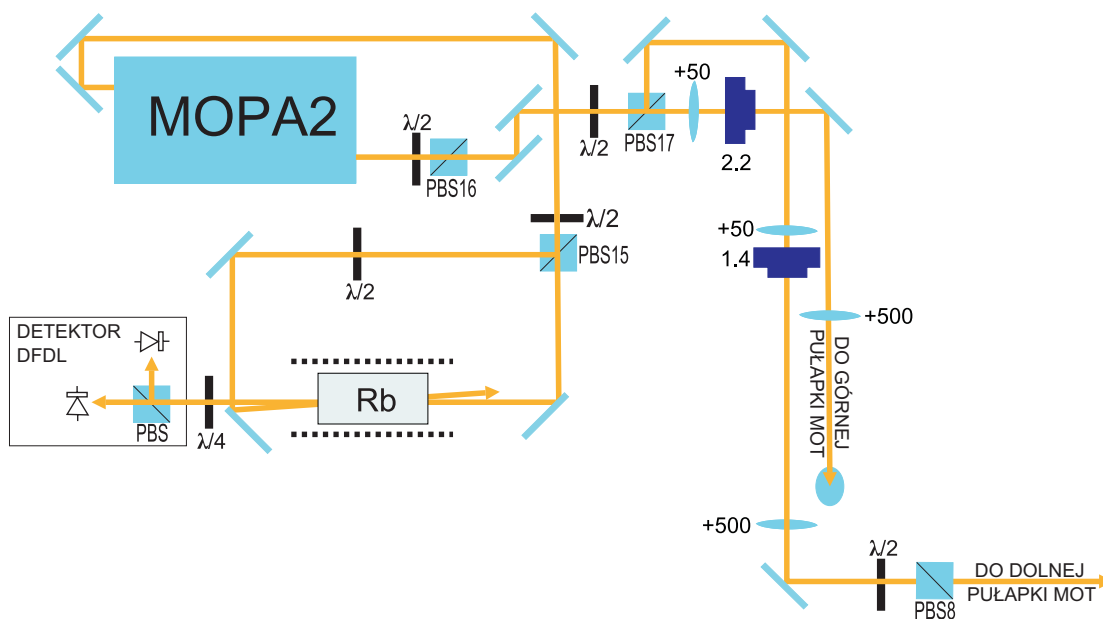
Po podziałach na kostkach PBS 4, 5, 6 wiązka jest ogniskowana za pomocą soczewki o ogniskowej +500 mm na szczelinie wejściowej AOM5, który pracuje w pojedynczym przejściu na częstotliwości 96 MHz. Za pomocą przesłonki wybierana jest wiązka ugięta w +1 rząd dyfrakcji. Wiązka przechodzi następnie przez półfalówkę, po czym przez układ dwóch luster kierowana jest do jednomodowego światłowodu zachowującego polaryzację. Światłowodem tym wiązka kierowana jest na górny stolik, gdzie przechodzi przez kostkę polaryzującą zamocowaną obrotowo, umożliwiającą wybranie odpowiedniej polaryzacji, a następnie za pomocą półfalówki i kostki polaryzacyjnej światłodzielącej PBS20 dzielona jest na dwie wiązki: wiązkę przepychającą atomy z górnej do dolnej pułapki MOT2 oraz wiązkę obrazującą, umożliwiającą wykonywanie absorpcyjnych zdjęć schłodzonej chmury oraz kondensatu BE.

Wiązka transferowa przechodzi przez przesłonę 1.1, a następnie przez pionowy peryskop kierowana jest na układ kształtujący wiązkę, który znajduje się ponad górnym stołkiem optycznym. Układ ten był przedstawiony schematycznie na rys. 4.1.

7.4 Tor optyczny lasera *repumper*

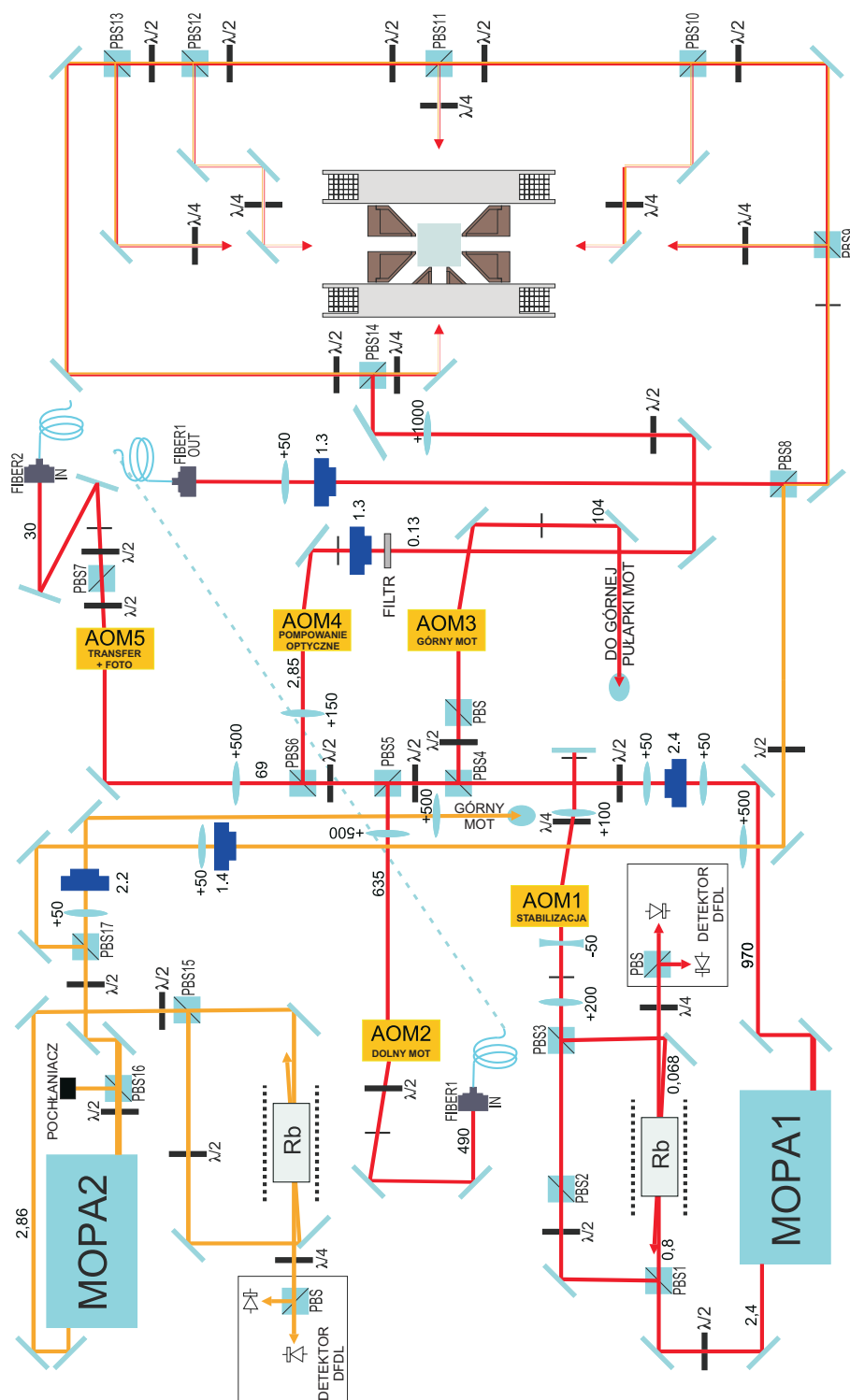
Źródłem światła repompującego jest układ MOPA2, który na wyjściu daje moc wiązki ok. 470 mW. Wiązka dzielona jest za pomocą kostki polaryzacyjnej PBS17 na dwie wiązki repompujące, kierowane odpowiednio do górnej i dolnej pułapki MOT. Za pomocą półfalówki znajdującej się przed kostką PBS17, wybierana jest odpowiednia polaryzacja wiązki, tak by jej podział na wiązki repompujące pułapki magnetoptyczne był optymalny.

Wiązka repompująca atomy w górnej pułapce MOT1, przechodzi przez przesłonę 2.2, która umieszczona jest blisko ogniska teleskopu złożonego z soczewek o ogniskowych +50 mm i +500 mm. Następnie wiązka kierowana jest za pomocą lustra 45° pionowo do góry i odbita od kolejnego lustra 45° trafia na górny stolik. Tam kierowana jest bezpośrednio na kostkę polaryzującą światłodziącą PBS18, na której mieszana jest z wiązkami pułapkująco-chłodzącymi kierowanymi do górnej pułapki MOT1.

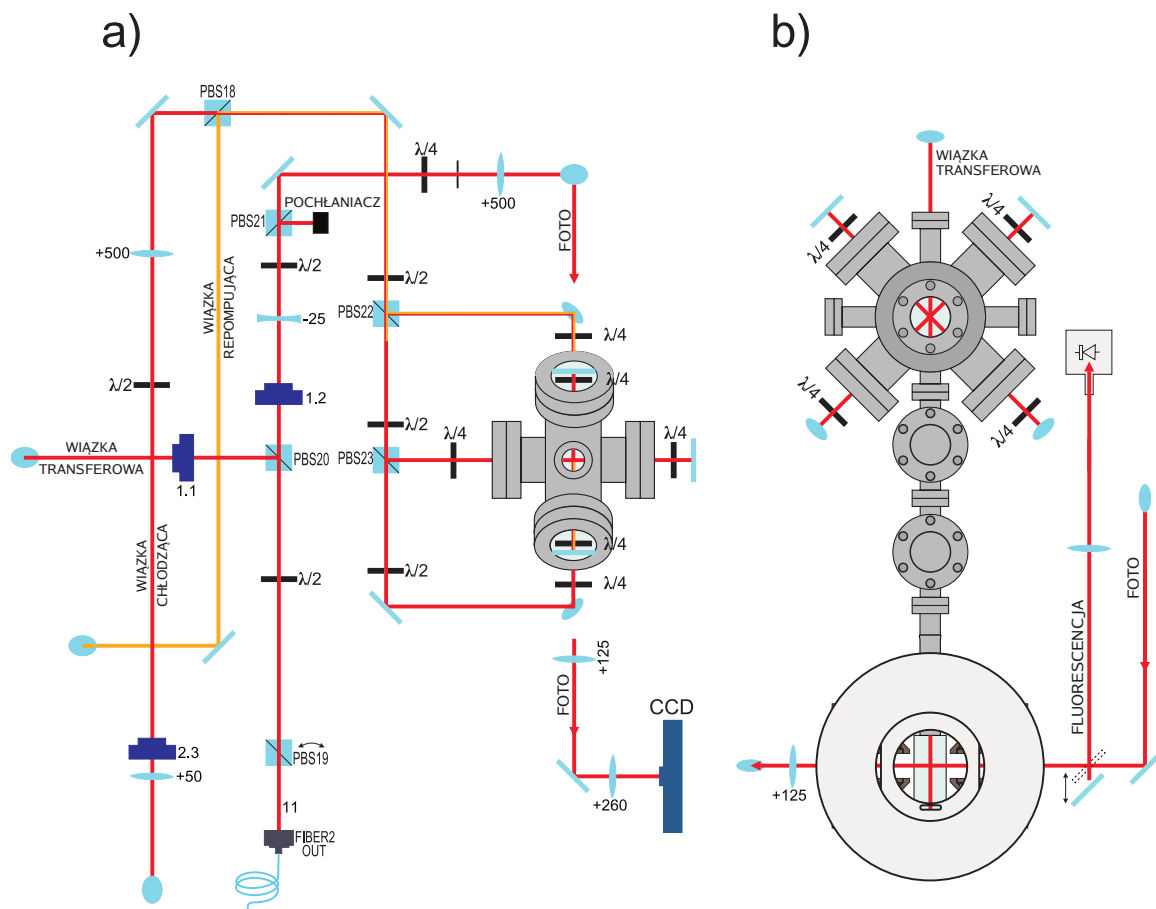


Rys. 7.5: Schemat toru optycznego wiązki repompującej na głównym stole optycznym. Widok z góry.

Wiązka repompująca atomy w dolnej pułapce MOT2 po podziale na kostce polaryzującej PBS17 ma moc 320 mW. Wiązka ta jest poszerzana dziesięciokrotnie przez teleskop złożony z soczewek o ogniskowych +50 mm i +500 mm, wewnątrz którego znajduje się przesłona 1.4. Następnie wiązka przechodzi przez półfalówkę i kostkę polaryzacyjną PBS8, na której jest mieszana z wiązką pułapkująco-chłodzącą kierowaną do dolnej pułapki MOT2. Dalszy tor dolnej wiązki repompującej pokrywa się z torem wiązek pułapkująco-chłodzących, który jest omawiany poniżej.



Rys. 7.6: Schemat układu laserowego na głównym stole optycznym. Widok z góry. Moce wiązek wyrażone w mW. Kolor czerwony odpowiada wiązkom pochodzącym z lasera MOPA1 (wiązki pułapkująco-chłodzące, wiązka pompująca, wiązka transferowa oraz wiązka obrazująca). Kolorem pomarańczowym oznaczono wiązki repompujące atomy w pułapkach MOT1 i MOT2.

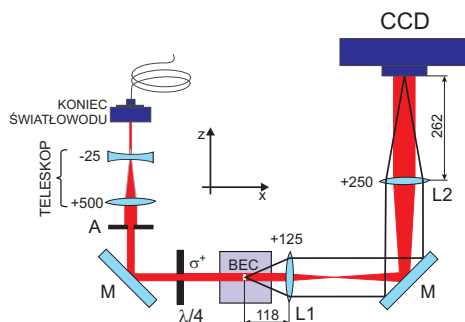


Rys. 7.7: Schemat układu laserowego na górnym stoliku optycznym. Moce wiązek wyrażone w mW. a) Widok z góry. b) Widok wzdłuż osi stołu optycznego. "FOTO" oznacza wiązkę obrazującą chmurę atomów. Kolory wiązek są analogiczne do rys. 7.6.

Rozdział 8

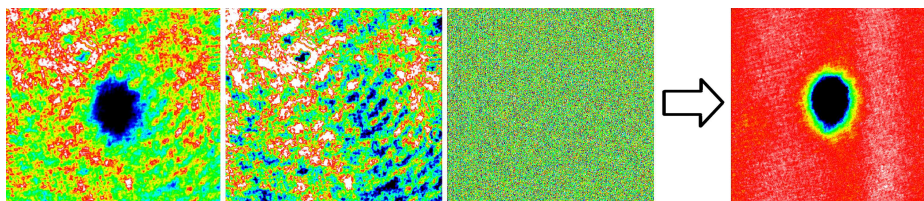
Układ obrazowania

Układ obrazowania chmury zimnych atomów oraz kondensatu Bosego-Einsteina został przedstawiony na rys. 8.1. Wiązka trafiająca do układu obrazowania jest wcześniej filtrowana przez światłowód jednomodowy zachowujący polaryzację oraz rozszerzana przez teleskop złożony z soczewek o ogniskowych -25 mm oraz $+500$ mm. Po powiększeniu średnica wiązki wynosi 17 mm. Następnie za pomocą przesłonki średnica ta ograniczana jest do 4 mm w celu zapewnienia możliwie jednorodnego natężenia wynoszącego $1,29$ mW/cm². Ponadto ograniczenie średnicy wiązki obrazującej zapobiega jej rozpraszaniu na bocznych ściankach komórki. Tak przygotowaną wiązką naświetla się chmurę atomów od 20 μ s do 150 μ s w zależności od typu przeprowadzanych pomiarów. Polaryzacja kołowa σ^+ umożliwia przejścia zamknięte pomiędzy poziomami $|2, 2\rangle \rightarrow |3, 3\rangle$ linii D₂. Podczas naświetlania chmura znajduje się w słabym polu magnetycznym ($B \approx 1$ G), które wytwarzane jest przez jedną z par cewek kompensujących. Chmura obrazowana jest poprzez układ dwóch soczewek achromatycznych o ogniskowych $+125$ mm i $+250$ mm na matrycy CCD kamery Apogee AltaUSB. Druga z soczewek znajduje się na stoliku przesuwным umożliwiającym płynne przemieszczanie soczewki w kierunku wiązki. Powiększenie obrazu absorpcyjnego wynosi 2,22.



Rys. 8.1: Schemat układu obrazowania chmury atomów oraz kondensatu BE. Widok z góry. Na schemacie zaznaczono kierunki x (kierunek zgodny z kierunkiem obrazowania) i z (kierunek osiowy). Wszystkie wymiary podano w mm.

Wykonywane są trzy zdjęcia w odstępach pięciosekundowych. Czas pomiędzy zdjęciami jest potrzebny na digitalizację sygnału z matrycy CCD. Pierwsze zdjęcie jest obrazem absorpcyjnym chmury termicznej lub kondensatu BE w zależności od rodzaju eksperymentu. Jest to zdjęcie destrukcyjne ze względu na rezonansowy charakter oddziaływania wiązki z atomami. Drugie zdjęcie wykonywane jest z włączoną wiązką obrazującą, ale bez obecności chmury (zdjęcie tła). Przy trzecim zdjęciu wiązka obrazująca jest wyłączona (*dark frame*). Jako wynik otrzymuje się mapę gęstości optycznej chmury, której analiza, opisana w rozdziale 10, umożliwia uzyskanie najważniejszych parametrów chmury, tj. liczby i gęstości atomów, temperatury oraz frakcji kondensatu. Przykładowe zdjęcia, uzyskane w czasie jednego pomiaru, przedstawia rys. 8.2.



Rys. 8.2: Zdjęcia z kamery CCD uzyskane w czasie jednego pomiaru. Od lewej: zdjęcie chmury, zdjęcie tła, zdjęcie ciemne, zdjęcie po odjęciu tła.

Część III

Przebieg eksperymentu i analiza wyników

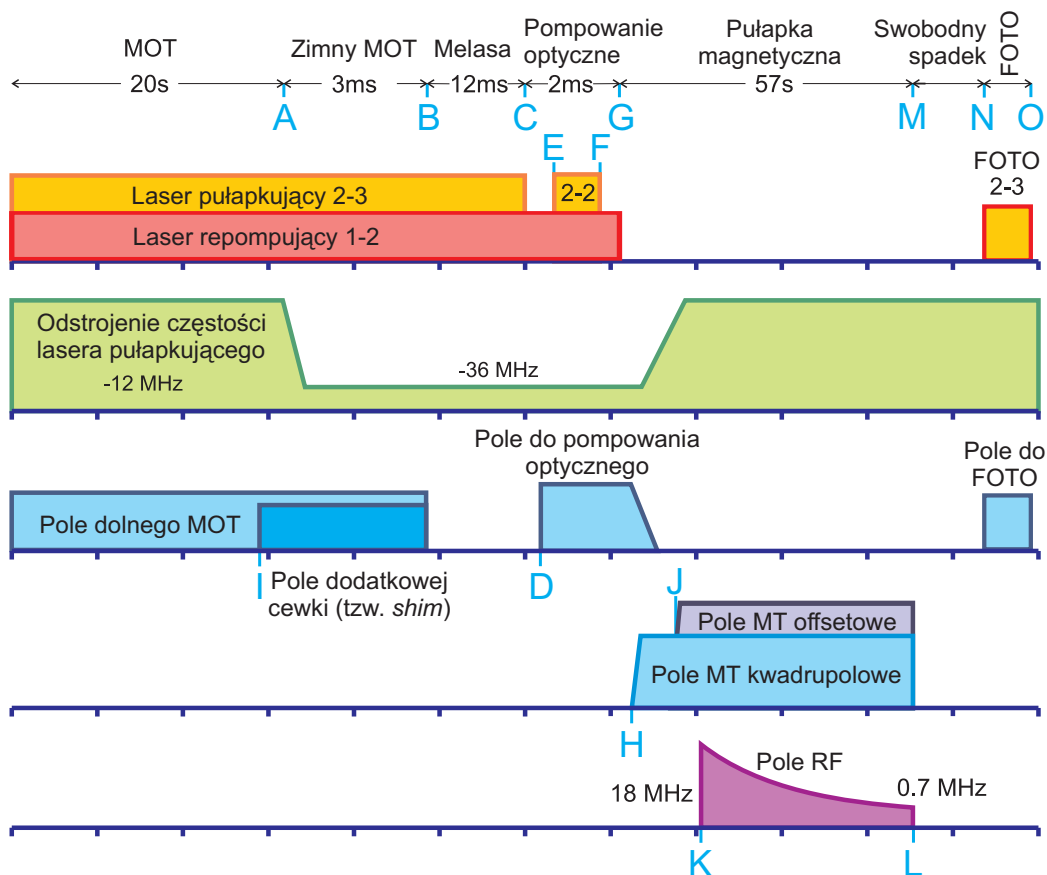
Rozdział 9

Przebieg eksperymentu

Każdy z eksperymentów z kondensatem Bosego-Einsteina składa się z kilku etapów, z których część jest wspólna dla wszystkich rodzajów eksperymentów, część natomiast jest modyfikowana w zależności od potrzeb. Przebieg eksperymentu mającego na celu wytworzenie kondensatu (lub chmury zimnych atomów tuż przed kondensacją), składa się z następujących części:

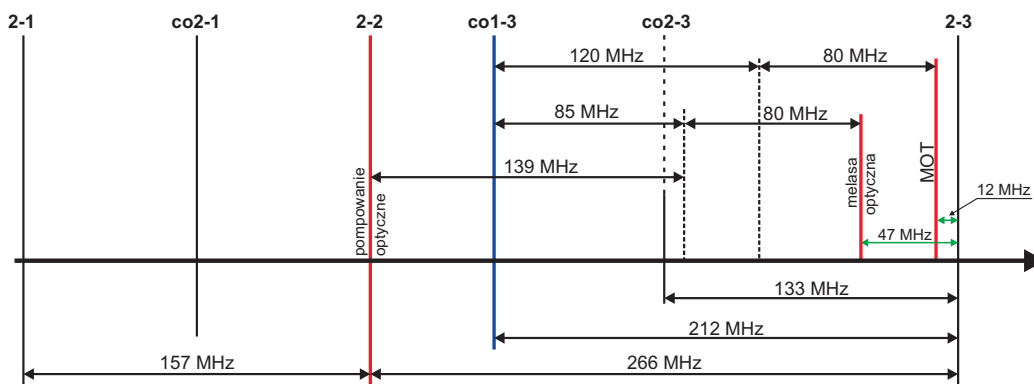
- ładowanie górnej pułapki MOT1,
- przeładowanie chmury z górnej do dolnej pułapki MOT2,
- przygotowanie do pułapkowania magnetycznego,
- pułapkowanie magnetyczne,
- odparowanie,
- wypuszczenie chmury z pułapki,
- zdjęcia.

Schematyczny przebieg eksperymentu w dolnej pułapce pokazuje rys. 9.1.



Rys. 9.1: Przebieg eksperymentu. Dwa górne przebiegi odnoszą się do działania laserów, dwa kolejne odpowiadają stanom pola magnetycznego, ostatni zaś pokazuje przebieg pola radiowego podczas odparowania.

W początkowej fazie w górnej pułapce MOT gromadzone są atomy rubidu, które uwalniane są z dyspensera na skutek przepływu prądu. W celu wytworzenia górnej pułapki MOT1 otwarte zostają przesłony 2.4 (wiązka chłodząco-pułapkująca) oraz 2.2 (wiązka repompująca) (por. rys. 7.6). Następnie ustawione zostają częstotliwości AOM1 i AOM3, odpowiednio 120 MHz i 80 MHz, co daje odstrojenie częstotliwości lasera chłodzącego od częstotliwości rezonansowej wynoszące 12 MHz (dwie szerokości naturalne przejścia) (por. rys. 9.2). Cewki wytwarzające pole kwadropolowe oraz cewki kompensacyjne górnej pułapki pozostają włączone cały czas.



Rys. 9.2: Schemat ukazujący częstotliwości modulacji wykorzystywane podczas eksperymentów. Na niebiesko zaznaczono przejście krzyżowe co1-3 wykorzystywane do stabilizacji lasera *master*. Kolorem czerwonym oznaczono częstotliwości wiązek laserowych podczas trwania pułapki MOT, melasy optycznej oraz pompowania optycznego. Strzałki w górnej części odpowiadają odstrojeniom częstotliwości lasera. Kolorem zielonym oznaczono odstrojenia od rezonansu podczas pułapki MOT oraz melasy optycznej. Strzałki w dolnej części pokazują odległości pomiędzy poziomami linii absorbcyjnej ^{87}Rb w skali częstotliwości (por. rys. 7.3).

Równocześnie z górną pułapką inicjowana jest dolna pułapka MOT2. W tym celu włącza się cewki wytwarzające pole pułapki. Następnie otwierane są przesłony 2.1 (wiązka pułapkująco-chłodząca) i 1.4 (wiązka repompująca) oraz ustawiana jest częstota AOM2 wynosząca 80 MHz, co daje odstrojenie lasera 12 MHz od rezonansu, podobnie jak w przypadku górnej pułapki MOT1. W tej fazie włączana jest też wiązka transferowa poprzez otwarcie przesłony 1.1 i ustawienie częstotliwości 96 MHz na AOM5. Odpowiada to odstrojeniu wiązki transferowej o 4 MHz w stronę niebieską od rezonansu. Częstota ta dobrana została eksperymentalnie tak, by transfer atomów pomiędzy pułapkami MOT był największy. Możliwy jest również transfer przy odstrojeniu w stronę czerwoną. Etap włączania obydwu pułapek MOT trwa 360 ms.

Transfer atomów pomiędzy pułapkami zajmuje 20 s. Po upływie tego czasu, w dolnej pułapce MOT2 znajduje się ok. 10^9 atomów, temperatura chmury wynosi ok. $500 \mu\text{K}$, a jej maksymalna gęstość jest rzędu 10^{11} cm^{-3} . Po zakończeniu transferu górna pułapka MOT1 zostaje wyłączona poprzez zmianę częstotliwości na AOM3 oraz zamknięta zostaje przesłona

1.1 wiązki transferowej.

W kolejnej fazie przygotowywany jest układ sterowania polem pułapki magnetycznej MT. W tym celu ustawiane są ograniczenia prądowe i napięciowe oraz napięcia na poszczególnych kluczach elektronicznych (por. rys. 5.7).

Dalsze chłodzenie spuławkowanej chmury ilustruje rys. 9.1. Po załadowaniu dolnej pułapki MOT2 realizowane są następujące po sobie dwie fazy: "zimna" pułapka MOT oraz melasa optyczna. W pierwszej z nich (*cold MOT*), zaznaczonej na rys. 9.1 jako A-B, wiązki laserowe są odstrajane na 3 ms z dotychczasowej częstości (2Γ od rezonansu), na częstość odległą o 8Γ od częstości rezonansowej. Przez następne 12 ms (B-C) pole magnetyczne dolnej pułapki MOT2 pozostaje wyłączone, odstrojenie wiązki chłodzącej od rezonansu wynosi 8Γ , a atomy znajdują się w fazie tzw. melasy optycznej (*optical molasses*). W fazie tej ruch atomów jest analogiczny do ruchu w ośrodku lepkim, ze względu na proporcjonalność tzw. "siły spontanicznej" działającej na atomy do ich prędkości. Nazwa melasa optyczna została wprowadzona po raz pierwszy w pracy [73].

Podczas melasy chmura nie jest puławkowana zatem następuje jej ekspansja, lecz ze względu na bardzo niską temperaturę (ok. $10\ \mu\text{K}$), jest ona zaniedbywalna. Na końcu fazy melasy optycznej (C) zostają wyłączone puławkująco-chłodzące wiązki laserowe.

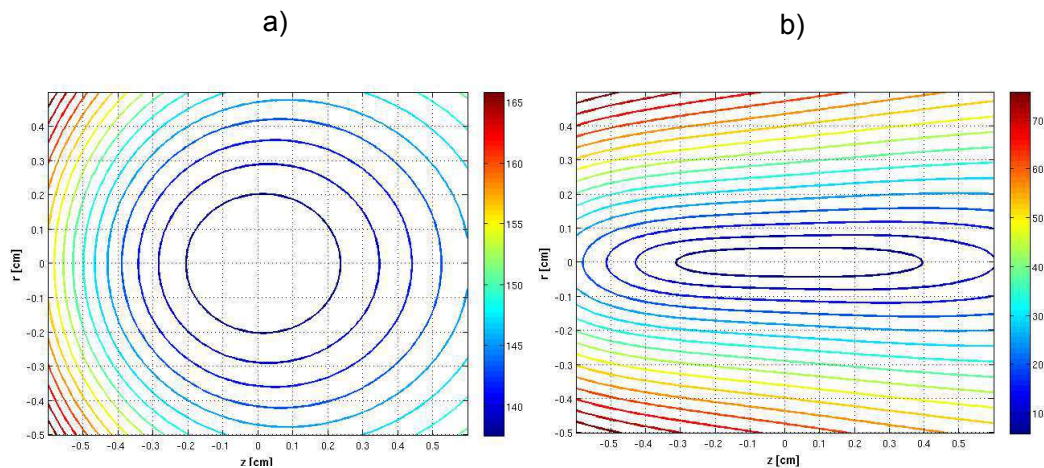
W trwającym 2 ms etapie C-G następuje pompowanie optyczne atomów do stanu $|F = 2, m_F = 2\rangle$, który został wybrany spośród możliwych stanów puławkowalnych. Po wyłączeniu wiązek puławkująco-chłodzących wiązka repompująca równomiernie populuje pięć stanów nadsubtelnych poziomu $F=2$. Następnie, po 2 ms od momentu wyłączenia wiązek, w chwili D włączane jest słabe pole magnetyczne (ok. 1G) o kierunku zgodnym z kierunkiem wiązki pompującej, a przez ok. 1 ms między E i F chmura naświetlana jest krótkim impulsem laserowym o mocy $3,4\ \text{mW}/\text{cm}^2$ i polaryzacji σ^+ . Częstość impulsu dostrojona jest do przejścia $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$. Po impulsie przesłaniana jest wiązka repompująca (G). Taki schemat pompowania umożliwia maksymalne obsadzenie pożąda-

nego stanu $|F = 2, m_F = 2\rangle$.

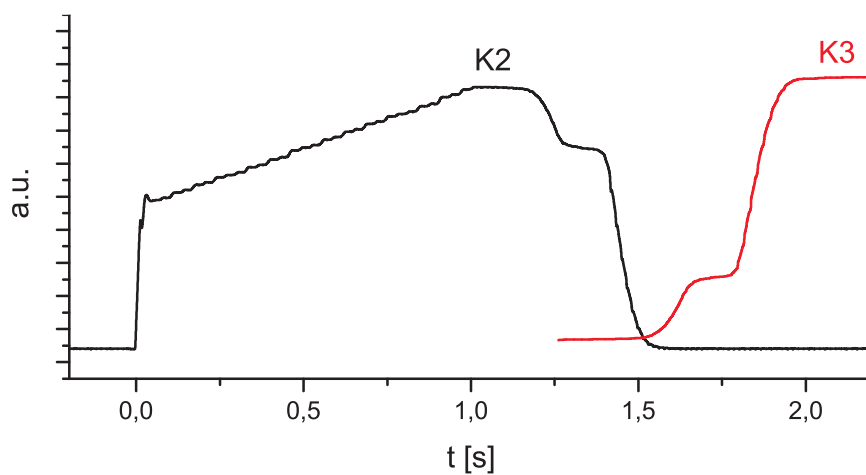
Po zakończeniu pompowania optycznego wiązki laserowe zostają zasłonięte poprzez przesłonkę główną 2.4 i włączana jest pułapka magnetyczna MT (H). Ten etap wymaga znacznej uwagi. Istotne jest, aby narastanie pola magnetycznego odbywało się płynnie oraz aby początkowy kształt pułapki magnetycznej dobrze odpowiadał kształtowi chmury. Wszelkie nagłe zmiany pola związane z niestabilną pracą zasilaczy mogłyby powodować straty atomów w pułapce (grzanie parametryczne) [74].

Inna przyczyna strat wynika z niezrównania środka potencjału pułapki magnetycznej ze środkiem masy chmury atomowej i wzbudzenia silnych oscylacji chmury, co skutkuje jej podgrzaniem. Względne przesunięcie środków pułapki magnetycznej i chmury (tzw. *gravitational sag*) wynosi ok. 3 mm. Aby zapobiec temu niekorzystnemu efektowi, przed fazą zimnej pułapki MOT włączane jest dodatkowe niejednorodne pole magnetyczne (*shim field*) w kierunku pionowym (I), które w połączeniu z wiązkami pułapkująco-chłodzącymi wywiera na atomy w chmurze siłę skierowaną ku dołowi. Źródłem pola jest dodatkowa cewka usytuowana pod komorą kwarcową. Wartość prądu płynącego w cewce dobrana jest tak, aby zapewnione było optymalne przeładowanie chmury z pułapki magnetoptycznej do magnetycznej, które wynosi ok. 75%.

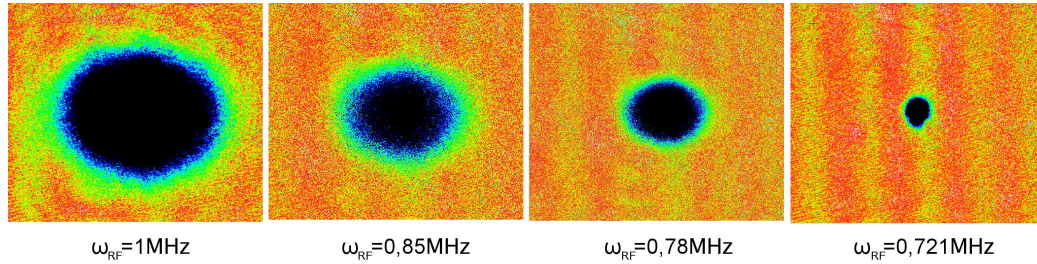
Włączanie pola pułapki MT odbywa się w kilku etapach. Najpierw otwierany jest klucz K1 (por. schemat 5.7) (H), który powoduje włączanie pola wytwarzanego przez cewki stożkowe (por. rys. 5.4a). Chmura przyjmuje kształt sferyczny (por. rys. 9.3a). Następnie, w czasie 450 ms otwierany jest klucz K3, a po nim przez 150 ms zamykany jest klucz K2. Sygnały sterujące kluczami sterownika pola magnetycznego pułapki zostały przedstawione na rys. 9.4. Otwarcie klucza K3 (J) powoduje narastanie jednorodnego pola wytwarzanego przez cewki offsetowe. Celem tego pola jest kompresja chmury, zmiana jej kształtu na cygaro-podobny oraz obniżenie potencjału pułapki do wartości ok. 1 G w centrum (por. rys. 9.3b). Zmiana kształtu jest istotna dla zapewnienia efektywnego chłodzenia



Rys. 9.3: Rozkłady pól magnetycznych w dwóch etapach powstawania pułapki MT (przekroje przez środek pułapki MT). a) Kwazisferyczny rozkład pola magnetycznego po włączeniu cewek stożkowych (otwarcie klucza K1 (por. schemat. 5.7). b) Cygarowaty rozkład pola w pułapce MT po dodatkowym włączeniu cewek offsetowych (otwarcie klucza K3 i zamknięcie K2). Oprócz zmiany kształtu można zaobserwować zmniejszenie wartości pola magnetycznego (skale kolorów po prawej stronie obydwu rozkładów wyrażone są w gaussach).



Rys. 9.4: Sygnały sterowania polem magnetycznym pułapki MT. Zmiany napięcia na tranzystorach K2 (kolor czarny) i K3 (kolor czerwony). Spadek napięcia na tranzystorze K2 i wzrost napięcia na K3 powoduje wzrost natężenia prądu płynącego przez cewki offsetowe (por. rys. 5.7).



Rys. 9.5: Zdjęcia zrobione w czasie kolejnych etapów odparowania. Pierwsze trzy zdjęcia od lewej przedstawiają coraz zimniejszą chmurę termiczną. Ostatnie zdjęcie z prawej przedstawia BEC. Wszystkie zdjęcia zostały wykonane po czasie 15 ms swobodnego spadku chmury po wypuszczeniu z pułapki MT. Pod każdym ze zdjęć umieszczona została końcowa wartość częstości pola radiowego ω_{RF} .

w ostatnim etapie przed kondensacją, którym jest odparowanie oraz dla osiągnięcia niskiej, ale niezerowej wartości minimum pola. Po optymalnym przeładowaniu chmury do pułapki magnetycznej, jej temperatura wynosi $100 \mu\text{K}$, gęstość 10^{12} cm^{-3} , a liczba atomów w pułapce jest rzędu 10^8 .

Ostatnim etapem chłodzenia chmury atomowej jest odparowanie (K-L), polegające na usuwaniu z pułapki atomów o najwyższych energiach (prędkościach). Odbywa się to poprzez indukowanie wymuszonych przejść do niepułapkowanych stanów zeemanowskich poprzez emisję pola radiowego RF. Emiterem jest opisana wcześniej antena położona blisko kuwety. Czasowy przebieg częstości emitowanych fal RF przedstawiony został na rys. 6.2. Po zakończeniu ostatniego przebiegu, fale RF o częstotliwości końcowej (ok. $0,7 \text{ MHz}$) są jeszcze emitowane przez 1 s w celu zapewnienia równowagi termodynamicznej w chmurze, a następnie pułapka magnetyczna jest wyłączana przez klucz K1.

Po wyłączeniu pułapki magnetycznej (L) chmura atomów swobodnie opada przez określony czas (M-N) - zazwyczaj od 10 ms do 25 ms, po którym wykonywane jest zdjęcie (N-O). W czasie swobodnego spadku chmura ekspanduje, zwiększając swoje rozmiary i zmniejszając gęstość. Jest to konieczne w celu efektywnego obrazowania opisanego w rozdziale 10. Procedura obrazowania chmury wiąże się z ponownym otwarciem głów-

nej przesłony 2.4 oraz przesłony wiązki obrazującej 1.2. Otwierana jest przesłona kamery CCD oraz włączane jest niewielkie pole magnetyczne w kierunku wiązki obrazującej.

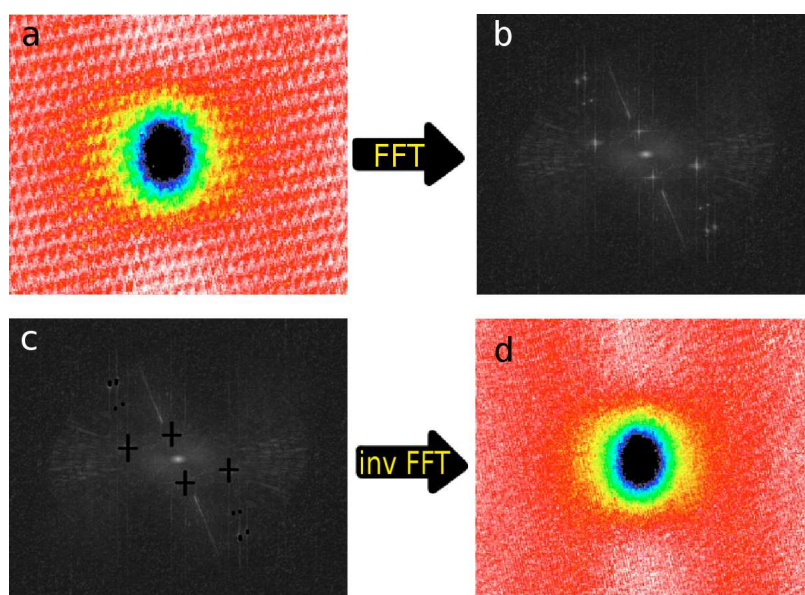
Rozdział 10

Analiza zdjęć

Ze względu na ekstremalnie niską temperaturę kondensatu Bosego-Einsteina, metody bezpośredniej detekcji oparte na kontakcie układu z instrumentem pomiarowym są wykluczone. W celu dokonania pomiaru należy posłużyć się metodami pośrednimi, które podzielić można na dwie grupy: metody niedestrukcyjne, zaburzające układ w nieznacznym stopniu oraz destrukcyjne, niszczące go w czasie każdego pomiaru. Do pierwszej grupy zaliczyć można metodę kontrastu fazowego [39] oraz kontrastu polaryzacyjnego [3].

W naszym układzie eksperymentalnym wykorzystywana jest metoda obrazowania absorpcyjnego, która należy do metod destrukcyjnych. Zaletą tej metody jest jej prostota i wysoka jakość otrzymywanych zdjęć. Wszelkie informacje na temat kondensatu Bosego-Einsteina otrzymywane są poprzez analizę zdjęć wykonanych po wypuszczeniu kondensatu z pułapki magnetycznej. Czas upływający pomiędzy wyłączeniem pułapki a zrobieniem zdjęcia (TOF - *time of flight*) wynosi w naszym układzie do 28 ms (dłuższe czasy są niemożliwe ze względu na ograniczoną powierzchnię matrycy CCD).

Każde zdjęcie niszczy kondensat, zatem w celu otrzymania wiarygodnych danych o niskiej niepewności pomiarowej stosuje się technikę wielu powtarzanych w tych samych warunkach eksperymentów. Następnie do serii uzyskanych wyników stosuje się metody



Rys. 10.1: Wynik transformacji fourierowskiej zastosowanej w celu usunięcia struktury prążków. a) Zdjęcie z prążkami. b) Mapa częstości przestrzennych po transformacji Fouriera. c) Zaznaczenie obszaru odpowiadającego strukturze prążków. d) Zdjęcie po odwrotnej transformacji Fouriera.

statystyczne.

Jak widać na rys. 10.1a, każde ze zdjęć zniekształcone jest dodatkową strukturą prążków, przypominającą strukturą interferencyjną. Prawdopodobną przyczyną powstawania owej struktury jest interferencja wiązki obrazującej na matrycy CCD. Mała zmiana warunków w układzie w czasie 5 s pomiędzy dwoma zdjęciami powoduje, że prążki interferencyjne nie odejmują się całkowicie. Struktura prążków zaburza prawidłowy obraz więc konieczne jest jej odjęcie. W tym celu wykorzystywana jest procedura transformacji Fouriera (FFT), która pozwala otrzymać mapę częstości odpowiadających zdjęciu. Następnie eliminowane są częstości odpowiadające niekorzystnej strukturze, a następnie wykonywana jest odwrotna transformacja Fouriera. Powyższe operacje realizowane są za pomocą programu ImageJ [75].

Podstawowe metody, używane w analizie zdjęć chmur atomowych, opierają się na wykorzystaniu znanych rozkładów gęstości atomów i dopasowaniu ich do otrzymanych

profilu absorpcyjnych. Jako wynik detekcji CCD otrzymuje się dwuwymiarowy rozkład gęstości optycznej chmury atomowej odzwierciedlający rzeczywisty rozkład gęstości atomów w naświetlanej chmurze.

Jednym z głównych problemów w analizie zdjęć jest fakt współistnienia w chmurze dwóch frakcji: atomów zdegenerowanych (kondensat BE) oraz atomów niezdegenerowanych, stanowiących tzw. frakcję termiczną. Wielkość frakcji atomów niezdegenerowanych jest zależna od temperatury i wraz z nią maleje, jednak nie znika całkowicie. Ze względu na obecność oddziaływań pomiędzy atomami zdegenerowanymi, frakcja termiczna jest obecna, i nawet w przypadku kondensatów uważanych za "czyste" wynosi nieco poniżej 1% wszystkich atomów [76]. W przypadku silnych oddziaływań cząstek tworzących kondensat BE procent ten może być znaczny, np. dla ciekłego helu frakcja niezdegenerowana wynosi 92% [12]. W przypadku kondensatów BE metali alkalicznych do oszacowania stosunku obu frakcji używa się wzoru wynikającego z teorii Bogoliubova:

$$\frac{N_{th}}{N_0} = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \sqrt{na^3}. \quad (10.1)$$

Dla typowych gęstości $n \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ i długości rozpraszania a wynoszącej dla ^{87}Rb $98a_0$ (a_0 jest promieniem Bohra), otrzymuje się wynik ok. 0,6%.

Traktowanie profilu absorpcyjnego chmury częściowo zdegenerowanej, zwanej dalej bimodalnym, jako prostego złożenia dwóch profili absorpcyjnych, odpowiadających obydwu frakcjom, jest podejściem zbyt uproszczonym. Podejście takie prowadzi do wyników obarczonych błędem systematycznym, co pokazane zostało w pracy [77].

Dokładniejsza metoda polega na analizie jedynie tej części profilu absorpcyjnego części termicznej, która leży poza obszarem zdegenerowanym, na tzw. "skrzydłach" funkcji Gaussa [78]. Głównym mankamentem tej metody jest trudność w ocenie wielkości obszaru, który należy brać pod uwagę. Ponadto w przypadkach, gdy frakcja termiczna stanowi niewielką część chmury, metoda ta daje obrazy z niekorzystnie niskim stosunkiem sygnału

do szumu.

W rozwiniętej przez nasz zespół metodzie analizy zdjęć, rozwiązany został problem arbitralności wyboru obszaru, do którego dopasowywany jest rozkład termiczny Gaussa. Szczegółowy opis metody zamieszczony został w pracy [77].

Obraz uzyskiwany z kamery CCD stanowi dwuwymiarowy rozkład gęstości optycznej $OD(r, z)$, gdzie r i z są współrzędnymi odpowiednio: radialną (kierunek prostopadły do osi kondensatu) oraz aksjalną (kierunek zgodny z osią kondensatu). Gęstość optyczna OD zdefiniowana jest poprzez prawo Beer'a:

$$OD(r, z) = \ln \left(\frac{I_0}{I} \right), \quad (10.2)$$

gdzie I_0 oraz I są natężeniami wiązki obrazującej odpowiednio padającej na chmurę i rejestrowanej na matrycy CCD.

Uwzględniając natężenie tła (I_{dark}), otrzymujemy:

$$OD(r, z) = \ln \left(\frac{I_0 - I_{dark}}{I - I_{dark}} \right), \quad (10.3)$$

W kolejnym kroku uwzględniany jest wpływ efektu nasycenia przejścia obrazującego. Gęstość optyczna po uwzględnieniu tego efektu ma postać:

$$OD_n(r, z) = OD(r, z) + \left(1 - e^{-OD(r, z)} \right) \frac{I}{I_{sat}}, \quad (10.4)$$

gdzie natężenie nasycające przejście obrazujące (I_{sat}) wynosi:

$$I_{sat} = \frac{\hbar \omega^3 \Gamma}{12\pi c^2}. \quad (10.5)$$

W powyższym wzorze Γ jest szerokością naturalną przejścia. Dla przejścia $|2, 2\rangle \rightarrow |3, 3\rangle$ linii D_2 , używanego w naszym układzie, natężenie nasyceniowe wynosi 1,67 mW/cm² [79].

Dla dużych gęstości kondensatu, np. na początku ekspansji, możliwa jest całkowita absorpcja wiązki obrazującej, co również należy brać pod uwagę. Można poradzić sobie

z tym problemem poprzez odpowiednie odstrojenie wiązki obrazującej od częstości rezonansowej przejścia [70], poprzez wydłużenie czasu swobodnej ekspansji przed zdjęciem, albo przez wykorzystanie innej polaryzacji światła obrazującego (innej składowej zeemanskiej przejścia).

Gęstość optyczna jest ściśle związana z gęstością kolumnową $\tilde{n}$, czyli gęstością n scałkowaną wzdłuż kierunku wiązki obrazującej:

$$\tilde{n}(r, z) = \int n(x, z, r) dx = \frac{OD(r, z)}{\sigma_0}. \quad (10.6)$$

W powyższym wzorze σ_0 jest przekrojem czynnym na absorpcję światła i dla długości fali λ wynosi:

$$\sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi}. \quad (10.7)$$

W przypadku gdy temperatura chmury jest wyższa od temperatury krytycznej, rozkład gęstości optycznej jest rozkładem Gaussa:

$$OD_{th}(r, z) = OD_{th_{peak}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r-r_c}{\sigma_r} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{z-z_c}{\sigma_z} \right)^2 \right], \quad (10.8)$$

gdzie σ_r, σ_z są szerokościami połówkowymi gaussianu wzdłuż kierunków odpowiednio r i z , $OD_{th_{peak}}$ jest maksymalną gęstością optyczną, a r_c oraz z_c stanowią współrzędne środka profilu absorpcji.

Dla temperatur bliskich temperaturze krytycznej, istotne staje się obsadzenie stanu podstawowego. Profil absorpcji dla frakcji termicznej ulega wówczas modyfikacji. Z rozkładu Gaussa przechodzi w rozkład, w którym dominująca staje się dystrybucja Bosego (tzw. *Bose-enhanced distribution*) [78, 80]:

$$OD_{BoseEnh}(r, z) = \frac{g_2 \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r-r_c}{\sigma_r} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{z-z_c}{\sigma_z} \right)^2 \right] \right\}}{g_1(1)}, \quad (10.9)$$

gdzie

$$g_2(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{x^2}. \quad (10.10)$$

W praktyce do analizy zdjęć używane są trzy pierwsze wyrazy szeregu (10.10).

Dla frakcji zdegenerowanej, w przypadku dużej liczby atomów, właściwym rozkładem jest dystrybucja Thomasa-Fermiego (por. rozdz. 1.4.1):

$$OD_{TF}(r, z) = OD_{TF_{peak}} \max \left\{ 0, \left[1 - \left(\frac{r - r_c}{R_r} \right)^2 - \left(\frac{z - z_c}{R_z} \right)^2 \right] \right\}, \quad (10.11)$$

gdzie R_r i R_z są odpowiednio radialnym i osiowym promieniem Thomasa-Fermiego, natomiast $OD_{TF_{peak}}$ maksymalną gęstością optyczną frakcji skondensowanej.

Dla niewielkich kondensatów przybliżenie Thomasa-Fermiego jest nieprawdziwe (por. rozdz. 1.4.1). Wówczas z powodzeniem stosować można rozkład Gaussa [78].

Wszystkie zdjęcia wykonywane są po czasie t od wypuszczenia chmury z pułapki magnetycznej. Znając rozkład gęstości optycznej po czasie t , można odtworzyć warunki jakie panowały w chmurze uwięzionej w pułapce. Temperatura chmury w pułapce może być obliczona w następujący sposób [81]:

$$T = \frac{2\tau_z^2}{1 + 3\tau_z^2} T_r + \frac{1 + \tau_z^2}{1 + 3\tau_z^2} T_z, \quad (10.12)$$

gdzie $\tau_i = \omega_i t$ dla $i = r, z$, natomiast T_r i T_z są temperaturami efektywnymi chmury w kierunkach odpowiednio radialnym i osiowym, obliczonymi według następującego wzoru:

$$T_i = \frac{m}{2k_B} \frac{\omega_i^2 \sigma_i^2(t)}{1 + \tau_i^2}, \quad i = r, z. \quad (10.13)$$

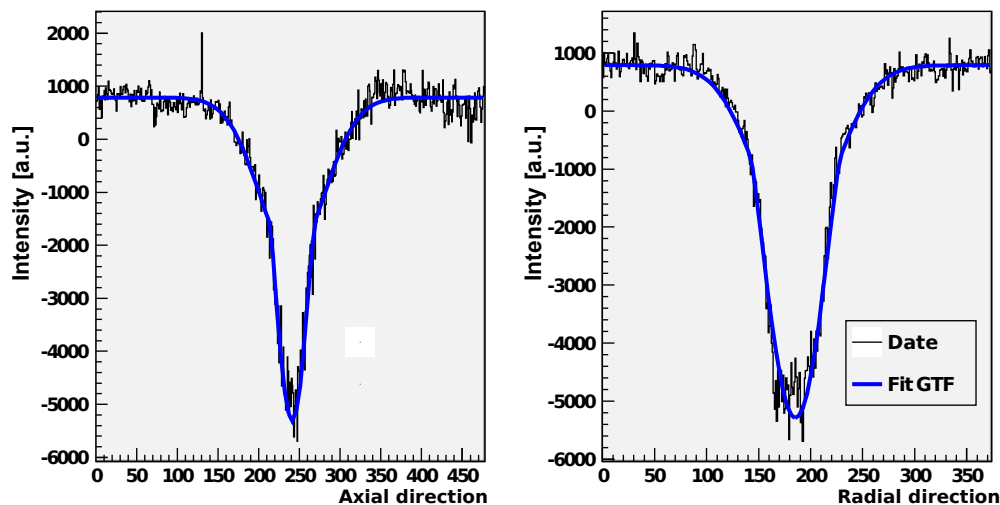
Liczbę atomów w chmurze oblicza się jako całkę po powierzchni obrazowanej S_{abs} z gęstości kolumnowej (10.6):

$$N = \int_{S_{abs}} \tilde{n}(r, z) dS. \quad (10.14)$$

Wyniki otrzymane dla frakcji odpowiednio termicznej i zdegenerowanej, są następujące:

$$N_{th} = (2\pi)^{3/2} \frac{OD_{th_{peak}}}{\sigma_0} \sigma_r^2(t) \sigma_z(t), \quad (10.15)$$

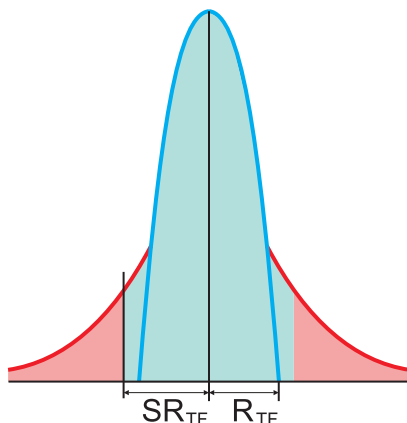
$$N_0 = \frac{8}{15} \pi \frac{OD_{TF_{peak}}}{\sigma_0} R_r^2(t) R_z(t). \quad (10.16)$$



Rys. 10.2: Przekroje absorpcyjne chmury wzdłuż kierunków osiowego i radialnego, przeprowadzone przez środek chmury częściowo zdegenerowanej, gdzie gęstość optyczna osiąga maksimum. Kolorem czarnym zostały wykreślone dane pomiarowe, do których dopasowano sumę rozkładów Gaussa i Thomasa-Fermiego (krzywa niebieska). Obrazek pochodzi z programu stosowanego do analizy zdjęć chmur częściowo skondensowanych (rozkładów bimodalnych).

W przypadku chmury jednorodnej, zawierającej atomy termiczne bądź zdegenerowane, dopasowanie dwuwymiarowych rozkładów (10.8) lub (10.11) do profilu absorpcji jest stosunkowo proste.

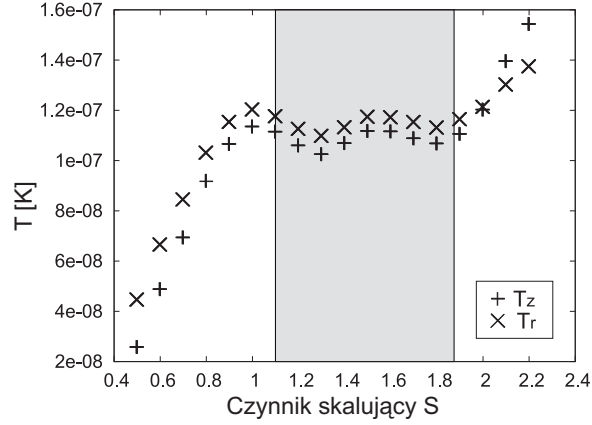
W przypadku, gdy mamy do czynienia z rozkładem bimodalnym, wówczas zarejestrowany na matrycy CCD obraz składa się z dwóch obszarów. W obszarze zewnętrznym znajdują się jedynie atomy w stanie niezdegenerowanym, wewnątrz natomiast, obecne są obydwie frakcje. Ponadto w wewnętrznym obszarze, blisko granicy pomiędzy obydwoimi obszarami, zaburzony jest profil gęstości ze względu na oddziaływania istniejące pomiędzy obydwiema frakcjami. W celu uwzględnienia tego efektu niezbędny jest odpowiedni algorytm analizy profilu absorpcji chmury bimodalnej. Przykładowe przekroje przez centrum rozkładu bimodalnego pokazuje rys. 10.2.



Rys. 10.3: Rozkład bimodalny odpowiadający przekrojowi profilu absorpcji chmury. Widoczne są dwie frakcje: centralna – zdegenerowana (obszar niebieski) oraz zewnętrzna – termiczna (obszar czerwony). Na rysunku zaznaczono promień Thomasa-Fermiego (R_{TF}) oraz promień odpowiadający obszarowi, który jest wykluczany przy analizie frakcji termicznej. Promień ten wynosi (SR_{TF}), gdzie S jest parametrem skalującym, dobieranym osobno dla każdego zdjęcia.

Algorytm ten składa się z kilku kroków. Najpierw wyznaczany jest obszar zajmowany przez kondensat oraz obszar go otaczający. W tym celu dystrybucję bimodalną przybliża się przez sumę rozkładów (10.8) i (10.11) i dopasowuje się do profilu absorpcji chmury. Uzyskuje się w ten sposób jako parametry dopasowania wartości R_r oraz R_z , będące promieniami kondensatu w kierunku radialnym i osiowym. Tym samym wyodrębniony zostaje obszar zajmowany przez część zdegenerowaną.

Aby uwzględnić zaburzenia w rozkładzie gęstości, wynikające z oddziaływań, obszar wyodrębniony jest z pewnym marginesem. Promienie tego obszaru są nieco większe od promieni Thomasa-Fermiego i wynoszą SR_r i SR_z (por. rys. 10.3), gdzie S jest parametrem, którego wartość dobierana jest według pewnej procedury, nadającej naszej metodzie analizy zdjęć walor kalibracji. Wyznaczenie optymalnej wartości S jest niezwykle ważne. Z jednej strony zbyt mała wartość S powoduje powstanie systematycznego błędu związanego z uwzględnianiem obszaru granicznego pomiędzy frakcjami. Z kolei zbyt duża wartość S prowadzi do niekorzystnego stosunku sygnału do szumu. Na wykresie rys. 10.4



Rys. 10.4: Zależność temperatury chmury od wyboru czynnika skalującego S . Szarym kolorem zaznaczono zakres wartości parametru S , w którym temperatura zmienia się bardzo nieznacznie. T_r i T_z odpowiadają temperaturze wyznaczonej odpowiednio z przekroju w kierunku radialnym i osiowym (por. rys. 10.2). Zależność pochodzi z pracy [77].

pokazane są wyniki zależności temperatur chmury obliczone dla tych samych warunków eksperymentalnych, lecz dla różnych wartości parametru S . Jak widać, dla pewnego zakresu S , temperatura jest ta sama (w granicy jednego odchylenia standardowego). Dla $S < 1$ temperatura jest niedoszacowana, natomiast dla $S > 1,8$ otrzymuje się niepoprawne rezultaty ze względu na fakt, że w tym obszarze poprawną analizę uniemożliwia niski stosunek sygnału do szumu.

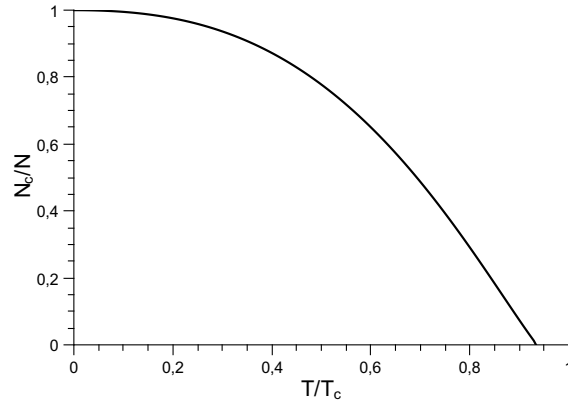
Przy wyborze właściwej wartości parametru S pomocna jest krzywa przejścia fazowego gazu w stan kondensatu, przedstawiona na rys. 10.5. Krzywa ta jest wykresem zależności pomiędzy frakcją kondensatu N_0/N , a temperaturą zredukowaną, zdefiniowaną jako T/T_c , gdzie:

$$\frac{N_0}{N} = \frac{N_0}{N_0 + N_{th}}, \quad (10.17)$$

a temperatura krytyczna wynosi:

$$T_c = \frac{\hbar}{k_B} \left(\frac{N\omega_r^2\omega_z}{1,202} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (10.18)$$

Krzywa ta została otrzymana w przybliżeniu pół-idealnym (por. str. 34), w którym zależ-



Rys. 10.5: Krzywa przejścia fazowego w stan BEC. Zależność frakcji skondensowanej od temperatury zredukowanej w modelu pół-idealnym (10.19). Dzięki uwzględnieniu oddziaływań międzyatomowych w tym modelu, krzywa nie osiąga temperatury krytycznej T_c odpowiadającej przybliżeniu idealnemu. Oznacza to, że rzeczywista temperatura, w której rozpoczyna się kondensacja BE, jest nieco niższa niż przewidywana w modelu gazu idealnego.

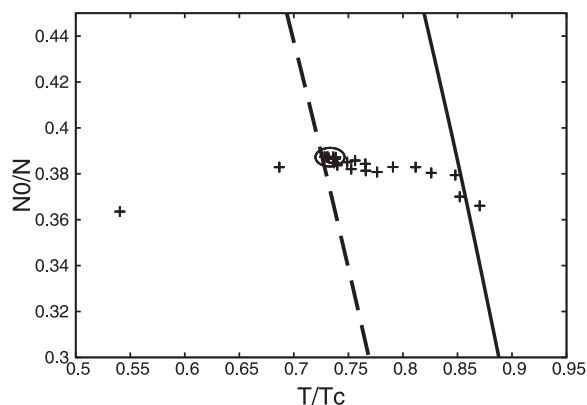
ność (10.17) przybiera postać

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3 - \eta \frac{\zeta(2)}{\zeta(3)} \left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3\right]^{2/5}, \quad (10.19)$$

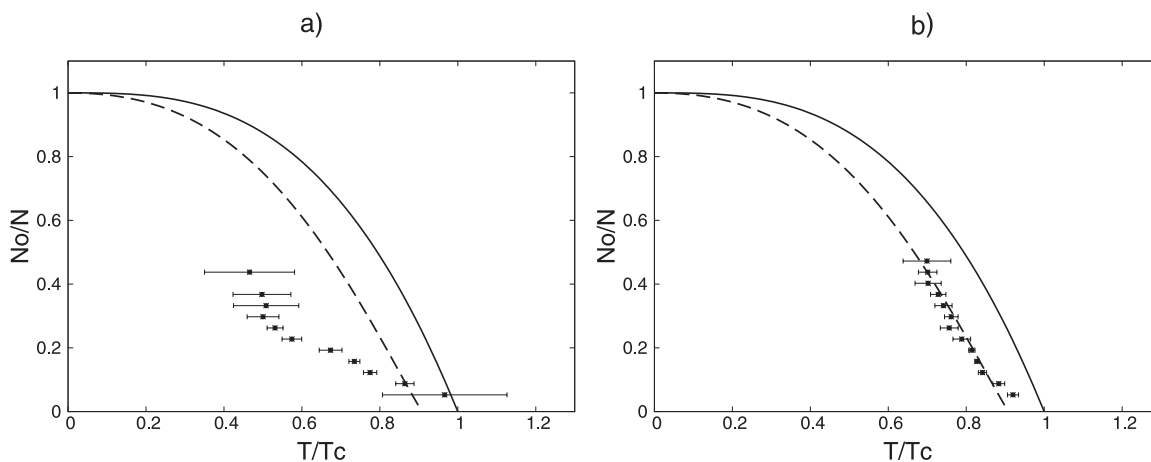
(por. 1.58).

Na rys. 10.6 zaznaczono punkty, otrzymane przy zastosowaniu omawianego algorytmu dla tego samego zdjęcia, przy doborze różnych wartości parametru S . Wartości te zmieniają się co 0,1 od 0,8 do 3. W pobliżu krzywej widać zgrupowanie punktów (zakreślone elipsą), które odpowiada koncentracji punktów wokół najbardziej optymalnej wartości parametru S . Jako wartość prawidłowa wybierana jest ta, która odpowiada punktowi leżącemu w środku zagęszczenia punktów.

Na rys. 10.7 przedstawione zostały wyniki otrzymane z zastosowaniem najprostszej metody analizy profilu bimodalnego, którą jest dopasowanie do profilu sumy rozkładów Gaussa i Thomasa-Fermiego oraz wyniki otrzymane przy zastosowaniu metody omawianej. Porównanie obydwu wykresów przemawia jednoznacznie na korzyść opisaną w ni-



Rys. 10.6: Metoda doboru wartości czynnika skalującego S . Wykres przedstawia powiększoną zależność frakcji atomów skondensowanych od temperatury zredukowanej. Punkty odpowiadają wartościom uzyskanym dla różnych wartości czynnika skalującego S z zakresu od 0.8 do 3.0. Elipsą zaznaczono zgrupowanie dziewięciu punktów dla których zależność od wartości S jest najslabsza (por. rys. 10.4). Linia ciągła odpowiada przejściu fazowemu gazu idealnego i dana jest równaniem (1.56), linia przerywana otrzymana została metodą pół-idealną (por. wzór (1.58)). Dane zostały zaczerpnięte z publikacji naszej grupy [77].



Rys. 10.7: Porównanie wyników otrzymanych przy użyciu różnych procedur analizy danych. a) Zastosowano dopasowanie do rozkładu bimodalnego sumy rozkładów Gaussa i Thomasa-Fermiego. b) Zastosowano metodę analizy danych omówioną w niniejszej pracy. Oznaczenia linii ciągłych i przerywanych są takie same jak na poprzednim rysunku. Dane pochodzą z pracy [77].

niejszej pracy metody analizy danych. Szczegółowe porównanie z innymi metodami można znaleźć w pracy [77].

Po dobraniu wartości parametru S i usunięciu obszaru kondensatu BE, w profilu absorpcji pozostaje jedynie obszar, odpowiadający atomom z frakcji termicznej. Można zatem stosować profil (10.9) (w praktyce wystarczają pierwsze trzy wyrazy rozwinięcia). Jako wartości parametrów dopasowania otrzymuje się w ten sposób liczbę atomów N_{th} oraz temperaturę T_{th} frakcji termicznej.

Następnym krokiem algorytmu jest odjęcie od początkowego rozkładu bimodalnego otrzymanej dystrybucji, odpowiadającej wyłącznie atomom niezdegenerowanym. Wynikiem jest profil odzwierciedlający absorpcję w kondensacie. Do profilu tego dopasowywany jest rozkład (10.11) metodą najmniejszych kwadratów. W ten sposób otrzymuje się liczbę atomów w kondensacie N_c oraz rzeczywiste promienie Thomasa-Fermiego R_r i R_z .

Wszystkie obliczenia, związane z kolejnymi etapami dopasowywania profilu absorpcyjnego, wykonywane są przy użyciu procedur ROOT biblioteki Minuit [82].

Część IV

Wyniki pomiarów

Rozdział 11

Swobodny spadek czystego kondensatu BE

Przy użyciu aparatury opisanej w rozdziale II zostały wykonane pomiary parametrów kondensatu BE podczas jego swobodnej ekspansji po wypuszczeniu z pułapki MT. Wyniki tych pomiarów można podzielić na dwie kategorie. Do pierwszej należy zaliczyć pomiary kształtu kondensatu BE w czasie ekspansji w przypadku zarówno częściowej jak i całkowitej kondensacji. Wyniki te zostały przedstawione w podrozdziałach 11.1 oraz 11.2.

Zachowanie kondensatu BE po wypuszczeniu z pułapki zależy od kilku czynników, z których najważniejszymi są kształt potencjału pułapkującego, liczba atomów w kondensacie BE oraz stosunek liczby atomów w kondensacie BE do liczby atomów frakcji nieskondensowanej (zwany dalej stosunkiem frakcji). W niniejszej pracy główny nacisk został położony na zbadanie wpływu ostatniego z powyższych czynników na parametry kondensatu BE podczas jego swobodnego spadku po opuszczeniu pułapki MT.

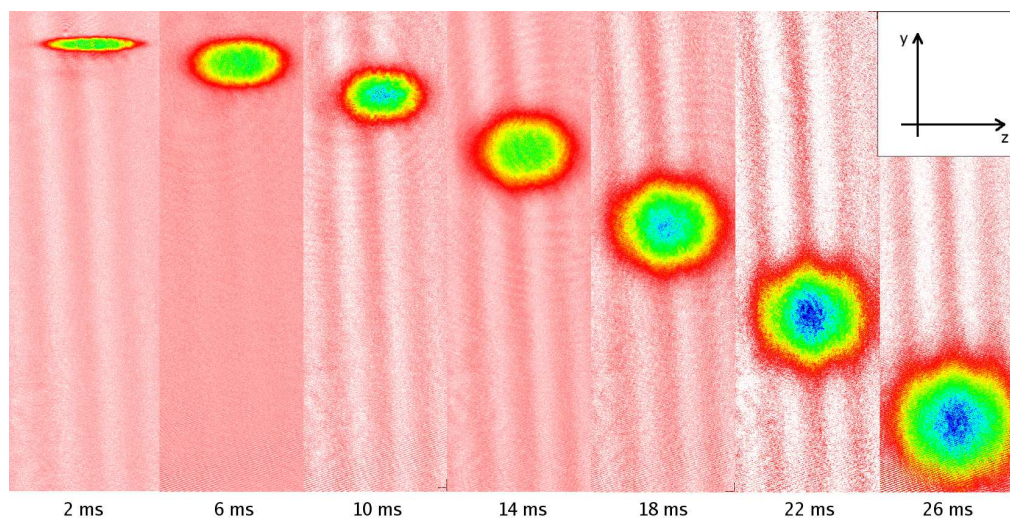
11.1 Ekspansja czystego kondensatu BE

Ekspansja kondensatu BE znacznie różni się od ekspansji niezdegenerowanej chmury zimnego gazu atomowego. Różnice te można zauważyć przy analizie zmiany kształtu chmury podczas jej spadku swobodnego.

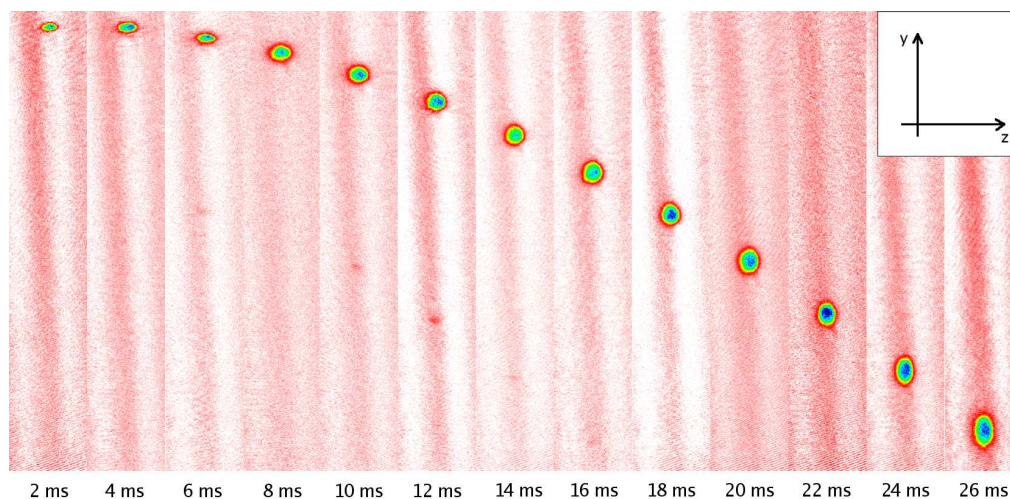
Na rys. 11.1 i rys. 11.2 przedstawione zostały serie zdjęć wykonanych w obydwu przypadkach. Zdjęcia te przedstawiają chmurę nieskondensowaną (rys. 11.1) oraz kondensat BE (rys. 11.2) w kolejnych fazach swobodnego spadku po wyłączeniu potencjału pułapkującego. W obydwu przypadkach potencjał ten był taki sam. Wartości parametrów charakteryzujących potencjał pułapkujący wynosiły $\omega_r = 2\pi \cdot 209,6$ Hz (częstość radialna) oraz $\omega_z = 2\pi \cdot 11,6$ Hz (częstość osiowa). Zdjęcia wykonane są w tej samej skali. Ze względu na znacznie większe rozmiary chmury termicznej w stosunku do BEC, jej zdjęcia zostały zaprezentowane w większych odstępach czasowych (co 4 ms), natomiast kondensat BE prezentowany jest w odstępach 2 ms.

Jak wynika z jakościowej analizy zdjęć, kształty obydwu chmur zmieniają się odmiennie. Zarówno chmura termiczna jak i BEC przyjmują początkowo kształt wydłużony w kierunku poziomym. Po wyłączeniu pola pułapki MT chmura termiczna asymptotycznie zmienia kształt na kulisty, natomiast kondensat BE przechodzi przez fazę kuli (ok. 15 ms swobodnego spadku), a następnie przyjmuje kształt wydłużony w kierunku pionowym.

Na zdjęciach chmura jest pokazana dwuwymiarowo (w płaszczyźnie yz zgodnie z oznaczeniami przyjętymi na rys. 2.1). Ze względu na symetrię potencjału pułapki w kierunkach x i y , chmura termiczna jak i BEC wykazują w tych kierunkach symetrię. Można zatem stwierdzić, że kondensat BE po odpowiednio długim czasie ekspansji przyjmuje kształt dysku widzianego z boku. Stosując nomenklaturę powszechnie stosowaną w publikacjach można powiedzieć, że kształt BEC zmienia się w czasie swobodnego spadku z cygaro-podobnego w naleśniko-podobny.



Rys. 11.1: Zdjęcia niezdegenerowanej chmury atomów ^{87}Rb wykonane w różnych czasach swobodnego spadku po wypuszczeniu chmury z pułapki MT. Czasy swobodnego spadku zaznaczono poniżej zdjęć. Liczba atomów w chmurze mieści się w przedziale od ok. 8 mln do ok. 10 mln. Początkowo spłaszczona w potencjale pułapkującym chmura ekspanduje przybierając kształt kulisty.



Rys. 11.2: Zdjęcia kondensatu Bosego-Einsteina ^{87}Rb wykonane w różnych czasach swobodnego spadku po wypuszczeniu chmury z pułapki MT. Czasy swobodnego spadku zaznaczono poniżej zdjęć. Początkowo spłaszczony BEC wydłużony w kierunku poziomym ekspandując zmienia kształt na kulisty (ok. 15 ms po wypuszczeniu z pułapki MT), a następnie ulega wydłużeniu w kierunku pionowym. Zdjęcia przedstawiają kondensaty BE o liczbie atomów od ok. 250 tys. do ok. 300 tys.

Przy porównaniu ekspansji chmur będących w różnym stopniu kondensacji pomocnym parametrem jest stosunek rozmiaru poprzecznego chmury nieskondensowanej lub BEC (podwójny promień radialny) do rozmiaru podłużnego (podwójny promień w kierunku osiowym)

$$AR = \frac{R_y}{R_z}, \quad (11.1)$$

przy czym w praktyce za promienie R_y oraz R_z przyjmuje się szerokości odpowiednich rozkładów Gaussa (1.30) lub Thomasa-Fermiego (1.47).

Na wykresie 11.3 przedstawione zostały wyniki zależności AR od czasu swobodnego spadku dla BEC (AR_{BEC}) oraz chmury termicznej (AR_{term}) odpowiadające zdjęciom przedstawionym na rys. 11.1 i rys. 11.2. Dla krzywej odpowiadającej ekspansji chmury termicznej (krzywa niebieska) można zaobserwować asymptotyczne dążenie do kształtu w przybliżeniu sferycznego. Zachowanie takie odpowiada izotropowemu rozkładowi pędów początkowych w chmurze (por. wzór (2.8)).

Bardziej wnikliwa analiza prowadzi do wniosku, że wartość AR_{term} dla długich czasów ekspansji przekracza wartość $AR_{term} = 1$. Do wyników została dopasowana krzywa o równaniu $AR_{term} = (11,6 + 58t)/(209,6 + 54t)$, z którego wynika, że $AR_{term} \rightarrow 1,074$. Tej granicznej wartości odpowiada przerywana linia zielona.

Fakt, że w przypadku chmury termicznej wartość AR_{term} przekracza 1 można tłumaczyć oddziaływaniami międzyatomowymi w pierwszych chwilach ekspansji, kiedy gęstość chmury jest jeszcze duża. Wówczas na atomy działa siła proporcjonalna do gradientu gęstości. Energia związana z tym oddziaływaniem prowadzi do ekspansji anizotropowej [83, 84]. Efekt ten jest znikomy w przypadku gazu w tzw. reżimie bezkolizyjnym, w którym średnia droga swobodna jest większa od rozmiaru chmury. Wówczas ekspansja ma charakter balistyczny [85]. W przypadku bardzo gęstych chmur mamy do czynienia z tzw. reżimem hydrodynamicznym. W tego typu sytuacji średnia droga swobodna jest dużo mniejsza od rozmiaru chmury, a ekspansja może być silnie anizotropowa, porównywalna z ekspansją

kondensatu BE [86, 87].

O przynależności chmury termicznej do jednego z powyższych reżimów decyduje kryterium Knudsen, które mówi, że gaz można traktować hydrodynamicznie, gdy liczba Knudsen $K \gg 1$. Liczba ta zdefiniowana jest następująco:

$$K = \frac{\lambda_0}{L}, \quad (11.2)$$

gdzie λ_0 jest średnią drogą swobodną

$$\lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{(2)n_0\sigma}}, \quad (11.3)$$

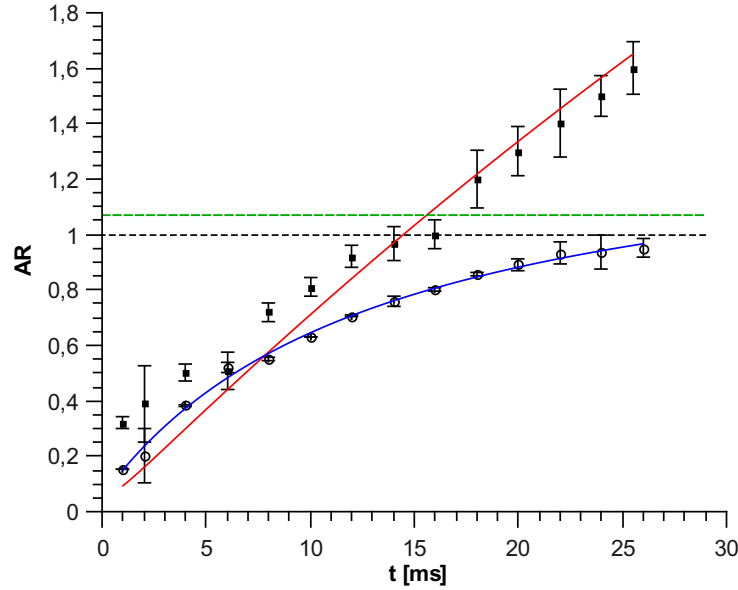
L jest rozmiarem chmury, n_0 gęstością, a σ – przekrojem czynnym na zderzenie.

Wartości liczby Knudsen w przypadku pułapki użytej w ramach niniejszej pracy wynoszą: $K_r \approx 0,9 \div 1,5$ w kierunku radialnym (w zależności od częstości radialnej pułapki) oraz $K_z \approx 0,08$ w kierunku osiowym. Chmura termiczna jest zatem niemal w reżimie bezkolizyjnym. Jednak stosunkowo niewielka wartość liczby Knudsen w kierunku osiowym K_z dowodzi, że efekty hydrodynamiczne nie są bez znaczenia, więc ekspansja nie może być w pełni izotropowa.

W przeciwieństwie do chmury termicznej, kondensat BE zachowuje się hydrodynamicznie nawet przy mniejszych gęstościach. Oczekiwać zatem należy ekspansji anizotropowej, którą wyraźnie widać w otrzymanych wynikach. Krzywa czerwona na rys. 11.3 odpowiada przewidywaniom wynikającym z równań (2.15) i (2.16). Posługiwanie się tymi równaniami jest usprawiedliwione w przypadku, gdy możliwe jest stosowanie przybliżenia Thomasa-Fermiego, czyli wówczas, gdy spełniony jest warunek

$$N \frac{a}{a_{ho}} \gg 1, \quad (11.4)$$

(por. rozdz. 1.4.1). W przypadku pomiarów, których wyniki przedstawione zostały na rys. 11.3, warunek ten można uznać za spełniony ze względu na wystarczająco dużą liczbę atomów



Rys. 11.3: Zależność *aspect ratio* od czasu spadku swobodnego dla chmury termicznej (białe kółka) i BEC (czarne kwadraty). Wyniki odpowiadają zdjęciom przedstawionym na rys. 11.1 i rys. 11.2. Do wyników odpowiadających ekspansji chmury termicznej została dopasowana niebieska krzywa o równaniu $AR_{term} = (11,6 + 58t)/(209,6 + 54t)$. Krzywa czerwona odpowiada przewidywaniom teorii Castina-Duma, opisanej w rozdz. 2.2 (por. równania (2.15) i (2.16) oraz rys. 2.2). Linie przerywane odpowiadają granicznym wartościom AR_{term} w przypadku braku oddziaływań (czarna) oraz w przypadku rzeczywistym (zielona). Słupki błędów wyznaczone zostały jako odchylenia standardowe średniej kilku pomiarów przemnożone przez odpowiedni współczynnik rozkładu Studenta-Fishera na poziomie ufności 98 %.

w kondensacie BE (250 tys. ÷ 300 tys.). Dla tak dużej liczby atomów

$$N \frac{a}{a_{ho}} \sim 1000 \gg 1. \quad (11.5)$$

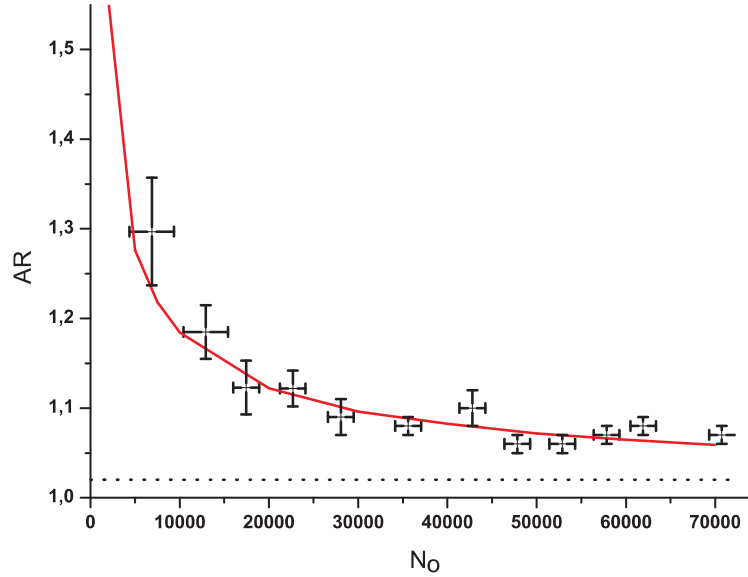
Zgodność wyników pomiarowych AR_{BEC} z przewidywaniami teoretycznymi w granicach niepewności pomiarowych widać dla czasów ekspansji dłuższych niż 16 ms. Dla czasów krótszych rozbieżności są większe.

Przy analizie wyników pomiarów dla krótkich ekspansji należy mieć na uwadze możliwość fałszowania wyników przez dwa czynniki. Po pierwsze, ze względu na dużą gęstość optyczną chmury możliwa jest całkowita absorpcja wiązki obrazującej, co utrudnia analizę profilu absorpcji. Drugim niekorzystnym czynnikiem jest możliwa dyfrakcja wiązki obrazującej na obrazowanej chmurze. Czynniki te są tym bardziej istotne im chmura jest mniejsza (mniejszy czas ekspansji). Ponadto, ze względu na fakt, że zaraz po wypuszczeniu z pułapki MT rozmiary radialne chmury są ok. 20 razy mniejsze od osiowych, dyfrakcja w kierunku radialnym jest znacznie większa (rozmiary radialne są porównywalne z długością fali obrazującej).

Obecnością powyższych niekorzystnych efektów można wytłumaczyć odchylenie punktów pomiarowych dla małych czasów swobodnego spadku od krzywej teoretycznej. W celu uniknięcia tego typu problemów, pomiary z użyciem metody obrazowania absorpcyjnego przeprowadza się dla odpowiednio długich czasów swobodnego spadku.

Jak zostało wspomniane w poprzednim paragrafie, przybliżenie Thomasa-Fermiego, może być stosowane tylko dla odpowiednio dużej liczby atomów. W celu sprawdzenia jak zmienia się AR_{BEC} przy mniejszej liczbie atomów niż wymagana w reżimie TF, zostały przeprowadzone pomiary, których wyniki przedstawia wykres 11.4. Jest to zależność AR czystego kondensatu BE od liczby atomów N_0 w BEC. Krzywa czerwona jest wynikiem numerycznego rozwiązania równania GP, które wykonał J. Chwedeńczuk z Instytutu Fizyki Teoretycznej Uniwersytetu Warszawskiego [9]. Krzywa ta powstała poprzez połącze-

nie kilku punktów uzyskanych w wyniku symulacji komputerowych. Widać bardzo dobrą zgodność z wynikami eksperymentalnymi. Szczegóły zastosowanej metody numerycznej znajdują się w załączniku (rozdz. 12.3).



Rys. 11.4: Zależność *aspect ratio* czystego kondensatu BE od liczby atomów N_0 . Pomiary zostały wykonane po czasie 15 ms swobodnego spadku kondensatu BE po wypuszczeniu z pułapki MT. Linia czerwona otrzymana została poprzez numeryczne rozwiązanie równania Grossa-Pitajewskiego dla czystego kondensatu BE. Linia przerywaną zaznaczono wynik otrzymany ze wzorów (2.15) i (2.16), który jest słuszny w reżimie Thomasa-Fermiego. Słupki błędów wyznaczone zostały jako odchylenia standardowe średniej. Ze względu na fakt, że otrzymanie małych kondensatów BE ($N_0 < 10000$) jest trudne, liczba punktów pomiarowych jest w tym przedziale mniejsza, stąd większe niepewności pomiarowe. Wyniki zostały opublikowane w pracy [9].

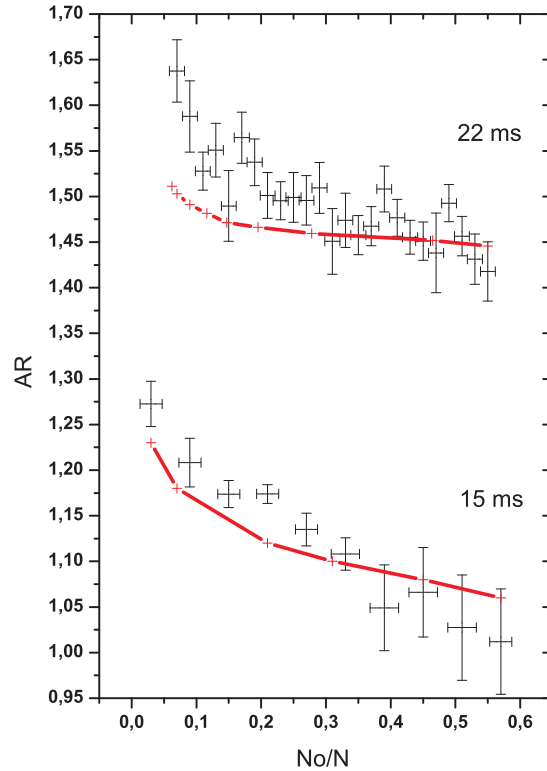
Wszystkie punkty na wykresie odpowiadają kondensatom BE po 15 ms czasu spadku po wyłączeniu pułapki MT. Linia przerywana odpowiada rozwiązaniu, jakie uzyskane byłoby w przybliżeniu TF. Z analizy wyników widać, że w przypadku naszej pułapki reżim TF jest osiągany dla liczby atomów większej niż 100 tys. Przy zmniejszającej się liczbie atomów zachowanie kondensatu BE przestaje być hydrodynamiczne z powodu coraz większego znaczenia energii kinetycznej, która w przybliżeniu TF jest zanedbywalna (por. rozdz. 1.4.1).

11.2 Ekspansja kondensatu BE w obecności frakcji termicznej

Wyniki przedstawione w poprzednim paragrafie dotyczyły ekspansji czystego kondensatu BE oraz stosowalności przybliżenia TF. Kolejnym eksperymentem jaki został przeprowadzony w ramach niniejszej pracy było zbadanie ekspandującej chmury częściowo skondensowanej. Wielkością, która była badana było ponownie AR kondensatu BE. W tych pomiarach jednak został zbadany wpływ frakcji nieskondensowanej na AR . Na rys. 11.5 zostały przedstawione wyniki dwóch serii pomiarów. Jedna z nich dotyczy wyników pomiarów AR częściowo skondensowanej chmury po czasie 15 ms swobodnego spadku chmury (wykres dolny), druga seria została zmierzona dla 22 ms od wypuszczenia z pułapki MT (wykres górny). Pomiary zostały przeprowadzone dla frakcji kondensatu BE N_0/N nie przekraczającej 60 %. Wynika to z faktu, że dla wyższych wartości analiza zdjęć opisana w rozdz. 10 jest niemożliwa, ze względu na bardzo niekorzystny stosunek sygnału do szumu.

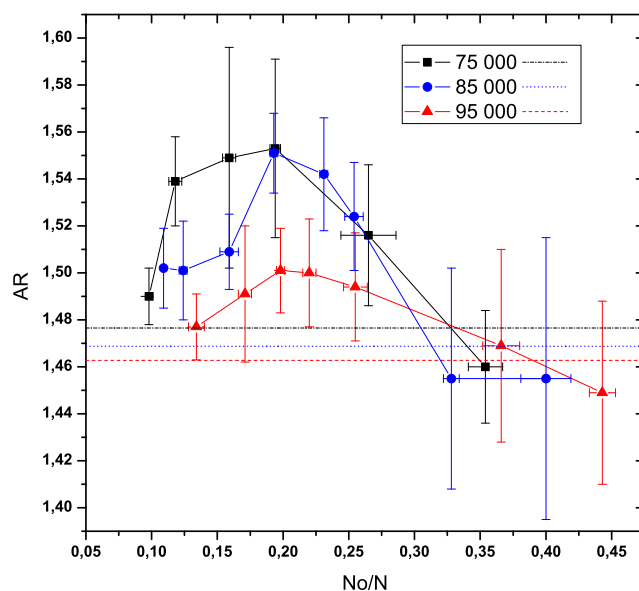
Na rys. 11.5 znajdują się również czerwone krzywe, powstałe przez połączenie punktów, które zostały obliczone w wyniku numerycznych symulacji trójwymiarowego równania GP. Symulacje te zostały wykonane bez uwzględnienia obecności frakcji termicznej, jedynie dla czystego kondensatu BE o liczbie atomów N_0 . Stąd nie należy traktować tych krzywych jako przewidywań teoretycznych odpowiadających wynikom, a jedynie jako teoretyczną zależność AR od liczby atomów w BEC, w której zaniedbano oddziaływania między BEC a frakcją termiczną. Odchylenia punktów od krzywych są szczególnie duże dla małych frakcji kondensatu BE (duży udział frakcji termicznej) przy czym dla dłuższego czasu spadku swobodnego różnice te są większe. Wyniki te pozwalają na stwierdzenie istotnego wpływu obecności chmury termicznej na dynamikę ekspansji kondensatu BE.

W celu dokładniejszej analizy tego zagadnienia, należy uniezależnić się od możliwej



Rys. 11.5: *Aspect ratio* kondensatu BE w obecności chmury termicznej w funkcji frakcji kondensatu BE. Dwie serie pomiarowe odpowiadające czasom swobodnego spadku chmury wynoszącym 22 ms (wykres górny) oraz 15 ms (wykres dolny). Czerwone krzywe, powstały przez połączenie punktów, odpowiadających wynikom numerycznych symulacji trójwymiarowego równania GP dla czystego BEC o liczbie atomów równej N_0 . Słupki błędów odpowiadają odchyleniu standardowemu średniej. Wyniki zostały opublikowane w pracy [9].

zmiany liczby atomów w kondensacie BE (N_0) przy stałej wartości stosunku N_0/N . W tym celu zmodyfikowano dobór punktów pomiarowych wybierając jedynie te, dla których liczba atomów w kondensacie BE była w przybliżeniu stała, liczba atomów frakcji termicznej była natomiast dowolna. Aby wykluczyć efekt zmiany AR wynikającej jedynie z niewielkich różnic liczby N_0 , wybrane zostały punkty pomiarowe z odpowiednio dużymi liczbami N_0 (75000, 85000 i 95000), dla których AR zmienia się nieznacznie (por. wykres 11.4). Odpowiednie wyniki przedstawia wykres 11.6. Wykres ten został sporządzony dla czasu spadku swobodnego wynoszącego 22 ms. Wybrany został możliwie długi czas ze względu

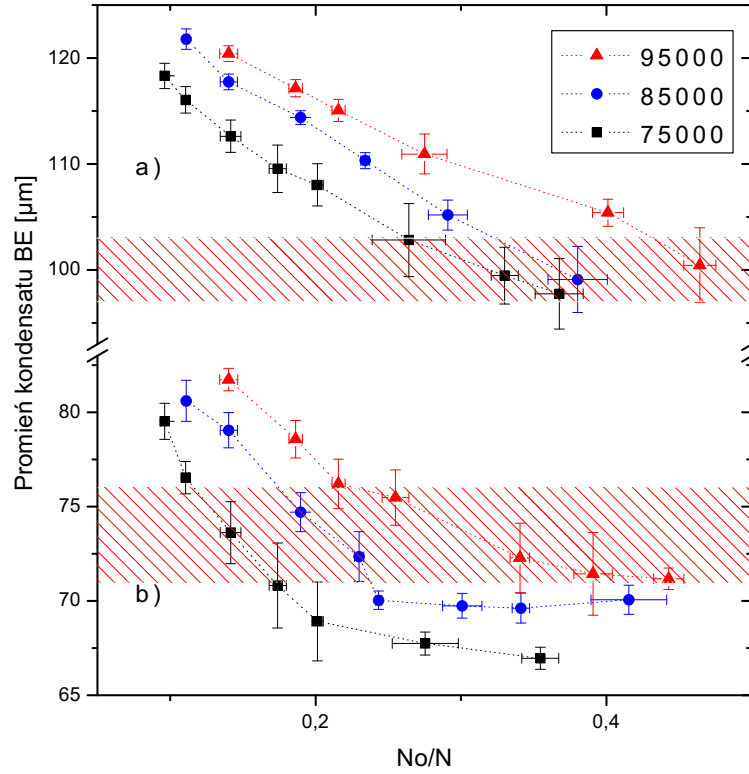


Rys. 11.6: *Aspect ratio* kondensatu BE w obecności chmury termicznej przy stałej liczbie atomów w BEC wynoszącej 75000 (kolor czarny), 85000 (kolor niebieski) i 95000 (kolor czerwony). Linie poziome odpowiadają numerycznym rozwiązaniom 3D równania GP dla czystego kondensatu BE o odpowiedniej liczbie atomów. Wyniki zostały opublikowane w pracy [9].

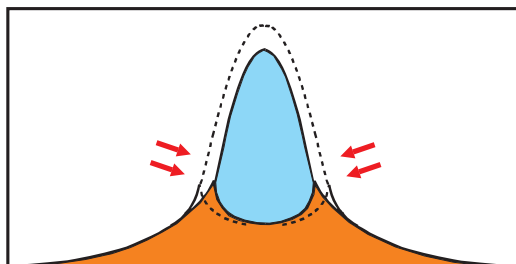
na wyraźniejszy efekt (por. wykres 11.5).

Z analizy wyników przedstawionych na rys. 11.6 wynika, że wraz ze wzrostem liczby atomów termicznych (zmniejszaniem się wartości N_0/N) AR kondensatu BE początkowo rośnie lecz później zaczyna maleć. Wydaje się również, że efekt ten jest tym większy, im mniejsza jest liczba N_0 . Wyniki te jasno sugerują, że decydujący wpływ na zmianę kształtu kondensatu BE mają oddziaływania BEC z frakcją niezdegenerowaną.

Aspect ratio jest stosunkiem promieni w kierunkach wzajemnie prostopadłych (por. wzór 11.1). Żeby dokładniej przeanalizować zmianę AR przy rosnącej frakcji termicznej lecz stałej liczbie atomów w BEC, wykonany został wykres 11.7, który przedstawia zależność promieni kondensatu BE od frakcji skondensowanej. Na wykresie zaznaczono wy-



Rys. 11.7: Zależność promieni kondensatu BE od frakcji skondensowanej. a) Promień radialny. b) Promień osiowy. Serie pomiarowe odpowiadają seriom z rys. 11.6. Wszystkie punkty otrzymane zostały przy czasie spadku swobodnego wynoszącym 22 ms. Obszar zakreskowany na czerwono odpowiada wartościom promienia czystego kondensatu BE dla $N_0 = 95000$ atomów w granicach niepewności pomiarowych. Wyniki zostały opublikowane w pracy [9].



Rys. 11.8: Schemat kompresji kondensatu BE przez obecność frakcji termicznej. Obecność atomów niezdegenerowanych prowadzi do powstania siły "ściskającej" BEC (czerwone strzałki), co można przedstawić jako modyfikację parametrów potencjału pułapkującego kondensat BE. Linia przerywana oznacza rozkład gęstości obydwu frakcji bez uwzględnienia efektu kompresji.

niki dla tych samych trzech serii z liczbami atomów w BEC wynoszącymi 75000, 85000, 95000 oraz czasu spadku swobodnego wynoszącego 22 ms. Ponadto na czerwono został zakresowany obszar odpowiadający promieniom czystego kondensatu BE liczącego 95000 atomów.

Z wykresu wynika, że wraz ze wzrostem liczby atomów frakcji termicznej promienie BEC rosną. Szybkość zmian promieni jest największa dla najmniejszego z kondensatów (dla 75000 at.). Wyniki te sugerują, że wewnątrz pułapki atomy należące do frakcji termicznej "ściskają" kondensat BE, co po jego wypuszczeniu z pułapki MT powoduje szybszą ekspansję (wzrost promieni w stosunku do przypadku gdy brak frakcji termicznej). W opisie teoretycznym wpływ frakcji termicznej na kondensat BE należałoby więc opisać jako modyfikujący potencjał harmoniczny poprzez zwiększenie jego częstości własnych. Obrazowe przedstawienie tej hipotezy pokazuje rys. 11.8.

Przedstawione powyżej wyniki dotyczące wpływu frakcji termicznej na ekspansję BEC zostały opublikowane [9]. Należy podkreślić, że wyjaśnienie wyników przedstawione powyżej jest jedynie hipotezą. O tym, że podjęta tematyka nie jest łatwa i wymaga dalszych badań zarówno eksperymentalnych, jak i teoretycznych świadczą rozbieżności pomiędzy wynikami uzyskanymi w różnych grupach badawczych [88, 89]. Próbę teoretycznego opi-

su zagadnienia w ramach teorii pól klasycznych [90] podjęto w pracy [91]. Wyniki jakie osiągnięto odbiegają jednak od wyników przedstawionych w pracach eksperymentalnych [9, 88, 89].

Część V

Dodatki

Rozdział 12

Załączniki

12.1 Własności fizyczne ^{87}Rb . Wybrane stałe fizyczne.

Liczba atomowa	Z	37
Liczba masowa	A	87
Względna naturalna abundancja	η	27,83(2) %
Czas życia jądra	τ_n	$4,88 \cdot 10^{10}$ lat
Masa atomowa	m	$1,443160648(72) \cdot 10^{-25}$ kg
Gęstość w 25 °C	ρ	1,53 g/cm ³
Temperatura topnienia	T_t	39,30 °C
Temperatura wrzenia	T_w	688 °C
Pojemność cieplna właściwa	c_p	0,353 J/g·K
Prężność par w 25 °C	P_v	$3,92(20) \cdot 10^{-7}$ Tr
Spin jądra	I	3/2
Potencjał jonizacji	E_I	4,17712706(10) eV

Tabela 12.1: Wybrane własności fizyczne atomu ^{87}Rb . Dane pochodzą z pracy [79].

Częstość przejścia	ω_0	$5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$	$2\pi \cdot 384,2304844685(62)$ THz
Energia przejścia	$\hbar\omega_0$	$5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$	1,589049462(38) eV
Długość fali w próżni	λ_0	$5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$	780,246291629(11) nm
Długość fali w powietrzu	λ'_0	$5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$	780,033330(23) nm
Czas życia	τ	$1/\Gamma$	26,2348(77) ns
Szerokość naturalna	$\Gamma/2\pi$		6,0666(18) MHz
Natężenie saturacyjne	I_{sat}	$\pi\hbar c\Gamma/3\lambda_0^3$	1,67 mW/cm ²
Przesunięcie zeemanowskie	$\Delta\omega_{F=1}$	$5S_{1/2}, F = 1$	$-m_F \cdot 700$ kHz/G
	$\Delta\omega_{F=2}$	$5S_{1/2}, F = 2$	$m_F \cdot 700$ kHz/G
Długość rozpraszania w fali s	a_{-1-1}		105 a_0
	a_{11}		94,8 a_0
	a_{22}		98 a_0
	a_{12}		98 a_0

Tabela 12.2: Dane spektroskopowe dotyczące linii D₂ ⁸⁷Rb. Źródło: [79].

Temperatura dopplerowska	T_D	$\hbar\Gamma/2k_B$	145,57 μ K
Prędkość dopplerowska	v_D	$\sqrt{2k_B T_D/M}$	16,7 cm/s
Temperatura odrzutu	T_R	$2E_R/k_B$	361,96 nK
Prędkość odrzutu	v_R	$\hbar k_L/M$	5,8845 mm/s
Częstość odrzutu	ω_R	$E_R/\hbar = \hbar k_L^2/2M$	$2\pi \times 3,7710$ kHz
Fala de Broglie'a dopplerowska	λ_{dB_D}	$h/\sqrt{2\pi M k_B T_D}$	15,5 nm
Fala de Broglie'a odrzutu	λ_{dB_R}	$h/\sqrt{2\pi M k_B T_R}$	312 nm

Tabela 12.3: Wybrane własności ⁸⁷Rb związane z chłodzeniem magnetoptycznym. Dane odpowiadają przejściu chłodzącemu. Źródło: [79].

Prędkość światła w próżni	c	$299792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Stała Plancka	h	$6,62606876(52) \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Stała Plancka kreślona	$\hbar$	$1,054571596(82) \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Ładunek elementarny	e	$1,602176462(63) \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Promień Bohra	a_0	$0,5291772083(19) \cdot 10^{-10} \text{ m}$
Magneton Bohra	μ_B	$h \cdot 1399624624(56) \text{ MHz/G}$
Stała Boltzmanna	k_B	$1,3806503(24) \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

Tabela 12.4: Wybrane stałe fizyczne.

12.2 Programy sterujące aparaturą

Eksperymenty opisane w niniejszej pracy sterowane były za pomocą dwóch kart laboratoryjnych NI DAQ firmy National Instruments. Programy do obsługi tych kart składają się z ciągu komend, z których każda umieszcza w buforze pamięci odpowiednia sekwencje. Dodatkowo zaimplementowane są pętle. Wyjścia analogowe są rampowane liniowo lub logarytmicznie. Program ładuje się do pamięci komputera poprzez wydanie polecenia *rbctrl*. Od tej pory karty sterujące w czasie rzeczywistym wykonują zadany ciąg poleceń, powtarzając go w nieskończonej pętli.

Komendy składające się z linii zawierających # są traktowane jako komentarze, natomiast linie puste są ignorowane.

Podstawowa linia programu składa się z 3 części:

`<czas> <komenda właściwa> <wyjście>`

- `<czas>` jest liczbą μs (us) lub ms (ms) po jakiej czasie zostanie wykonana komenda właściwa na wyjściu `<wyjście>`.
- `<komenda właściwa>` składa się z dwóch części: `<opis>` i `<działanie>`. Jako

<opis> zapisuje się czym się chce sterować, <działanie> w zależności od urządzenia sterowanego przyjmuje postać On/Off (dla wyjścia TTL) lub liczba woltów (dla wyjścia analogowego).

- <wyjście> jest umieszczonym w nawiasach numerem wyjścia.

Rampa może być liniowa bądź logarytmiczna. Dla wyjścia analogowego generuje się ją komendami:

```
ramp czas liczba kroków startV koniecV lin (wyjście)
ramp czas liczba kroków startV koniecV log skala (wyjście)
```

Pomiędzy dwoma kolejnymi rampami dokładany jest 20 μ s odstęp czasowy.

12.2.1 Program sterujący eksperymentem

Inicjalizacja pułapek MOT1 i MOT2

```
25us main shutter On (37)
25us RF Off (19)
10ms RF=18MHz (44)
25us FreqMot On (23)
25us AOM gora On (29)
25us Bfield dol On (30)
25us B pompowanie Off (31)
25us B obrazowanie Off (25)
25us Bfield dol shim Off (26)
50ms shut rep dol On (43)
50ms shut mot dol On (36)
50ms shut rep gora On (40)
```

50ms shut shock Off (42)
50ms shut pump Off (39)
50ms shut przep On (38)
50ms shut foto Off (41)
25us AOM2 mot dol On (17)
25us AOM4 pump On (16)
25us AOM5 przep On (18)
25us przep freq On (22)

Przygotowanie pola B pułapki kwadrupolowej

25us BMT = -0.121V (32)
25us K1 Off (28)
25us K2 = -7.58V (33)
25us K3 = -0.122V (34)

Transfer atomów do dolnej pułapki MOT

25us shut przep On (38)
25us przep freq On (22)
60s shut rep dol On (43)
2ms B pompowanie On (31)
10s B pompowanie Off (31)
1s przep freq Off (22)
10ms shut przep Off (38)

Wyłączenie wiązek laserowych górnej pułapki MOT

25us AOM gora Off (29)

Przygotowanie pola B pułapki kwadropolowej

25us BMT=5V (32)

25us IMT=0.45V (35)

Przygotowanie do pompowania optycznego

25us AOM4 pomp Off (16)

25us shut pomp On (39)

25us shut rep dol On (43)

25us Bfield dol shim On (26)

50ms shut rep dol On (43)

Faza melasy optycznej

25us FreqMot Off (23)

3ms Bfield dol Off (30)

25us Bfield dol shim Off (26)

12ms AOM2 mot dol Off (17)

25us shut mot dol Off (36)

Pompowanie optyczne na przejściu 2-2

2ms B pompowanie On (31)

0.5ms AOM4 pomp On (16)

1ms AOM4 pomp Off (16)

25us shut pomp Off (39)

25us shut rep dol Off (43)

25us shut rep gora Off (40)

25us FreqMot On (23)

Pułapka magnetyczna i odparowanie

2.5ms K1 On (28)
25us B pompowanie Off (31)
25us main shutter Off (37)
25us AOM2 mot dol On (17)
25us AOM4 pomp On (16)
ramp 1.2s 30 0.45 0.88 lin (35)
ramp 200ms 40 -0.122V -1.195V lin (34)
ramp 200ms 60 -1.195V -4.23V lin (34)
ramp 50ms 30 -4.23V -7.587V lin (34)
ramp 50ms 30 -7.58V -6V lin (33)
ramp 100ms 30 -6V -3V lin (33)
25us RF=18MHz (44)
ramp 50ms 30 -3V -1.52V lin (33)
ramp 100ms 30 -1.52V 0.05V lin (33)
25us RF On (19)
ramp 3s 100 18MHz 10MHz lin (44)
ramp 6s 100 10MHz 7MHz lin (44)
ramp 6s 100 7MHz 5MHz lin (44)
ramp 8s 100 5MHz 3MHz lin (44)
ramp 12s 50 3MHz 2MHz lin (44)
ramp 6s 50 2MHz 1.5MHz lin (44)
ramp 8s 50 1.5MHz 1MHz lin (44)
ramp 6s 50 1MHz 0.9MHz lin (44)
1s RF Off (19)

Przygotowanie do zdjęcia

100ms main shutter On (37)

25us K1 Off (28)

25us BMT = -0.121V (32)

7ms CCD On (27)

25us AOM5 przep Off (18)

25us shut foto On (41)

Zdjęcie nr 1

25us B obrazowanie On (25)

6ms K1 Off (28)

25us BMT = -0.121V (32)

25us B obrazowanie On (25)

2ms AOM5 przep On (18)

0.15ms AOM5 przep Off (18)

25us CCD Off (27)

25ms shut foto Off (41)

25us B obrazowanie Off (25)

10ms AOM5 przep On (18)

25us AOM gora On (29)

5s AOM5 przep Off (18)

25us AOM gora Off (29)

25us shut foto On (41)

Zdjęcie nr 2

25ms CCD On (27)

8ms AOM5 przep On (18)
0.15ms AOM5 przep Off (18)
25us CCD Off (27)
25ms shut foto Off (41)
10ms AOM5 przep On (18)
25us AOM gora On (29)
5s AOM5 przep Off (18)
25us AOM gora Off (29)

Zdjęcie nr 3

25ms CCD On (27)
8ms AOM5 przep Off (18)
0.15ms AOM5 przep Off (18)
25us CCD Off (27)
25ms shut foto Off (41)
10ms AOM5 przep On (18)
25us AOM gora on (29)
7s AOM5 przep Off (18)

Reset zasilaczy pola pułapki MT

25us K1 Off (28)
25us K2=0.05V (33)
25us K3=-0.122 (34)

Koniec programu.

12.3 Numeryczne rozwiązanie trójwymiarowego równania GP

Celem jest numeryczne rozwiązanie równania postaci

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r}) \Psi(\vec{r}, t) + U |\Psi(\vec{r}, t)|^2 \Psi(\vec{r}, t) \quad (12.1)$$

gdzie U jest stałą związaną z długością rozpraszania potencjału, a V jest potencjałem harmonicznym, który można wyrazić w postaci

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{2} m (\omega_r^2 r^2 + \omega_z^2 z^2), \quad (12.2)$$

gdzie r odpowiada kierunkowi radialnemu, a z – osiowemu.

Definiujemy operatory L_1 i L_2

$$L_1 = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \quad (12.3)$$

$$L_2(t) = V(\vec{r}) + U |\Psi(\vec{r}, t)|^2. \quad (12.4)$$

Rozwiązanie równania (12.1) ma postać

$$\Psi(\vec{r}, t) = \exp \left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t d\tau (L_1 + L_2(t)) \right) \Psi(\vec{r}, 0). \quad (12.5)$$

Całki w nawiasie nie da się obliczyć analitycznie ze względu na nieliniową zależność L_2 od czasu. Zakładając, że przedział czasu Δt , w którym obliczamy całkę jest bardzo krótki, możemy w przybliżeniu traktować funkcję falową $\Psi(\vec{r}, t)$ jako stałą w tym krótkim okresie czasu:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \exp \left(-\frac{i}{\hbar} \Delta t (L_1 + L_2(0)) \right) \Psi(\vec{r}, 0). \quad (12.6)$$

Następnie korzystając z twierdzenia o eksponencie sumy:

$$\exp(\hat{A} + \hat{B}) = \exp(\hat{A}) \exp(\hat{B}) \exp \left(-\frac{1}{2!} [\hat{A}, \hat{B}] - \frac{1}{3!} [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] - \frac{1}{3!} [\hat{B}, [\hat{A}, \hat{B}]] - \dots \right) \quad (12.7)$$

możemy zapisać

$$\begin{aligned} \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\Delta t(L_1 + L_2(0))\right) &= \\ &= \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\Delta t L_1\right) \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\Delta t L_2(0)\right) \exp\left(\frac{1}{\hbar}\Delta t^2 [L_1, L_2(0)] + \dots\right). \end{aligned} \quad (12.8)$$

Jeżeli Δt jest bardzo małe, to w przybliżeniu

$$\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\Delta t(L_1 + L_2(0))\right) \approx \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\Delta t L_1\right) \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\Delta t L_2(0)\right). \quad (12.9)$$

Przy takim przybliżeniu operatory L_1 i L_2 działają na funkcję falową oddzielnie. Działanie operatora $L_2(0)$ jest proste

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}(\vec{r}) &= \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\Delta t L_2(0)\right) \Psi(\vec{r}, 0) = \\ &= \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\Delta t (V(\vec{r}) + U|\Psi(\vec{r}, 0)|^2)\right) \Psi(\vec{r}, 0). \end{aligned} \quad (12.10)$$

Aby zadziałać drugim z operatorów, należy zauważyć, że

$$\begin{aligned} \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\Delta t L_1\right) \tilde{\Psi}(\vec{r}) &= \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\Delta t L_1\right) \int d\vec{k} \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{r}) \tilde{\Psi}(\vec{k}) = \\ &= \int d\vec{k} \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\Delta t L_1\right) \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{r}) \tilde{\Psi}(\vec{k}) = \\ &= \int d\vec{k} \exp\left(\frac{i\hbar}{2m}\nabla^2 \Delta t\right) \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{r}) \tilde{\Psi}(\vec{k}) = \\ &= \int d\vec{k} \exp\left(-\frac{i\hbar}{2m}k^2 \Delta t\right) \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{r}) \tilde{\Psi}(\vec{k}) = \Psi(\vec{r}, \Delta t). \end{aligned} \quad (12.11)$$

$$(12.12)$$

Zatem, żeby zadziałać operatorem L_1 , należy wykonać transformatę Fouriera do przestrzeni pędów, wynik pomnożyć przez $\exp\left(-\frac{i\hbar}{2m}k^2 \Delta t\right)$, a następnie odwrócić transformatę. Analogicznie wykonuje się obliczenia dla kolejnych kroków czasowych Δt .

Bibliografia

- [1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, “Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor,” *Science*, vol. 269, p. 198, (1995).
- [2] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, “Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, p. 3969, (1995).
- [3] C. C. Bradley, C. A. Sackett, and R. G. Hulet, “Bose-Einstein Condensation of Lithium: Observation of Limited Condensate Number,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 78, p. 985, (1997).
- [4] S. Bose, “Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese,” *Z. Phys*, vol. 26, p. 178, (1924).
- [5] A. Einstein, “Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften,” vol. 1, p. 3, (1925).
- [6] J. Zachorowski, T. Pałasz, and W. Gawlik, “Krakowska pułapka magnetoptyczna,” *Postępy Fizyki*, vol. 49, p. 338, (1998).
- [7] J. Zachorowski, T. Pałasz, and W. Gawlik, “Magneto-Optical Trap for Rubidium Atoms,” *Optica Applicata*, vol. 3, p. 239, (1998).

- [8] F. Bylicki, W. Gawlik, W. Jastrzębski, A. Noga, J. Szczepkowski, M. Witkowski, J. Zachorowski, and M. Zawada, “Studies of the Hydrodynamic Properties of Bose–Einstein Condensate of ^{87}Rb Atoms in a Magnetic Trap,” *Acta Phys. Polon. A*, vol. 113, p. 691, (2008).
- [9] M. Zawada, R. Abdoul, J. Chwedeńczuk, R. Gartman, J. Szczepkowski, L. Tracewski, M. Witkowski, and W. Gawlik, “Free-fall expansion of finite-temperature Bose-Einstein condensed gas in the non-thomas-fermi regime,” *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, vol. 41, p. 241001, (2008).
- [10] W. Gawlik, W. Jastrzębski, J. Szczepkowski, M. Witkowski, J. Zachorowski, and M. Zawada, “Experiments on the dynamics of the Bose-Einstein Condensate in Finite Temperatures,” *Phys. Scr. T*, vol. 135, p. 014028, (2009).
- [11] K. C. Wali, *Satyendra Nath Bose : his life and times : selected works (with commentary)*. Singapore, Hackensack, New York: World Scientific, (2009).
- [12] O. Penrose and L. Onsager, “Bose-Einstein Condensation and Liquid Helium,” *Phys. Rev.*, vol. 104, p. 576, (1956).
- [13] F. London, “On the Bose-Einstein Condensation,” *Phys. Rev.*, vol. 54, p. 947, (1938).
- [14] R. P. Feynman, “Atomic Theory of the Two-Fluid Model of Liquid Helium,” *Phys. Rev.*, vol. 94, p. 262, (1954).
- [15] C. E. Hecht, “The possible superfluid behaviour of hydrogen atom gases and liquids,” *Physica*, vol. 25, p. 1159, (1959).
- [16] W. C. Stwalley and L. H. Nosanow, “Possible "New" Quantum Systems,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 36, p. 910, (1976).

- [17] I. F. Silvera and J. T. M. Walraven, "Stabilization of Atomic Hydrogen at low Temperature," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 44, p. 164, (1980).
- [18] D. G. Fried, T. C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S. C. Moss, D. Kleppner, and T. J. Greytak, "Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 81, p. 3811, (1998).
- [19] C. N. Cohen-Tannoudji, "Nobel Lecture: Manipulating atoms with photons," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 70, p. 707, (1998).
- C. N. Cohen-Tannoudji, "Manipulowanie atomami za pomocą fotonów. Wykład noblowski," *Postępy Fizyki*, vol. 50, p. 2, (1999).
- [20] W. D. Phillips, "Nobel Lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 70, p. 721, (1998).
- W. D. Phillips, "Laserowe chłodzenie i pułapkowanie atomów obojętnych. Wykład noblowski," *Postępy Fizyki*, vol. 49, p. 310, (1998).
- [21] S. Chu, "Nobel Lecture: The manipulation of neutral particles," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 70, p. 685, (1998).
- S. Chu, "Manipulowanie cząstkami obojętnymi. Wykład noblowski," *Postępy Fizyki*, vol. 50, p. 113, (1999).
- [22] W. Ketterle, "Nobel lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 74, p. 1131, (2002).
- W. Ketterle, "Gdy atomy zachowują się jak fale: kondensacja Bosego-Einsteina i laser atomowy. Wykład noblowski," *Postępy Fizyki*, vol. 54, p. 11, (2003).
- [23] E. A. Cornell and C. E. Wieman, "Nobel Lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 74, p. 875, (2002).

- E. A. Cornell and C. E. Wieman, "Gdy atomy zachowują się jak fale: kondensacja Bosego-Einsteina i laser atomowy. Wykład noblowski," *Postępy Fizyki*, vol. 54, p. 11, (2003).
- [24] C. J. Petrick and H. Smith, *Bose-Einstein Condensation in Dilute Bose Gases. Second edition*. Cambridge University Press, (2002).
- [25] L. Pitaevskii and S. Stringari, *Bose-Einstein Condensation*. Oxford Science Publications, (2003).
- [26] *Optical Trapping and Manipulation of Neutral Particles Using Lasers*, ch. 17. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., (2006).
- [27] K. Sacha, *Kondensat Bosego-Einsteina*. Instytut Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, (2004).
- [28] E. P. Gross, "Structure of a Quantized Vortex in Boson Systems," *Il Nuovo Cimento*, vol. 20, p. 454, (1961).
- [29] E. P. Gross, "Hydrodynamics of a Superfluid Condensate," *J. Math. Phys.*, vol. 4, p. 195, (1963).
- [30] L. P. Pitaevski *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, vol. 40, p. 646, (1961).
- [31] N. H. March, *Electron Density Theory of Atoms and Molecules*. London, San Diego: Academic Press, (1992).
- [32] G. Baym and C. J. Pethick, "Ground-State Properties of Magnetically Trapped Bose-Condensed Rubidium Gas," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 76, p. 6, (1996).
- [33] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, "Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 71, p. 463, (1999).

- [34] V. Bagnato, D. E. Pritchard, and D. Kleppner, "Bose-Einstein condensation in an external potential," *Phys. Rev. A*, vol. 35, p. 4354, (1987).
- [35] M. Naraschewski and D. M. Stamper-Kurn, "Analytical description of a trapped semi-ideal Bose gas at finite temperature," *Phys. Rev. A*, vol. 58, p. 2423, (1998).
- [36] V. V. Goldman, I. F. Silvera, and A. J. Leggett, "Atomic hydrogen in an inhomogeneous magnetic field: Density profile and Bose-Einstein condensation," *Phys. Rev. B*, vol. 24, p. 2870, (1981).
- [37] H. Shi and W.-M. Zheng, "Critical temperature of a trapped interacting Bose-Einstein gas in the local-density approximation," *Phys. Rev. A*, vol. 56, p. 1046, (1997).
- [38] A. Griffin, T. Nikuni, and E. Zaremba, *Bose-Condensed Gases at Finite Temperatures*. Cambridge University Press, (2009).
- [39] R. Andrews, M. O. Mewes, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M., and W. Ketterle, "Direct, non-destructive imaging of a Bose condensate," *Science*, vol. 84, p. 273, (1996).
- [40] Y. Castin and R. Dum, "Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, p. 5315, (1996).
- [41] Y. Kagan, E. L. Surkov, and G. V. Shlyapnikov, "Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential," *Phys. Rev. A*, vol. 54, p. R1753, (1996).
- [42] F. Dalfovo, C. Minniti, S. Stringari, and L. P. Pitaevskii, "Nonlinear dynamics of a Bose condensed gas," *Phys. Lett. A*, vol. 227, p. 259, (1997).
- [43] T. Buszka, "Automatyczny układ sterowania i monitorowania systemu ultrawysokiej próżni." Praca magisterska, Uniwersytet Mikołaja Kopernika, (2005).

- [44] Specyfikacja użytych dyspenserów znajduje się pod adresem www.saesgetters.com.
- [45] U. D. Rapol, A. Wasan, and V. Natarajan, "Loading of a Rb magneto-optic trap from a getter source," *Phys. Rev. A*, vol. 64, p. 023402, (2001).
- [46] D. E. Pritchard, E. L. Raab, V. Bagnato, C. E. Wieman, and R. N. Watts, "Light Traps Using Spontaneous Forces," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 57, p. 310, (1986).
- [47] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, "Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 59, p. 2631, (1987).
- [48] T. W. Hänsch and A. L. Schawlow, "Cooling of gases by laser radiation," *Opt. Commun.*, vol. 13, (1975).
- [49] V. S. Letokhov and V. G. Minogin, "Cooling, trapping, and storage of atoms by resonant laser fields," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 69, p. 413, (1979).
- [50] A. Będkowska, "Transport zimnych atomów między pułapkami magneto-optycznymi." Praca magisterska, Uniwersytet Jagielloński, (2004), praca dostępna pod adresem www.if.uj.edu.pl/pl/ZF/qnog/tutorials/MgrAgataBedkowska.pdf.
- [51] M. Mączyńska, "Pułapkowanie i pomiar temperatury zimnych atomów." Praca Magisterska, Uniwersytet Jagielloński, (2001), praca dostępna pod adresem www.if.uj.edu.pl/pl/ZF/qnog/tutorials/MgrMariaMaczynska.pdf.
- [52] W. Wing, "On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields," *Prog. Quant. Electr.*, vol. 8, p. 181, (1984).
- [53] E. Majorana, "Atomi orientati in campo magnetico variabile," *Il Nuovo Cimento*, vol. 9, p. 43, (1932).

- [54] M. Inguscio, “Majorana “spin-flip” and ultra-low temperature atomic physics,” in *Proceedings of Science (EMC2006)008*, (2006).
- [55] A. L. Migdall, J. V. Prodan, W. D. Phillips, T. H. Bergeman, and H. J. Metcalf, “First observation of magnetically trapped neutral atoms,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 54, p. 2596, (1985).
- [56] D. J. Han, R. H. Wynar, P. Courteille, and D. J. Heinzen, “Bose-Einstein condensation of large numbers of atoms in a magnetic time-averaged orbiting potential trap,” *Phys. Rev. A*, vol. 57, p. R4114, (1998).
- [57] Y. V. Gott, M. S. Ioffe, and V. G. Tel’kovskii *Nuclear Fusion Supplement*, vol. 3, p. 1045, (1962).
- [58] D. E. Pritchard, “Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 51, p. 1336, (1983).
- [59] V. S. Bagnato, G. P. Lafyatis, A. G. Martin, E. L. Raab, R. N. Ahmad-Bitar, and D. E. Pritchard, “Continuous Stopping and Trapping of Neutral Atoms,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58, p. 2194, (1987).
- [60] C. J. Myatt, E. A. Burt, R. W. Ghrist, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, “Production of Two Overlapping Bose-Einstein Condensates by Sympathetic Cooling,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 78, p. 586, (1997).
- [61] M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, and W. Ketterle, “Bose-Einstein Condensation in a Tightly Confining dc Magnetic Trap,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, p. 416, (1996).
- [62] T. Bergeman, G. Erez, and H. J. Metcalf, “Magnetostatic trapping fields for neutral atoms,” *Phys. Rev. A*, vol. 35, p. 1535, (1987).

- [63] T. Esslinger, I. Bloch, and T. W. Hänsch, “Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap,” *Phys. Rev. A*, vol. 58, p. R2664, (1998).
- [64] J. Söding, D. Guéry-Odelin, P. Desbiolles, F. Chevy, H. Inamori, and J. Dalibard, “Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate,” *Appl. Phys. B*, vol. 69, p. 257, (1999).
- [65] H. F. Hess, “Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen,” *Phys. Rev. B*, vol. 34, p. 3476, (1986).
- [66] N. Masuhara, J. M. Doyle, J. C. Sandberg, D. Kleppner, T. J. Greytak, H. F. Hess, and G. P. Kochanski, “Evaporative Cooling of Spin-Polarized Atomic Hydrogen,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 61, p. 935, (1988).
- [67] C. S. Adams, H. J. Lee, N. Davidson, M. Kasevich, and S. Chu, “Evaporative Cooling in a Crossed Dipole Trap,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 74, p. 3577, (1995).
- [68] D. E. Pritchard, K. Helmerson, and A. G. Martin in *Atomic Physics 11, Proceedings of the 11th International Conference in Atomic Physics (1988)*, p. 179, (1989).
- [69] T. W. Hijmans, O. J. Luiten, I. D. Stija, and J. T. M. Walraven, “Optical cooling of atomic hydrogen in a magnetic trap,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 6, p. 2235, (1989).
- [70] W. Ketterle, D. S. Durfee, and D. M. Stamper-Kurn, “Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates.” *Praca dostępna pod adresem* <http://www.citebase.org/abstract?id=oai:arXiv.org:cond-mat/9904034>, (1999).
- [71] G. Wąsik, W. Gawlik, J. Zachorowski, and W. Zawadzki, “Laser frequency stabilization by Doppler-free magnetic dichroism,” *Appl. Phys. B*, vol. 75, p. 1, (2002).
- [72] V. B. Tiwari, S. R. Mishra, H. S. Rawat, S. Singh, S. P. Ram, and S. C. Mehendale, “Laser frequency stabilization and large detuning by doppler-free dichroic lock tech-

- nique: Application to atom cooling,” *Pramana- journal of physics*, vol. 65, p. 403, (2005).
- [73] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable, and A. Ashkin, “Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 55, p. 48, (1985).
- [74] T. A. Savard, K. M. O’Hara, and J. E. Thomas, “Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps,” *Phys. Rev. A*, vol. 56, p. R1095, (1997).
- [75] M. Abramoff, P. Magelhaes, and S. Ram, “Image Processing with Imagej,” *Biophotonics International*, vol. 11, p. 36, (2004).
- [76] D. A. W. Hutchinson, E. Zaremba, and A. Griffin, “Finite Temperature Excitations of a Trapped Bose Gas,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 78, p. 1842, (1997).
- [77] J. Szczepkowski, R. Gartman, M. Witkowski, L. Tracewski, M. Zawada, and W. Gawlik, “Analysis and calibration of absorptive images of Bose–Einstein condensate at nonzero temperatures,” *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 80, p. 053103, (2009).
- [78] W. Ketterle, D. S. Durfee, and D. M. Stamper-Kurn in *Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi,” Course CXL* (M. Inguscio, S. Stringari, and C. E. Wieman, eds.), p. 67, (1999).
- [79] D. A. Steck, “Rubidium 87 D Line Data.” Praca dostępna pod adresem <http://steck.us/alkalidata/rubidium85numbers.pdf>, (2009).
- [80] D. M. Stamper-Kurn, “Peeking and poking at a new quantum fluid: Studies of gaseous Bose-Einstein condensates in magnetic and optical traps.” PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, (2000).

- [81] F. Gerbier, J. H. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, “Experimental study of the thermodynamics of an interacting trapped Bose-Einstein condensed gas,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 70, p. 013607, (2004).
- [82] F. James, “Minuit, Function Minimization and Error Analysis Reference manual version 94.1,” (1994).
- [83] H. Wu and E. Arimondo, “Expansion cooling and heating for a thermal magnetic trapped gas,” *Phys. Rev. A*, vol. 58, p. 3822, (1998).
- [84] H. Wu and E. Arimondo, “Expansion of the non-condensed trapped Bose gas in Bose-Einstein condensation,” *Europhys. Lett.*, vol. 43, p. 141, (1998).
- [85] M. Holland and J. Cooper, “Expansion of a Bose-Einstein condensate in a harmonic potential,” *Phys. Rev. A*, vol. 53, p. R1954, (1996).
- [86] Y. Kagan, E. L. Surkov, and G. V. Shlyapnikov, “Evolution of a Bose gas in anisotropic time-dependent traps,” *Phys. Rev. A*, vol. 55, p. R18, (1997).
- [87] I. Shvarchuck, C. Buggle, D. S. Petrov, M. Kemmann, W. von Klitzing, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven, “Hydrodynamic behavior in expanding thermal clouds of ^{87}Rb ,” *Phys. Rev. A*, vol. 68, p. 063603, (2003).
- [88] F. Gerbier, J. H. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, “Experimental study of the thermodynamics of an interacting trapped Bose-Einstein condensed gas,” *Phys. Rev. A*, vol. 70, p. 013607, (2004).
- [89] M. A. Caracanhas, J. A. Seman, E. R. F. Ramos, E. A. L. Henn, K. M. F. Magalhães, K. Helmerson, and V. S. Bagnato, “Finite temperature correction to the Thomas–Fermi approximation for a Bose–Einstein condensate: comparison between theory and experiment,” *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, vol. 42, p. 145304, (2009).

- [90] M. Brewczyk, M. Gajda, and K. Rzażewski, “Classical fields approximation for bosons at nonzero temperatures,” *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, vol. 40, p. R1, (2007).
- [91] K. Gawryluk, M. Brewczyk, M. Gajda, and K. Rzażewski, “Free expansion of a Bose–Einstein condensate in the presence of a thermal cloud,” *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, vol. 43, p. 105303, (2010).