

Autoreferat

1. Imię i nazwisko: *Tomasz Dobrowolski*

2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/ artystyczne – z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej.

doktor nauk fizycznych w zakresie fizyki

Uniwersytet Jagielloński wydział - Matematyki i Fizyki

1995 uzyskanie stopnia doktora

Tytuł rozprawy doktorskiej:

„Badania dynamiki worteksów w abelowym modelu Higgsa”

3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych

od 1996 - adiunkt w Instytucie Fizyki, Uniwersytetu Pedagogicznego

1991-1995 doktorant w Instytucie Fizyki, Uniwersytetu Jagiellońskiego

1990-1991 staż w Instytucie Fizyki, Uniwersytetu Jagiellońskiego

4. Wskazanie osiągnięcia* wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.):

* w przypadku, gdy osiągnięciem tym jest praca/ prace wspólne, należy przedstawić oświadczenia wszystkich jej współautorów, określające indywidualny wkład każdego z nich w jej powstanie

a) (autor/autorzy, tytuł/tytuły publikacji, rok wydania, nazwa wydawnictwa),

TYTUŁ: "Dynamika solitonów w zakrzywionej przestrzeni oraz w układach jawnie łamiących niezmienniczość translacyjną."

Habilitację stanowi poniżej opisany cykl, w większości czysto teoretycznych prac. Prace te z jednej strony pokazują, iż opis układu zdefiniowanego na zakrzywionej powierzchni lub krzywej jest identyczny z opisem układu zawierającego niejednorodność łamiącą niezmienniczość translacyjną. Z drugiej strony, formalizm zastosowany do opisu zakrzywionych złączy Josephsona jest z powodzeniem stosowany do opisu dynamiki rozciągłych rozwiązań solitonowych.

[H-01 Dobrowolski 2002] (udział własny 100%)

Dobrowolski T.,
Kinks of arbitrary width,
Physical Review E 66 (2002) 066112 (6 pages).

[H-02 Dobrowolski 2008] (udział własny 60% - sformułowanie problemu, przygotowanie i przeprowadzenie symulacji numerycznych opisujących oddziaływanie kinku z domieszką)

Dobrowolski T., Tatrocki P.,
Evolution of kink network in inhomogenous systems,
Journal of Nonlinear Mathematical Physics 15 (2008) 134 - 144.

[H-03 Dobrowolski 2004] (udział własny 40% - pomoc w przygotowaniu schematu numerycznego, wyznaczenie rozwiązania analitycznego modelu ϕ^4)

Tatrocki P., Dobrowolski T.,
Defect production behind the shock wave front of an inhomogeneous quench,
Physical Review E 69 (2004) 016209 (6 pages).

[H-04 Dobrowolski 2008] (udział własny 100%)

Dobrowolski T.,
Precise tuning of the kink width in the long Josephson junction,
Archives of Materials Science and Engineering 33 (2008) 107 – 110.

[H-05 Dobrowolski 2008] (udział własny 70% - przeprowadzenie rzutowania na mod zerowy oraz symulacji numerycznych w ramach modelu efektywnego, pomoc w sformułowaniu schematu numerycznego w ramach wyjściowego modelu teoriopolowego)

Dobrowolski T., Tatrocki P.,
A numerical test of the collective coordinate method,
Physics Letters A 372 (2008) 2834 - 2841.

[H-06 Dobrowolski 2012] (udział własny 100%)

Dobrowolski T.,
Curved Josephson Junction,
Annals of Physics 327 (2012) 1336 - 1354.

[H-07 Dobrowolski 2010] (udział własny 100%)

Dobrowolski T.,
Kink motion in a curved Josephson junction,
Physical Review E 79 (2009) 046601 (7 pages).

[H-08 Dobrowolski 2010] (udział własny 100%)

Dobrowolski T.,
The influence of the curvature on kink creation in a long Josephson junction,
Canadian Journal of Physics 88 (2010) 627 - 633.

[H-09 Dobrowolski 2011] (udział własny 100%)

Dobrowolski T.,
The dynamics of the kink in curved large area Josephson Junction,
Discrete and Continuous Dynamical Systems S 4 (2011) 1095 - 1105.

[H-10 Dobrowolski 2009] (udział własny 100%)

Dobrowolski T.,
An influence of the curvature on the kink dynamics in the spherical Josephson junction,
Archives of Materials Science and Engineering 39 (2009) 116 - 120.

[H-11 Dobrowolski 2009] (udział własny 100%)

Dobrowolski T.,
Kink properties on curved manifold,
Physics Letters A 373 (2009) 3867 - 3871.

[H-12 Dobrowolski 2010] (udział własny 100%)

Dobrowolski T.,
The studies on the motion of the sine-Gordon kink on a curved surface,
Annalen der Physik 522 (2010) 574 - 583.

[H-13 Dobrowolski 2009] (udział własny 100%)

Dobrowolski T.,
Construction of curved global vortex,
Annals of Physics 324 (2009) 2473 - 2489.

[H-14 Dobrowolski 2008] (udział własny 100%)

Dobrowolski T.,
Construction of curved domain walls,
Physical Review E 77 (2008) 056608 (5 pages).

b) omówienie celu naukowego ww. prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania.

Pojęcie solitonu zostało wprowadzone do fizyki matematycznej przez Kruskala oraz Zabuskiego, którzy wykazali istnienie stabilnych fal biegnących, będących rozwiązaniami równań Kortewega-de Vriesa. Istnienie tak specyficznych rozwiązań jest konsekwencją zbalansowania dyspersji przez nieliniowość danego modelu. Z istnienia solitonów w przyrodzie zdano sobie sprawę znacznie wcześniej. Pierwszego opisu propagacji solitonu dokonał J. Scott Russell [Scott Russell 1845], który obserwował stabilną falę poruszającą się wzdłuż kanału Union Canal w Hermiston. Obecnie solitony pojawiają się w opisie wielu układów fizycznych, biologicznych, chemicznych, a także w innych dziedzinach nauki [Rajaraman 1987], [Remoissenet 1996]. Przykładowo w fizyce matematycznej solitony pojawiają się jako rozwiązania równań, takich jak: równanie Kortewega–de Vriesa, sinus-Gordona, nieliniowego równania Schrödingera oraz wielu wariacji tych modeli. W teorii pola oraz w fizyce materii skondensowanej rozpatruje się również wiele modeli, w których występują bardziej ogólne rozwiązania znane jako solitony topologiczne lub też defekty topologiczne. Rozwiązania te asymptotycznie stanowią mapy z nieskończoności przestrzennej w rozmaitość próżniową danego modelu i dlatego są klasyfikowane ze względu na przynależność do różnych klas homotopii. Okazuje się, że omawiane rozwiązania zawdzięczają swą stabilność nieskończonym barierom energetycznym oddzielającym różne klasy homotopii. Przykładami takich rozwiązań są ściany domenowe, worteksy, monopole. Nieco odmienny charakter mają defekty budowy nazywane często tekturami lub węzłami. Defekty te nie są stabilne, ponieważ pola różnią się o człony wynikające z istnienia gradientów pól od konfiguracji próżniowych nie w nieskończoności przestrzennej, ale w skończonej odległości od położenia defektu [Derrick 1964], [Davis 1987], [Turok 1987]. Rozwiązania te opisują wiele obiektów istniejących w różnorodnych układach fizycznych. Przykładami takich obiektów są ściany domenowe występujące w ferromagnetykach oraz ferroelektrykach [Strukov 1998], [Vilenkin 1994], [Dvali 1998], wiry występujące w cieczech kwantowych [Baüerle 1996, 1998], [Bradley 1998], ciekłych kryształach [Chandrasekhar 1986], [Bowick 1994], czy też flux-tuby obserwowane w nadprzewodnikach [Huebener 1979], [Abrikosov 1957], [Bishop 1981]. Bardziej spekulatywny charakter ma obecność ścian domenowych, worteksów lub też monopoli w kosmologii [Hindmarsh 1995], czy też zastosowanie ścian w fizyce jądrowej (model worka) do opisu jądra albo też worteksów do opisu flux-tuby kolorowej pojawiającej się w QCD przy opisie uwięzienia w układzie kwark-antykwar [Nielsen 1973], [Olson 1992]. W fizyce materii skondensowanej częstokroć oryginalne równania solitonowe modyfikowane są przez pewne dodatkowe wyrazy mające postać niewielkich zaburzeń wyjściowych równań. Takie dodatkowe wyrazy pojawiają się częstokroć w modelach typu Landaua-Ginzburga. Jeśli fizyczną przyczyną pojawienia się dodatkowych członów jest istnienie wszelakiego rodzaju domieszek i zanieczyszczeń, to w sposób jawny łamana jest niezmienniczość układu względem translacji. Obecność dodatkowych członów oraz łamanie powyższej symetrii znacznie komplikuje analityczne studia takich układów.

Przykładowe ściśle rozwiązania przetłumionego równania Landaua-Ginzburga w obecności niejednorodności przestrzennych łamiących niezmienniczość translacyjną zaprezentowane zostały w pracy [H-01 Dobrowolski 2002]. Rozwiązania te mają postać ściśniętego kinku oraz antykinku. Badanie stabilności tych rozwiązań pokazuje, że w liniowym spektrum wzbudzeń nie istnieją mody prowadzące do destabilizacji powyższych rozwiązań. Spektrum to zawiera mod podstawowy odpowiadający niezerowej częstości, który w przypadku braku niejednorodności redukuje się do modu zerowego. Następnym modem dyskretniej części widma jest mod oddychający. W przeciwieństwie do modu podstawowego mod ten istnieje

jedynie, gdy potencjał opisujący niejednorodność jest dostatecznie szeroki. Oprócz dwóch modów dyskretnych, spektrum zawiera widmo ciągle wzbudzeń. Podobne rozważania w przypadku modelu nie przetłumionego prowadzą do identycznego statycznego rozwiązania oraz spektrum wzbudzeń zawierającego dwa razy większą liczbę modów. Artykuł [H-01 Dobrowolski 2002] przedstawia również argumentację na rzecz istnienia uwieczionych rozwiązań w wielowymiarowych modelach ϕ^4 zawierających rozwiązania o postaci jeża. W pracy pokazany jest też przykład ścisłego rozwiązania opisującego statyczną konfigurację „ściśnięty kink – ściśnięty antykink”. Z uwagi na to, że osobno ściśnięty kink, jak i antykink są stabilne przeprowadzono analizę stabilności ze względu na możliwość rozerwania pary. Okazuje się, że przy małych wychyleniach para taka stanowi układ stabilny. Jest to wynik kompletnie odmienny od analogicznego wyniku otrzymywanego dla jednorodnego modelu ϕ^4 , w którym para kink-antykink w sposób nieuchronny anihiluje. W przypadku modelu ϕ^4 zawierającego dowolnie skomplikowany rozkład niejednorodności można się spodziewać istnienia rozwiązań kinkowych ulokowanych w węzłach rozkładu sił opisujących występujące w układzie „zanieczyszczenia”. W ogólności profil ściśniętego kinku może być zdeformowany, co wiąże się z odchyleniami kształtu „domieszki” od analitycznej postaci niejednorodności opisanych w omawianej pracy.

Oddziaływanie kinku z niejednorodnością zostało przykładowo przebadane numerycznie w pracy [H-02 Dobrowolski 2008]. W badaniach tych wykorzystano fakt, że w dużej odległości od niejednorodności można przyjąć jako warunek początkowy konfigurację o postaci swobodnego kinku. Z drugiej strony, w przypadku utworzenia stanu związanego, można się (na podstawie pracy [H-01 Dobrowolski 2002]) spodziewać, że stan końcowy ma postać ściśniętego kinku. Powyższe obliczenia pokazują, że niezbyt szybki kink oddziałując z domieszką tworzy stan związany, który poprzez oscylacje kinku wokół domieszki wytraca energię deekscytując do ściśniętego kinku. Jeśli jednak kink jest wystarczająco szybki, to domieszka nie jest w stanie go przechwycić. W przypadku tym, oddziaływanie z niejednorodnością powoduje wypromieniowanie części energii, a z drugiej strony związanie części energii w postaci deformacji pola wokół domieszki. Oba procesy przyczyniają się do redukcji energii kinetycznej kinku, a tym samym do zmniejszenia jego prędkości. Kink trafiając na kolejne niejednorodności redukuje swą prędkość, a w efekcie jest wiązany przez jedną z nich.

Zupełnie innym rozwiązaniem obecnym w modelu ϕ^4 jest tzw. półkink. Jest to rozwiązanie stacjonarne opisujące rozpad fałszywej próżni do próżni prawdziwej. Prędkość rozpadu jest w naturalny sposób określona przez zrównoważenie sił potencjalnych, poprzez dyssypację występującą w układzie. Dodatkowo, w modelu bez niejednorodności, wyznaczono rozwiązanie opisujące zderzenie półkinku z odwrotnym półkinkiem prowadzące do uformowania antykinku [H-03 Dobrowolski 2004]. W tej samej pracy analizowany jest wpływ niejednorodności na postać propagującego się półkinku. W wyniku symulacji numerycznych stwierdzono trzy możliwe scenariusze. Jeśli niejednorodność jest zbyt słaba, to po przejściowym zaburzeniu kształtu półkink powraca do niezaburzonej postaci. Jeżeli zanieczyszczenie jest dostatecznie silne, to za propagującym się półkinkiem powstaje ściśnięty i związany z domieszką kink, a także półkink oraz odwrotny półkink, które zderzając się tworzą swobodny antykink. Jeśli zanieczyszczenie jest dostatecznie duże oraz przeciwnie zorientowane, to półkink zostaje zmieniony w odwrotny półkink, a w miejscu domieszki powstaje ściśnięty antykink. Wyniki te są istotne w kontekście niejednorodnych przemian fazowych prowadzących z fazy symetrycznej do fazy ze złamaną symetrią. W pracy [Dziarmaga 1999] pokazano, że w układach jednorodnych, jeśli przemiana fazowa nie zachodzi jednocześnie w całym układzie, lecz front fazowy rozprzestrzenia się stopniowo na

cały układ to, o ile prędkość frontu jest wystarczająco mała (mniejsza od prędkości rozpadu fałszywej próżni), to w czasie przemiany w układzie nie powstają żadne defekty topologiczne. Praca [H-03 Dobrowolski 2004] pokazuje, że w układach niejednorodnych nawet w takich warunkach powstają defekty topologiczne. Jedynym warunkiem, aby tak było, jest istnienie w układzie (wystarczająco silnych oraz posiadających węzły) niejednorodności.

Rozwiązania o postaci kinku o dowolnej szerokości można wyznaczyć również na gruncie (zmodyfikowanego przez człon opisujący oddziaływanie z zewnętrznym polem magnetycznym) modelu sinus – Gordona, który opisuje przykładowo dynamikę niezmienniczej ze względu na transformacje cechowania różnicę faz między nadprzewodzącymi okładkami złącza Josephsona. Równania ruchu, w tej sytuacji, mogą uwzględniać dodatkowo inne człony związane z dyssypacją oraz przepływem prądu. W przypadku tego układu wyznaczono postać pola, która pozwala na zmianę szerokości kinku oraz postać analityczną ściśniętych (lub poszerzonych) rozwiązań kinkowych [H-04 Dobrowolski 2008].

Jedną z użytecznych metod analitycznych badania układów solitonowych jest metoda zmiennych kolektywnych [Rice 1980, 1983], [Kivshar 1989], [Buttiker 1979, 1995]. Główną zaletą tej metody jest redukcja nieskończonej liczby stopni swobody związanych ze zmiennymi polowymi do zaledwie kilku stopni swobody opisujących soliton, jako cząstkę punktową lub cząstkę posiadającą pewną strukturę. Zwykle redukcja pozostawia tylko stopnie swobody opisujące położenie oraz grubość solitonu, przy czym stopnie te są ze sobą sprzężone. Jedną z odmian powyższej metody jest metoda rzutowania na mody zerowe [Fogel 1976], [McLaughlin 1978]. Praca [H-05 Dobrowolski 2008] zawiera numeryczne wyniki dotyczące obszaru skuteczności powyższej metody. Okazją do przeprowadzenia takiego testu stał się fakt, że dzięki pracy [H-01 Dobrowolski 2002] uzyskano wiedzę o postaci analitycznej, nie tylko warunku początkowego, ale również finalnej konfiguracji, którą jest kink związany przez domieszkę. Test pokazuje, że dopóki kink jest dostatecznie daleko od domieszki, (a więc słabo z nią oddziałuje) metoda odtwarza poprawnie prędkość kinku, nawet gdy początkowo prędkość ta była bliska prędkości światła. Stwierdzenie to przeczy obiegowej opinii, iż metoda ta jest skuteczna jedynie dla niewielkich prędkości kinku. Inaczej sytuacja wygląda, gdy oddziaływanie z domieszką jest bardzo silne. Symulacje przeprowadzone przy dużym tłumieniu (dla wyeliminowania procesów radiacyjnych) pokazują, że co prawda jakościowo oddziaływanie z domieszką wiąże się z przyspieszeniem kinku, to jednak w modelu efektywnym maksymalna prędkość jaką osiąga przyciągany przez domieszkę kink, jest co najmniej o rząd wielkości mniejsza, jak w oryginalnym modelu teoriopolowym. Sytuacja ulega radykalnej zmianie, gdy dyssypacja jest znikoma, a prędkość kinku oraz siła oddziaływania są znaczne. W przypadku tym, model efektywny staje się bezużyteczny. Dodatkowo, obliczenia numeryczne przeprowadzone w ramach oryginalnego modelu teoriopolowego pokazują niefizyczne zachowanie pozycji zera pola skalarnego. Niefizyczność tej zmiennej wiąże się ze wzrostem prędkości zera ponad prędkość światła. Sytuacja taka, obserwowana była w innych układach, w których pokazano, iż nie wiążą się z nią żadne procesy fizyczne. W szczególności, w układach tych pokazano, że pomimo wzrostu prędkości zer pól skalarnych ponad prędkość światła, rozkład gęstości energii w tych modelach był prawie statyczny [Myers 1992], [Ruback 1988].

Wspomniano już, iż równania nieliniowe posiadające rozwiązania solitonowe pojawiają się w opisie wielu układów z dziedziny fizyki fazy skondensowanej. Jeśli chodzi o praktyczne zastosowania, to jednym z najbardziej obiecujących takich układów jest złącze Josephsona. Złącze to jest urządzeniem, które składa się z dwóch elektrod nadprzewodzących

rozdzielonych przez bardzo cienką warstwę normalnego metalu albo dielektryka. Kolektywny stan podstawowy każdego z nadprzewodników zachowuje się jak pojedyncza cząstka kwantowa, jest więc opisany przez wielocząstkową funkcję falową postaci [Tinkham 1996]:

$$\psi_1 = |\psi_1| e^{i\varphi_1(\vec{x},t)}, \quad \psi_2 = |\psi_2| e^{i\varphi_2(\vec{x},t)}.$$

Moduł makroskopowej funkcji falowej każdej z elektrod opisuje gęstość par Coopera w stanie nadprzewodzącym. Ze względu na to, że we wnętrzu nadprzewodnika gęstość par Coopera jest prawie stała, więc dominującymi dynamicznymi stopniami swobody są fazy funkcji falowych obu elektrod. Dopóki grubość warstwy dielektrycznej rozdzielającej elektrody jest dostatecznie duża, fazy funkcji falowych są niezależne. Jeżeli jednak, grubość warstwy centralnej staje się wystarczająco mała (zwykle kilka lub kilkanaście Å), w układzie dochodzi do skorelowania faz funkcji falowych opisujących poszczególne elektrody. Bezpośrednią konsekwencją tej korelacji jest redukcja liczby niezależnych stopni swobody. Odpowiednim stopniem swobody, w tym przypadku, staje się niezmiennicza ze względu na transformacje cechowania różnica faz. Nowa zmienna dynamiczna może być zinterpretowana jako znormalizowana miara strumienia magnetycznego. Fizycznie korelacja faz funkcji falowych przejawia się przepływem przez złącze prądu, którego nośnikami są pary Coopera. Efekt powyższy został przewidziany teoretycznie przez Josephsona [Josephson 1962]. Pierwsze urządzenie tego typu zostało wykonane przez Johna Rowella i Filipa Andersona w Laboratorium Bella w 1963, dzięki czemu efekt został potwierdzony eksperymentalnie [Anderson 1963].

To stosunkowo proste urządzenie znalazło wiele zastosowań technicznych. Złącza Josephsona są używane do konstrukcji SQUIDS (superconducting quantum interference devices) [Jaklevic 1964], które są bardzo wrażliwymi magnetometrami. Przykładowo, magnetyczna aktywność tkanek zwierzęcych jest bardzo mała i odpowiada polom o indukcji magnetycznej o wartości między 10^{-9} T a 10^{-6} T. Z drugiej strony, SQUIDS jest wystarczająco czuły, aby zmierzyć pole magnetyczne o indukcji 10^{-18} T. Ta niezwykła czułość sprawia, że SQUIDS jest przydatny w medycynie, ale również przy poszukiwaniu minerałów, diagnostyce trzęsień Ziemi i w wielu innych gałęziach przemysłu i nauki.

Innym polem zastosowań złącza Josephsona jest elektronika RSFQ (rapid single flux quantum) oparta na kwantowych zjawiskach zachodzących w złączach. Informacja w tych urządzeniach jest przenoszona przez kwanty strumienia magnetycznego w złączu Josephsona, zamiast ładunki elektryczne w tranzystorach. Niezwykle użyteczną cechą tych układów jest fakt, iż kwanty strumienia magnetycznego są przenoszone przez pikosekundowe skoki napięcia wzdłuż nadprzewodzących linii przesyłowych [Worsham 1995].

Następnym urządzeniem, wykorzystującym złącza Josephsona, są tranzystory SET (single electron transistor), pozwalające na transmisję pojedynczych elektronów pomiędzy dwoma złączami Josephsona o wspólnej jednej elektrodzie [Fulton 1989].

Wydaje się, że najbardziej obiecującym potencjalnym polem zastosowań złącza Josephsona jest konstrukcja komputerów kwantowych, które poprzez operacje dokonywane na stanie kwantowo-mechanicznym, pozwalają na rozwiązywanie różnorodnych problemów obliczeniowych [Kemp 2002], [Nakamura 1999], [Friedman 2000], [Wal 2000], [Ekert 1996], [Nielsen 2000].

Pamięć klasycznego komputera operuje na bitach, przy czym każdy bit reprezentuje jedną z dwóch logicznych wartości jeden albo zero. Komputer kwantowy używa tzw. kubitów. Pojedynczy kubit może reprezentować jedynekę, zero, albo superpozycję tych stanów, co więcej, para kubitów może być superpozycją 4 stanów. Ogólnie, komputer zawierający n kubitów operuje na superpozycji 2^n różnych stanów. Jeden krok obliczeniowy takiego komputera odpowiada operacji wykonanej równocześnie na 2^n liczbach zespolonych. Z drugiej strony, klasyczny komputer może być tylko w jednym z tych 2^n stanów i działa tylko na tej wybranej pojedynczej wartości logicznej. Komputer kwantowy działa na układzie kubitów poprzez operacje unitarne, nazywane bramkami kwantowymi. Ciąg zastosowanych bramek tworzy algorytm kwantowy.

Wspomniany powyżej kubit, jest dowolnym dwustanowym układem kwantowym. Najprostszym układem tego typu jest cząstka kwantowa o dwóch stanach spinowych "górze" i "dół". Niestety, dodatkowy osprzęt, który umożliwia kontrolowanie takiego układu zajmuje znaczny obszar przestrzeni otaczającej cząstkę. Podobny osprzęt, w przypadku innych realizacji kubitów jest dużo bardziej kompaktowy. Przykłady takich kubitów wykonane są na bazie złącza Josephsona. Są trzy różne typy kubitów opartych o złącze Josephsona.

Pierwszym kubitem tego typu jest kubit ładunkowy. Urządzenie to jest utworzone z cienkiej „wyspy” nadprzewodzącej sprzężonej poprzez złącze Josephsona z nadprzewodnikiem będącym rezerwuarem ładunku. Stanami bazowymi w tym kubicie są stany reprezentujące obecność $|1\rangle$, albo nieobecność $|0\rangle$ nadmiarowych par Coopera w obszarze „wyspy”. W układzie tym, kwantową superpozycję stanów ładunkowych uzyskuje się przez przyłożenie napięcia, które zmienia potencjał chemiczny „wyspy” [Bouchiat 1998], [Nakamura 1999], [Lehnert 2003].

Drugą realizacją jest kubit strumienia, który ma postać małej pętli nadprzewodzącej, przerwanej odpowiednią ilością złączy Josephsona. Złącza są przygotowane w ten sposób, że (w zależności od przyłożonego z zewnątrz pola magnetycznego) w pętli płynie prąd, zgodnie z ruchem wskazówek zegara $|1\rangle$, bądź w kierunku przeciwnym $|0\rangle$. Stany bazowe kubitów odpowiadają obu kierunkom prądu płynącego w pętli. Jeśli strumień przechodzący przez pętlę jest bliski połowie kwantu strumienia magnetycznego, wówczas poziomy energetyczne odpowiadające obu kierunkom przepływu stają się sobie bardzo bliskie i wówczas pętla pracuje jako kubit. W istocie, dzięki bliskości poziomów energetycznych odpowiadających obu stanom, (odpowiednio dobrane) promieniowanie mikrofalowe tworzy w układzie superpozycję stanów odpowiadających obu kierunkom, które stanowią bazę w tym układzie [Petrashov 2005].

Trzecią możliwością realizacji kubitów przy pomocy złącza Josephsona jest tzw. kubit fazy. Przykładowo, w ramach modelu RSJ otrzymuje się, równanie dynamiczne opisujące dynamikę niezmienniczej ze względu na transformacje cechowania różnicy faz pomiędzy elektrodami nadprzewodzącymi. Wspomniane powyżej równanie można interpretować jako równanie opisujące ruch cząstki punktowej w potencjale posiadającym lokalne minima. Przy odpowiednio niskiej temperaturze stan podstawowy oraz pierwszy stan wzbudzony „cząstki” w minimum takiego potencjału stanowią stan zerowy $|0\rangle$ oraz jedynekowy $|1\rangle$ powyższego kubitów. Różnica energii pomiędzy tymi poziomami może być zmieniana poprzez przepuszczanie prądu w kierunku prostopadłym do złącza [Martinis 1985].

Ze względu na wymiar przestrzenny, złącza Josephsona można podzielić na wielkopowierzchniowe (dwuwymiarowe), długie złącza Josephsona (jednowymiarowe) oraz złącza punktowe (zerowymiarowe). Długie złącze Josephsona odpowiada wielkopowierzchniowemu złączu o wymiarze poprzecznym mniejszym od długości Josephsona. W przypadku złącza punkowego, rozmiar w obu kierunkach jest mniejszy od długości Josephsona.

Dynamika niezmienniczej ze względu na transformacje cechowania różnicy faz pomiędzy elektrodami nadprzewodzącymi (w jedno i dwuwymiarowym przypadku), opisana jest przez równanie sinus-Gordona [Barone 1982], [Swihart 1961]. Równanie to pojawia się w opisie wielu układów fizycznych [Babelon 2003]. Samo równanie i jego rozwiązania badane są już od wielu lat [Ferreira 2008], [Ablowitz 1999], [Malomed 1991], [Zagodziński 1979], [Leibbrandt 1978], [Kobayashi 1976]. Oczywiście najbardziej znanym rozwiązaniem tego równania jest kink, który interpoluje pomiędzy różnymi stanami podstawowymi potencjału. W kontekście złącza Josephsona, kink reprezentuje kwazicząstkę będącą kwantem strumienia magnetycznego uwięzionego w złączu. Wspomniana kwazicząstka nazywana jest fluxionem. Dynamika tej cząstki jest szczególnie ważna dla fazowej realizacji kubitu. Ostatnio badacze rozważają zależność dynamiki fluxionu od geometrii złącza. Tak określony kierunek badań wiąże się z możliwością geometrycznego wytworzenia potencjału, który definiowałby stany bazowe kubitu. Badania te są stymulowane przez postęp jaki dokonał się w technologii wytwarzania złącz. Okazuje się, że między innymi techniki litograficzne oraz ewaporacyjne pozwalają na wytwarzanie złącz o prawie dowolnych kształtach. Badania teoretyczne dotyczące wpływu nietrywialnego kształtu złącza na dynamikę kinku podjęto, na przykład w artykule [Gorria 2004]. Układ rozważany w tej pracy jest złączem wielkopowierzchniowym ulokowanym na płaszczyźnie. Rozważane złącze jest obszarem płaszczyzny o zakrzywionych brzegach. Składa się ono z dwóch fragmentów prostokątnych połączonych wycinkiem o postaci pierścienia. Okazuje się, że zakrzywiony fragment złącza działa na kink jak bariera potencjału. Kink propagujący się wzdłuż takiego złącza zmienia swą prędkość oraz grubość. Podobnie wpływ zewnętrznego pola magnetycznego na fluxion w zakrzywionym złączu został przebadany w pracach [Ustinov 1991], [Martucciello 1996].

W pracy [H-06 Dobrowolski 2012] rozważane jest jedno oraz kwazi-jednowymiarowe złącze Josephsona. Wspomniana jednowymiarowość złącza osiągana jest dzięki płaskości złącza w kierunku poprzecznym oraz zastosowaniu odpowiednich pól elektromagnetycznych. Opis układu prowadzony jest we współrzędnych krzywoliniowych, opartych o linię centralną, ulokowaną w warstwie izolatora rozdzielającego okładki nadprzewodzące. Na gruncie równań Maxwela uzyskuje się pola obecne w izolatorze oraz okładkach nadprzewodzących. Przyjmuje się, iż prąd płynący w układzie jest prądem nadprzewodzącym Landaua-Ginzburga. W oparciu o powyższe rozważania, uzyskuje się dla wolnozmiennych krzywizn równanie, opisujące dynamikę niezmienniczej ze względu na transformacje cechowania różnicy faz funkcji falowych, opisujących poszczególne elektrody nadprzewodzące. Wspomniana różnica faz ma prostą interpretację fizyczną tj. mierzy strumień magnetyczny penetrujący złącze. W pracy pokazuje się również, iż identyczne równanie dynamiczne można uzyskać w oparciu o geometryczną redukcję modelu sinus-Gordona z 1+3 do 1+1 wymiarów. Redukcja taka polega na identyfikacji we współrzędnych krzywoliniowych zmiennych nadmiarowych, a następnie ich eliminacji. Praca przedstawia również przypadek dużych krzywizn, dla których uzyskuje się analogiczne równanie dynamiczne, jak dla złącz nieznacznie zakrzywionych. Jedyna różnica polega na pojawieniu się zależności prędkości Swihart od zakrzywienia złącza.

Szczegółowo przypadek wpływu dowolnego zakrzywienia na długie złącze Josephsona został przebadany w pracy [H-07 Dobrowolski 2010]. W artykule tym, prześledzono wpływ geometrii na dynamikę kinku w modelu sinus-Gordona, zdefiniowanym w dowolnie zakrzywionej jednowymiarowej przestrzeni. W pracy tej dokonano rzutowania 3+1 wymiarowego modelu sinus-Gordona na jednowymiarową krzywą, otrzymując 1+1 wymiarowy model sinus-Gordona w zakrzywionej przestrzeni. W podejściu tym, pola zależą od jednej zmiennej parametryzującej krzywą, na której zdefiniowany jest model, ale zależność ta w kartezjańskim układzie współrzędnych ma charakter uwikłany. W celu odseparowania zmiennej fizycznej od zmiennych pomocniczych wprowadzono krzywoliniowy układ współrzędnych wokół dowolnie zadanej krzywej. W takiej parametryzacji, łatwo można wyeliminować zmienne pomocnicze tj. te zmienne, które parametryzują kierunki normalne do krzywej. Zasadność takiego postępowania, w odniesieniu do złącza Josephsona, została wykazana na gruncie modelu Landaua-Ginzburga oraz równań Maxwella w pracy [H-06 Dobrowolski 2012]. W pracy tej pokazano, że (przynajmniej dla wolnozmiennych krzywizn) dynamikę niezmienniczej ze względu na transformacje cechowania różnicy faz, można otrzymać na gruncie rozważań czysto geometrycznych tj. poprzez redukcję modelu sinus-Gordona do mniejszej liczby wymiarów. Lokalnie krzywa charakteryzowana jest przy pomocy krzywizny oraz torsji. Okazuje się, że właśnie te wielkości bezpośrednio tłumaczą się na potencjały określające dynamikę kinku [H-07 Dobrowolski 2010]. Co więcej, dowodzi się, że jeśli mamy do czynienia z przypadkiem przestrzeni jednowymiarowej, to potencjał działający na kink pochodzi jedynie od krzywizny, natomiast torsja nie ma żadnego znaczenia. W przypadku małych krzywizn uzyskano prostą formułę wiążącą krzywiznę z potencjałem. Formuła ta pokazuje, iż obszary większej krzywizny odpowiadają wyższej barierze potencjału działającej na kink. Powyższa analiza została ekstrapolowana na przypadek złącza dwuwymiarowego o płaskim jednym kierunku. Tym razem, krzywa reprezentuje nie samo złącze, lecz ma charakter pomocniczy tj. jest centralną krzywą złącza. Kierunek płaski wyznaczony jest przez wektor binormalny do krzywej centralnej. W przypadku tym, potencjał zależy nie tylko od krzywizny, ale również od torsji charakteryzującej krzywą centralną. Zauważmy, że w zależności od kształtu złącza można skonstruować potencjał prawie o dowolnym kształcie. Minima takiego potencjału można również wykorzystać do zaprojektowania kubitów. Zachowanie takiego układu może być kontrolowane przez zewnętrzne pole magnetyczne. W pracy zauważono również, że w przypadku złącza dwuwymiarowego potencjał działający na kink można uzyskać zmieniając szerokość złącza w kierunku wektora binormalnego, co wynika z faktu, że energia niesiona przez kink, w przypadku dwuwymiarowym jest proporcjonalna do długości frontu fali solitonowej, a ta zależy od wymiaru poprzecznego złącza.

Innym ciekawym zagadnieniem związanym z długim złączem Josephsona jest kreacja fluxionów w czasie chłodzenia do temperatury, w której okładki rozważanego urządzenia stają się nadprzewodzące, albo też gdy okładki urządzenia stają się nadprzewodzące w wyniku przejścia przez temperaturę krytyczną na skutek zmiany innych parametrów zewnętrznych [H-08 Dobrowolski 2010]. Oryginalnie idea kreacji defektów topologicznych pojawiła się w kontekście spontanicznego łamania symetrii w stygnącym Wszechświecie [Vilenkin 1994]. Idea ta znalazła możliwość eksperymentalnej weryfikacji w układach materii skondensowanej dzięki pomysłom Kibble [Kibble 1976, 1980] oraz Zurka [Zurek 1985, 1993, 1996]. Jeśli układ na skutek zmiany temperatury lub też innych parametrów zewnętrznych w sposób jednorodny (w całej objętości) zbliża się do punktu, w którym następuje przemiana fazowa, to dochodzi do spowolnienia krytycznego, co oznacza, że dochodzi do wydłużenia czasu relaksacji. W punkcie krytycznym czas ten jest nieskończony. Łatwo można się domyślić, że jeszcze przed osiągnięciem punktu krytycznego można wyróżnić taki moment,

że czas pozostały do przemiany zrównuje się z czasem relaksacji. Od tej chwili, układ pomimo zmiany parametrów zewnętrznych, nie jest w stanie nadążyć za zmianami wspomnianych parametrów termodynamicznych. Tą szczególną chwilę czasu nazywa się chwilą „zamarzania”. Od tej chwili konfiguracja pól prawie się nie zmienia, pomimo że dynamika układu w punkcie krytycznym ulega dramatycznej zmianie. W szczególności może w układzie dojść do spontanicznego złamania symetrii, co wiąże się z pojawieniem nowych, zdegenerowanych stanów próżni. W opisanej powyżej sytuacji, nawet po przekroczeniu punktu krytycznego, pola w dalszym ciągu nie poddają się nowej dynamice układu. Dzieje się tak, aż do tzw. momentu „odmarzania”, w którym czas relaksacji zrównuje się z czasem, który upłynął od chwili przemiany. Dopiero po tej chwili, pola zaczynają poddawać się dynamice określonej przez nową postać potencjału. Taki przebieg przemiany sprawia, że zera pól skalarnych wytworzone powyżej punktu krytycznego, w chwili zamarzania zostają zachowane w układzie, aż do momentu „rozmarzania” tj. poniżej punktu krytycznego. Od tej chwili, na skutek zmiany kształtu potencjału, odpowiednio odseparowane zera pól skalarnych stają się zalążkami defektów topologicznych. Scenariusz tworzenia defektów został potwierdzony w kilku eksperymentach numerycznych [Vachaspati 1984], [Bray 1994], [Hindmarsh 1995], [Antunes 1999]. Co więcej, przebieg opisanych przemian fazowych został pozytywnie zweryfikowany w wielu układach fazy skondensowanej, takich jak: ciekłe kryształy [Chuang 1991], [Bowick 1994], cienkie warstwy nadprzewodzące [Maniv 2003] oraz nadciekły hel-3 [Baüerle 1996], [Ruutu 1996], natomiast w nadciekłym helu-4 wyniki eksperymentów są między sobą niespójne [Hendry 1994], [Dodd 1998]. W pracy [H-08 Dobrowolski 2010] dokonano oszacowania zależności gęstości fluxionów wykreowanych w czasie ciągłej przemiany fazowej od zakrzywienia złącza Josephsona. Rachunek dotyczy obszaru na tyle niskich temperatur, że w układzie dochodzi do tworzenia solionów o jednostkowym ładunku topologicznym. Praca pokazuje, że obecność obszarów zakrzywionych, obniża gęstość wykreowanych fluxionów, tym bardziej, im większa jest krzywizna złącza. Zważywszy na fakt, że krzywizna koresponduje z istnieniem bariery potencjału nazywanej obstrukcją potencjalną [Piette 2005], [Ferreira 2008], [Javidan 2006], wynik ten jest zgodny z rezultatami prac opisujących wpływ różnorodnych potencjałów na produkcję defektów topologicznych [Dobrowolski 2002a, 2002b].

Bardziej złożonym układem, od długiego złącza Josephsona jest złącze wielkopowierzchniowe. W przypadku, gdy złącze jest zakrzywione, można analogicznie, jak to miało miejsce dla długiego złącza, przeprowadzić redukcję 3+1 wymiarowego modelu sinus-Gordona do 2+1 wymiarów. W podejściu tym, wprowadza się zmienne pomocnicze oparte o powierzchnię wyznaczającą centrum warstwy dielektrycznej złącza, a następnie przeprowadza się eliminację zmiennej normalnej [H-09 Dobrowolski 2011]. Otrzymany model uzależniony jest zarówno od skalaru krzywizny wzmiankowanej powierzchni, jak i od krzywizn zewnętrznych, opisujących zanurzenie powierzchni w trójwymiarowej przestrzeni. W pracy rozważono dwa przykłady. Pierwszy z przykładów opisuje wpływ zakrzywienia na propagację kinku, w przypadku, gdy powierzchnia jest nietrywialnie zanurzona w przestrzeni trójwymiarowej (ma niezerowe krzywizny zewnętrzne), lecz jest wewnętrznie płaska tj. jej skalar krzywizny jest zerowy. Powierzchnia, w tym przypadku, składa się z dwóch płaszczyzn połączonych fragmentem cylindrycznym, natomiast uzyskany w wyniku rachunków potencjał koresponduje z odpowiednim potencjałem uzyskanym w pracy [H-07 Dobrowolski 2010] dla długiego złącza Josephsona. Drugi przykład, dotyczy powierzchni o niezerowym skalarze krzywizny. Powierzchnia ta składa się z dwóch powierzchni walcowych, połączonych fragmentem toroidalnym. Kształt potencjału, otrzymanego w tym przypadku, jest identyczny z potencjałem uzyskanym w pierwszym przykładzie, lecz tym razem wysokość bariery potencjału zależy od promieni związanych z głównymi krzywiznami torusa.

Ostatnią powierzchnią, rozważaną w tym kontekście jest powierzchnia złożona z dwóch cylindrów połączonych fragmentem sferycznym [H-10 Dobrowolski 2009]. W przypadku tym, w obszarze sferycznym pojawia się bariera potencjału, zależna od promienia krzywizny obszaru sferycznego. Dodatkowym efektem, pojawiającym się równocześnie ze zmianą potencjału jest zmiana masy efektywnej kinku. W pracy tej sugerowane jest zastosowanie przedstawionego układu do przechowywania danych binarnych. Operacje na tak utworzonym elemencie pamięci możliwe są dzięki zastosowaniu zewnętrznego pola magnetycznego oraz istnieniu nieznaczonej dyssypacji w układzie.

W pracach powyższych pomijano deformacje zarówno grubości, jak i frontu kinkowego tj. opis efektywny redukuje dynamikę rozwiązania kinkowego do jednego stopnia swobody. Naturalny kolejny krok został uczyniony w pracy [H-11 Dobrowolski 2009]. W pracy tej otrzymano efektywny 1+1 wymiarowy model teoriopolowy zawierający dwie zmienne polowe. Jedna zmienna opisuje grubość kinku, natomiast druga określa położenie linii zer pola skalarnego. W modelu tym, pokazano istnienie rozwiązań o postaci fal propagujących się wzdłuż frontu kinkowego. Rozwiązania te są manifestacją fal Vachaspatich obecnych w wyjściowym 2+1 wymiarowym modelu. Fale te, w płaskiej przestrzeni, są identyczne ze wspomnianymi falami Vachaspatich. W przypadku gdy powierzchnia, po której porusza się fala, jest zakrzywiona rozwiązanie to zostaje zdeformowane. Przykładowo, jeśli powierzchnia zakrzywiona ma postać cylindra, to w zależności od orientacji frontu kinkowego, mamy do czynienia z modyfikacją prędkości fali biegnącej wzdłuż frontu, lub też zmianą grubości kinku. Grubość kinku zmienia się tylko wówczas, gdy kierunek frontu jest poprzeczny do zakrzywionego kierunku cylindra, w przypadku przeciwnym, zgodnie z oczekiwaniami, grubość ta jest identyczna, jak dla kinku na płaszczyźnie. Podobnie prędkość fali biegnącej jest modyfikowana tylko wówczas, gdy propaguje się ona w zakrzywionym kierunku cylindra. Istnienie rozwiązań o postaci fali biegnącej wzdłuż frontu pokazano również (perturbacyjnie) w przypadku powierzchni sferycznej. Dla tej powierzchni szczegółowo zbadano również grubość kinku statycznego. Okazuje się, że krzywizna sfery przyczynia się do poszerzenia kinku. W celu weryfikacji tego wyniku dokonano symulacji numerycznej w oparciu o wyjściowy 2+1 wymiarowy model sinus – Gordona na sferze. W rachunkach numerycznych, jako warunek początkowy przyjęto statyczną konfigurację, która jest rozwiązaniem w przypadku płaszczyzny. Z uwagi na to, że spodziewano się, iż konfiguracja ta może nie być rozwiązaniem w przypadku zakrzywionym, do równania ruchu wprowadzono człon opisujący niewielką dyssypację. Faktycznie człon ten spełnia dwa zadania. Z jednej strony, pozwala on na relaksację warunku początkowego do prawdziwego rozwiązania, a z drugiej wprowadza obecny w realnych złączach efekt oporu kwazicząstkowego. Efektem końcowym symulacji jest statyczne rozwiązanie o zmienionej grubości, w stosunku do grubości kinku stanowiącego warunek początkowy. Symulacje te potwierdzają wynik uzyskany perturbacyjnie.

Podobne symulacje w pełnym modelu dla różnych geometrii oraz warunku początkowego o postaci poruszającego się frontu kinkowego przedstawiono w pracy [H-12 Dobrowolski 2010]. Symulacja testowa sprawdza poprawność przyjętej procedury rachunkowej, w przypadku frontu kinkowego poruszającego się na płaszczyźnie. Zgodnie z oczekiwaniami, front taki porusza się ze stałą prędkością, bez zmiany kształtu oraz grubości. Nieco bardziej złożony przykład opisuje dwie płaszczyzny połączone fragmentem cylindrycznym. W przypadku tym, stwierdzono przechodzenie frontu przez zakrzywiony obszar przy małej krzywiznie. W sytuacji gdy, krzywizna jest duża, obserwuje się odbicie frontu od zakrzywionego obszaru oraz znaczące poszerzenie kinku w obszarze zakrzywionym, gdzie prędkość kinku na moment spada do zera. Kolejnym przykładem jest kink propagujący się po

płaszczyźnie zawierającej deformację o postaci gaussowskiej. W przypadku tym, łatwo można zobaczyć różnicę pomiędzy częścią frontu, która porusza się szybciej, gdyż jest dalej od obszaru zakrzywionego, a częścią która przechodzi przez obszar zakrzywiony – w tej części front porusza się wolniej oraz ulega poszerzeniu. Dodatkowym efektem mającym miejsce dla tej geometrii jest wytworzenie fali „sferycznej” propagującej się za frontem kinkowym, której centrum jest środek obszaru zakrzywionego. Kolejna geometria określona jest przez wycinek (fragment) paraboloidy. W przypadku tym, warunek początkowy o postaci frontu kinkowego dla płaszczyzny, dopasowuje swój kształt do geometrii rozważanej płaszczyzny. W obszarze o największej krzywiznie obserwuje się również poszerzenie frontu. Ostatni test dotyczy propagacji fali biegnącej wzdłuż statycznego frontu kinkowego. Symulacje przeprowadzono dla frontu ulokowanego na płaszczyźnie oraz frontu ulokowanego na cylindrze (w kierunku zakrzywionym cylindra). Powyższy „eksperyment numeryczny” potwierdza wynik analityczny, iż zakrzywienie modyfikuje prędkość fali biegnącej wzdłuż frontu.

Formalizm geometryczny zastosowany w powyższych pracach po pewnej modyfikacji może zostać również użyty w inny sposób, w innym kontekście fizycznym. Kontekstu tego dostarczają relatywistyczne modele zawierające w widmie rozwiązań rozciągłe solitony topologiczne. Rozciągłość jest tu atrybutem analogicznym do rozciągłości frontu kinkowego w 2+1 wymiarowym modelu sinus-Gordona. Rozciągłe solitony w powyższych modelach mają postać worteksów oraz ścian domenowych. Pierwotnie worteksy topologiczne pojawiły się w opisie nadprzewodników, gdzie miały postać tub pola magnetycznego, penetrujących nadprzewodnik drugiego rodzaju. Podobne rozwiązania pojawiły się w opisie innych układów: nadciekłych cieczy, wczesnych stadiów ewolucji kosmosu, czy też oddziaływań silnych, gdzie miały być odpowiedzialne za uwięzienie kwarków. Już od początku badań starano się z jednej strony stwierdzić, jak intensywnie tworzone są takie obiekty w trakcie przemiany fazowej prowadzącej do spontanicznego łamania symetrii, a z drugiej starano się dociec jak ewoluuje pojedynczy worteks.

Złożoność zagadnienia wymagała, aby dokonać redukcji połowych stopni swobody do stopni strunowych [Nielsen 1973]. Idea ta znalazła eleganckie sformułowanie matematyczne w pracach [Förster 1974], [Gervais 1975], gdzie pokazano, że w wiodącym przybliżeniu dynamika worteksu lokalnego może zostać zredukowana do dynamiki struny Nambu-Goto. Wkrótce zauważono, że spójny opis przybliżony w przypadku strun globalnych, wymaga wprowadzenia dodatkowych pól [Lund 1976]. W tym czasie skupiono się na wyjściu poza wiodące przybliżenie. W literaturze istnieje kilka głównych podejść do opisu dynamiki worteksu w języku teorii strun poza wiodącym przybliżeniem. Metody te, między innymi, różnią się definicją samej struny, a tym samym definicją jej powierzchni świata.

Najpopularniejsze podejście oparte jest na metodzie działania efektywnego oraz na zdefiniowaniu struny jako linii zer pola skalarnego [Maeda 1988], [Gregory 1988], [Barnard 1989], [Ben-Ya'acov 1992], [Anderson 1995], [Anderson 1997]. Dynamikę wewnętrznych stopni swobody w efektywnej dynamice worteksu bierze się pod uwagę przez uwzględnienie poprawek do działania struny Nambu - Goto. Dodatkowe wyrazy w działaniu efektywnym reprezentują sztywność struny (poprzez człon zawierający kwadrat krzywizny zewnętrznej). Oprócz dyskusji dotyczącej znaku stałej poprzedzającej ten człon dyskusja dotyczyła istnienia członu „twist” (kwadrat torsji) oraz sprzężenia krzywizny z polem aksjonowym. Ostatnie wyniki dotyczą nawet czwartego rzędu rozwinięcia w grubości worteksu. Niestety poprawki do działania Nambu – Goto prowadzą do równań zawierających wyższe pochodne względem zmiennej czasowej. Pojawienie się wyższych pochodnych czasowych prowadzi do pojawienia

się niefizycznych rozwiązań w teorii efektywnej, chociaż rozwiązania takie nie były obecne w wyjściowym modelu teoriopolowym.

Inne podejście, które znacząco różni się od poprzedniego definicją struny, zaproponowano w pracy [Silveira 1990]. Autorka wzmiankowanej pracy, w każdej płaszczyźnie stanowiącej przekrój poprzeczny worteksu, wyróżnia „środek masy”. Struna, w tym podejściu, zdefiniowana jest jako linia złożona ze wzmiankowanych „środków mas”. Podstawowa zaleta takiej definicji polega na tym, że w jej przypadku żaden fragment struny nigdy nie może poruszać się z prędkością większą od prędkości światła. W przypadku poprzedniej definicji istnieją sytuacje związane z oddziaływaniem dwóch strun lub samooddziaływaniem jednej struny, gdy fragmenty linii zer lub cała linia porusza się z prędkością przekraczającą prędkość światła.

Ostatni wariant rachunku perturbacyjnego oparto nie o działanie, lecz równania ruchu [Arodź 1995]. Ponadto struna, a tym samym powierzchnia świata struny ma znaczenie jedynie pomocnicze i jest tak określona, aby biegnąc w pobliżu rdzenia worteksu spełniała równania Nambu – Goto. Co więcej zauważono, że schemat perturbacyjny ma charakter singularnego rachunku perturbacyjnego [Kampen 1987]. W podejściu tym pola, określone na powierzchni świata struny, spełniają pewne warunki konsystencji, które pozwalają na uniknięcie pochodnych czasowych rzędu wyższego jak drugi. Fakt ten sprawia, że w teorii efektywnej, podobnie jak w wyjściowym modelu teoriopolowym nie ma rozwiązań niefizycznych.

W artykule [H-13 Dobrowolski 2009] analizę dynamiki worteksów oparto o równania ruchu, natomiast struna określona jest jako linia zer pola skalarowego. W pracy układ współrzędnych oparty jest o powierzchnię świata struny, która jest 1+1 wymiarową rozmaitością. Metoda przyjęta w pracy jest następująca: równania ruchu transformowane są do dowolnych (nieznanych) współrzędnych współporuszających się wraz ze struną. W następnym kroku przyjmuje się, iż w krzywoliniowym układzie współrzędnych, analityczna postać rozwiązań jest identyczna z postacią statycznych rozwiązań worteksowych we współrzędnych cylindrycznych. W tej sytuacji poszukiwane są ograniczenia na geometrię świata struny, które zapewniają spełnienie równań ruchu. Wybór taki oznacza, że spośród dowolnych współrzędnych współporuszających wybiera się tylko fizyczne. Dokonując rozwinięcia równań ruchu względem zmiennej normalnej do struny, a następnie rozwijając uzyskane warunki w szereg Fouriera, względem zmiennej kątowej, uzyskujemy nieskończenie wiele warunków, które jednak okazują się być zależne od kilku więzów uzyskanych w niższych rzędach rozwinięcia względem zmiennej radialnej. W przeciwieństwie do podejścia perturbacyjnego, nie zidentyfikowano bezwymiarowego małego parametru (typu stosunek grubości worteksu do promienia krzywizny struny), którego obecność standardowo wykorzystywana jest w celu obcięcia rozwinięcia na jednym z niższych rzędów. Metodologia taka jest nieunikniona, w przypadku gdy rozważane są bardziej ogólne konfiguracje worteksowe. Konfiguracje takie, mogą mieć zmienną w czasie i przestrzeni grubość, ale też zaburzoną symetrię cylindryczną. W pracy, co prawda ograniczono się do worteksów o stałej grubości, ale dzięki temu uzyskano ścisły wynik dotyczący możliwych geometrii powierzchni świata struny stowarzyszonej z worteksem. Wynik ten opisuje ograniczenia, którym podlegają współczynniki krzywizny oraz torsji wstęgi świata struny. W kontekście powyższego rachunku warto wspomnieć, że używany układ współrzędnych z reguły określony jest tylko lokalnie, wokół powierzchni świata struny, jednakże w przypadku więzów uzyskanych w pracy, współrzędne te okazują się być określone również globalnie. Uzyskane więzy określające geometrię powierzchni świata struny (tj. dynamikę samej struny), mogą również zostać wykorzystane do odtworzenia analitycznej postaci odpowiadających im rozwiązań

worteksowych w laboratoryjnym układzie współrzędnych. Dobrą własnością uzyskanych więzów geometrycznych jest fakt, że nie zawierają one pochodnych czasowych rzędu wyższego jak drugi, co z kolei przyczynia się do nieistnienia tachionów w spektrum ich rozwiązań.

Podobne rozważania, jak dla worteksów, można przeprowadzić dla ścian domenowych [H-14 Dobrowolski 2008]. Rozważania, w tym przypadku, dotyczą modeli rzeczywistych pól skalarnych o potencjale (jawnie nieokreślonym), który pozwala na istnienie takich rozwiązań. W konstrukcji wykorzystuje się krzywoliniowy układ współrzędnych, określony w pobliżu hiperpowierzchni świata ściany. Rozwinięcie w zmiennej normalnej prowadzi do kilku niezależnych warunków ograniczających geometrię hiperpowierzchni świata ściany domenowej. Warunki te stanowią ograniczenia na jej dynamikę. Jeśli otrzymamy hiperpowierzchnię stanowiącą rozwiązanie wzmiankowanych warunków, to można je wykorzystać do wyznaczenia w układzie laboratoryjnym zdeformowanych ścian domenowych. Warto podkreślić, że otrzymane warunki, traktowane jako równania na hiperpowierzchnię świata ściany, nie zawierają pochodnych czasowych rzędów wyższych jak drugi.

Podsumowując, zaprezentowany cykl prac pokazuje, że nietrywialna geometria układu zawierającego rozwiązania solitonowe ma identyczny wpływ na ewolucję solitonów jak istniejąca w układzie obstrukcja potencjalna lub niejednorodność układu. Zaprezentowany opis może znaleźć zastosowanie w wielu innych układach fizycznych o nietrywialnej geometrii. Z drugiej strony ten sam formalizm wykorzystywany jest do opisu rozciągniętych solitonów topologicznych w płaskiej czasoprzestrzeni. Ostatnie dwie prace pokazują, iż dla szczególnych konfiguracji solitonowych możliwe jest uzyskanie kompletnej informacji dotyczącej możliwej dynamiki oraz kształtu takich obiektów.

5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo - badawczych (artystycznych).

Prace poświęcone opisowi ewolucji worteksów oraz ścian domenowych.

Dobrowolski T.,

Geometry of vortices and domain walls,

Journal of Geometry and Symmetry in Physics 22 (2011) 1 - 12.

Praca stanowi podsumowanie prac [H13] oraz [H14]. W artykule tym przedstawiono przyjętą metodę konstrukcji zakrzywionych ścian domenowych oraz rozwiązań worteksowych. Metoda ta polega na poszukiwaniu transformacji do współrzędnych współporuszających się, które zachowują analityczną postać rozwiązań ze współrzędnych kartezjańskich. Szczególny status takich współrzędnych polega na tym, że poza przypadkami "patologicznymi" (samoprzecięciami worteksu lub ściany), współrzędne te (poprzez pola X^μ) określają kształt oraz ewolucję rozciągniętego defektu topologicznego. Przedstawiono również poglądowo w przestrzeni oraz czasoprzestrzeni otrzymane rozwiązania dla strun.

Dobrowolski T.,

Geometry of minimally deformed vortices and domain walls,

Proceedings of the conference, Geometry, Integrability and Quantization (Varna), Avangard Prima, Sofia (2011) 186 - 196.

Praca ta opisuje w poglądowy sposób konstrukcję worteksów oraz ścian domenowych o stałej grubości.

Cykl prac poświęconych tworzeniu defektów topologicznych w czasie ciągłych przemian fazowych.

T. Dobrowolski

"Kink production in the presence of impurities."

Physical Review E 65, 036136 (2002).

Praca dotyczy produkcji defektów topologicznych, na przykładzie rozwiązań kinkowych, w czasie ciągłej przemiany fazowej w przetłumionym modelu ϕ^4 . Rozważany układ zawiera „domieszki” oraz inne „zanieczyszczenia”, które w sposób jawny łamią niezmienniczość translacyjną układu. Artykuł pokazuje, że defekty są tworzone w ograniczonym stopniu w obszarach o niezerowej wartości sił pochodzących od „zanieczyszczeń”. Generyczną cechą tworzenia kinków w niejednorodnym środowisku jest wiązanie defektów przez węzły rozkładu sił pochodzących od „zanieczyszczeń”.

T. Dobrowolski

"Kink production in the presence of random distributed impurities."

Physical Review E 65, 046133 (2002) .

Artykuł ten dotyczy tworzenia kinków w czasie przemiany fazowej drugiego rodzaju, w układzie przypadkowo obsadzonym przez „zanieczyszczenia”. W pracy przyjmuje się, że rozkład „zanieczyszczeń” jest reprezentowany przez przestrzennie skorelowany i addytywny szum o pewnej charakterystycznej skali odległości, która opisuje średnią odległość pomiędzy

„zanieczyszczeniami”. Z drugiej strony szum termiczny jest opisany przy pomocy białego szumu gaussowskiego. Pokazano, że jeśli układ jest zdominowany przez szum temperaturowy, wówczas rozkład kinków jest określony przez długość korelacji w chwili rozmarzania, a co za tym idzie, przez czas jaki upłynął od przemiany do chwili rozmarzania. Z drugiej strony, jeśli wpływ szumu opisującego rozkład domieszek jest dominujący, wówczas rozkład wyprodukowanych w czasie przemiany zer jest zdeterminowany przez rozkład niejednorodności. Przejście pomiędzy powyższymi reżimami zostało przebadane na przykładzie przestrzennego szumu Ornsteina-Uhlenbecka. W reżimie zdominowanym przez szum termiczny odtworzono typowe dla układów jednorodnych skalowanie. Z drugiej strony, jeśli szum pochodzący od niejednorodności dominuje, wówczas rozkład kinków jest zdeterminowany przez skalę odległości określającą rozkład „zanieczyszczeń”.

T.Dobrowolski

"An influence of impurities on production of kinks."

Proceedings of the workshop „Nonlinear Physics: Theory and Experiment. II “ (Lecce), World Scientific Pub. Company, (2003) .

Artykuł opisuje modyfikacje mechanizmu Kibble’a-Zurka wynikające z istnienia w układzie rozmaitych „zanieczyszczeń” oraz „domieszek”. Praca zawiera dyskusję różnych skal obecnych w opisie przemiany fazowej w układzie niejednorodnym.

T. Dobrowolski

"Production of kinks in an inhomogenous medium"

(Wykład: przedstawiony na konferencji „Third COSLAB and First Joint COSLAB - VORTEX - BEC2000+ Workshop” Bilbao, Hiszpania,

<http://www.ehu.es/COSLAB/programme.html>

Celem tego raportu jest prezentacja głównych modyfikacji standardowego formalizmu Kibble’a-Zurka spowodowanych istnieniem niejednorodności układu. Okazuje się, że w układzie pozbawionym domieszek rozkład kinków jest zdeterminowany jedynie przez długość korelacji w chwili rozmarzania. Długość korelacji, w tej chwili, określa rozmiar kinku i dlatego gęstość kinków jest ograniczona przez możliwość upakowania kinków w jednostce objętości. Z drugiej strony, jeśli układ jest obsadzony przez zanieczyszczenia, kinki pojawiają się głównie w węzłach rozkładu sił, które z kolei odpowiadają ekstremom potencjału pochodzącego od zanieczyszczeń tj. położeniom domieszek. Raport pokazuje, że ze względu na istnienie silnych gradientów potencjału, wytworzonego przez domieszki w układzie, kinki są tworzone głównie w otoczeniu zanieczyszczeń. Wydaje się, że ten prosty mechanizm jest odpowiedzialny za pojawienie się dodatkowych skal odległości w formule opisującej gęstość wyprodukowanych kinków (te dodatkowe skale odległości opisują rozkład domieszek). Wiadomo, że w układach czystych na skutek anihilacji par kink-antikink gęstość kinków maleje w czasie ewolucji układu. W przeciwieństwie do układów czystych, kinki produkowane w układach obsadzonych przez domieszki, mogą zostać częściowo przez nie związane i dlatego mogą pozostawać w układzie dowolnie długo. Ostatecznie ewolucja układu kinków może prowadzić do gęstości kinków pozostającej znacznie powyżej poziomu określonego przez mechanizm tworzenia par kink-antikink, wynikający z istnienia fluktuacji termicznych.

T. Dobrowolski

"Kink production in the presence of spatio-temporal correlated noise."

Europhysics Letters 56, 36 (2001).

Praca ta wyznacza gęstość kinków, wyprodukowanych we wczesnych stadiach przemiany fazowej. Zbadano wpływ przestrzennie i czasowo skorelowanych szumów na tworzenie defektów w czasie ciągłej przemiany fazowej. Artykuł pokazuje, w jaki sposób przestrzennie i czasowo skorelowany szum dostarcza skal czasowych i przestrzennych w opisie tworzenia kinków.

T. Dobrowolski

"Hedgehog production in spatially correlated noise."

European Physical Journal B29, 269 (2002).

Praca dotyczy produkcji defektów topologicznych w 1+1, 1+2 oraz w 1+3 wymiarowych układach w czasie ciągłej przemiany fazowej. Artykuł pokazuje wpływ przestrzennie skorelowanego szumu na tworzenie konfiguracji typu jeża. Wyniki pracy potwierdzają scenariusz K-Z dla białego szumu gaussowskiego oraz pewnej klasy szumów Markova. Z drugiej strony, pokazano istnienie znaczącej klasy szumów, dla których gęstość wyprodukowanych defektów, określona jest przez skalę odległości charakteryzujące szum.

T. Dobrowolski

"Production of vortices in the dual Ginzburg-Landau theory."

Journal of Physics A 35, 10739 (2002).

W obszarze nieperturbacyjnym QCD (przy założeniu dominacji abelowej) może zostać zredukowana do dualnego modelu Ginzburg-Landaua $U^2(1)$. Praca przewiduje wartość gęstości worteksów wyprodukowanych w czasie przemiany w abelowym modelu Higgsa. Zakładając, że dualny model Ginzburg-Landaua dostarcza efektywnego opisu podczerwonego obszaru QCD, otrzymano oszacowanie gęstości mezonów oraz gluboli wyprodukowanych w czasie przemiany z fazy, w której istnieje plazma kwarkowo-gluonowa do fazy uwięzionej.

T. Dobrowolski

"Initial monopole density in an inflationary Universe."

Classical and Quantum Gravity 18, 3019 (2001).

Wydaje się, że w konsekwencji rozszerzania oraz chłodzenia wczesnego wszechświata doszło do kilku przemian fazowych. Przemiany fazowe związane ze spontanicznym łamaniem symetrii zwykle prowadzą do tworzenia defektów topologicznych, które są relikami fazy bardziej symetrycznej w środowisku o niższej symetrii. W pracy (w jednorodnym i izotropowym wszechświecie opisanym metryką Friedmanna–Robertsona–Walkera) otrzymano relację pomiędzy początkową gęstością monopoli, a stałą Hubble’a i czasem przemiany fazowej. Zależność gęstości monopoli od czasu przemiany jest typowa dla wszystkich jednorodnych izotropowych układów, podlegających ciągłej przemianie fazowej. Z drugiej jednak strony, otrzymany wynik zależy od stałej Hubble’a, co jest oryginalnym wynikiem pracy.

T. Dobrowolski

"Creation of strings in the early Universe."

Classical and Quantum Gravity 19, 3153 (2002).

Zgodnie ze standardowym modelem kosmologicznym, w czasie ekspansji, dochodzi do gwałtownego chłodzenia wszechświata, a w konsekwencji do szeregu przemian fazowych. Wzmiankowane przemiany fazowe prowadzą do separacji oddziaływań fundamentalnych. Przyjmuje się, że w wyniku szeregu przemian fazowych dochodzi do tworzenia różnorodnych defektów topologicznych. Praca zawiera oszacowanie gęstości strun wyprodukowanych we wszechświecie opisanym przez metrykę Robertsona–Walkera. Wynik otrzymany w pracy pokazuje, że gęstość powstałych defektów jest zadana przez prędkość ekspansji (określoną przez stałą Hubble’a), drugą potęgę czynnika skali oraz gęstość energii na jednostkę długości struny.

T. Dobrowolski

"Produkcja defektów topologicznych w przemianach fazowych drugiego rodzaju."

Raport IFJ - Nr 1904/PS (2002)

lub

„Topological defects in the second-class phase transformations”

wg. CERN Dokument Server: Raport INP-1904-PS

Raport zawiera przegląd wielorakich układów fizycznych pod względem tworzenia defektów topologicznych w czasie ciągłych przemian fazowych. Praca opisuje różne aspekty tworzenia defektów topologicznych (kinków oraz jeży różnych typów) w układach materii skondensowanej, ze szczególnym uwzględnieniem wpływu przestrzennych niejednorodności układu. Mechanizm ten jest również studiowany w fizyce wysokich energii, w kontekście przemiany fazowej z fazy swobodnej do uwięzionej. Tworzenie defektów topologicznych jest również badane w przypadku produkcji strun kosmicznych oraz monopoli w czasie przemiany fazowej, przy energiach odpowiadających teorii wielkiej unifikacji.

Cykl prac poświęconych zastosowaniu równania dewiacji geodezyjnej do badania wrażliwości na warunki początkowe.

J. Szczęsny, T. Dobrowolski

"Geodesic deviation equation approach to chaos."

Annals of Physics 277, 161 (1999).

Wrażliwość na warunki początkowe jest ważną cechą chaotycznej ewolucji układów dynamicznych i dlatego ustalenie prostego kryterium określającego wystąpienie takiej niestabilności jest bardzo ważne. Praca formułuje geometryczne kryterium stabilności związane ze względnym położeniem sąsiednich krzywych geodezyjnych. Co więcej, w przybliżeniu adiabatycznym znaleziono rozwiązania równania dewiacji geodezyjnej. Ostatecznie sformułowano rachunek perturbacyjny pozwalający wyjść poza przybliżenie adiabatyczne.

T.Dobrowolski

"Geodesic deviation equation in perception of the sensitive dependence on initial conditions."
Proceedings of the workshop „Nonlinearity Integrability and all that: Twenty years after needs 79” (Lecce), World Scientific Pub. Company, 101 (2000) .

Artykuł zawiera szczegółową dyskusję konstrukcji rozwiązań równania dewiacji geodezyjnej w dwóch wymiarach – rozwiązania zostały skonstruowane w obszarze, gdzie krzywizna Gaussa geometrii wyznaczonej przez metrykę Jacobiego zmienia się bardzo wolno.

T.Dobrowolski, J.Szczęsny

"Higgs mass as a signature of chaos in YMH system."
Annalen der Physik, 9, 571 (2000) .

W artykule rozważany jest sektor układu Yanga-Millsa-Higgsa zawierający zależne od czasu oraz sferycznie symetryczne rozwiązania. Na bazie równania dewiacji geodezyjnej pokazano, że w sektorze odpowiadającym ciężkim cząstkom Higgsa, system jest wrażliwy na wybór warunków początkowych. Pokazano, iż znak krzywizny Gaussa, geometrii określonej przez metrykę Jacobiego, jest kontrolowany przez masę pola Higgsa.

Praca poświęcona wyznaczeniu ogólnej postaci chronostruktury w STW.

J.Szczęsny, T.Dobrowolski

"Chronostructures of Special Relativity Theory."
General Relativity and Gravitation 30, 487 (1999).

Praca dotyczy klasy wszystkich teoretycznie dopuszczalnych struktur geometrycznych opisujących względne tempo upływu czasu, mierzonego przez poruszające się zegary (strukтуры te nazywane są chronostrukturami). Określono transformacje czasoprzestrzene zdeterminowane przez wybór chronostruktury. Pokazano również, że chronostruktura jest niezmiennicza ze względu na transformacje, które określa, wtedy i tylko wtedy, jeśli jest skorelowana z chronostrukturą Lorentza, która jest najprostsza niezmiennicza chronostrukturą.

Cykl prac poświęconych badaniu dynamiki worteksów w abelowym modelu Higgsa.

T.Dobrowolski

"Applications of membranes in Abelian Higgs model."
Physical Review D50, 6503 (1994) .

Praca dotyczy reżimu abelowego modelu Higgsa, w którym worteksy o wyższych ładunkach topologicznych są stabilne. Gęstość energii dla takich konfiguracji jest skoncentrowana nie na linii (jak to ma miejsce dla worteksów o jednostkowym ładunku topologicznym), lecz na powierzchni otaczającej linię zer pola skalarnego. Artykuł zawiera konstrukcję metody, która pozwala sprowadzić opis dynamiki takich worteksów do opisu dynamiki membrany o jednym zwartym wymiarze. Główną zaletą tego podejścia, w stosunku do podejścia strunowego jest możliwość opisu deformacji radialnych worteksu. Artykuł zawiera przykłady różnego typu wzbudzeń, z których niektóre nie dadzą się opisać w tradycyjnym podejściu strunowym (tj. bez wprowadzania dodatkowych pól).

T.Dobrowolski

"Excitations of vortices in Abelian Higgs model."

Journal of Physics A 30, 1191 (1997).

Metoda konstrukcji rozwiązań worteksowych oparta o maksimum gęstości energii jest użyta w celu znalezienia różnorodnych wzbudzeń worteksu. Przykładowo, badany jest worteks o postaci pętli, po której porusza się wzbudzenie mające postać zgrubienia. Okazuje się, że w trakcie ewolucji, gdy pętla się kurczy dochodzi również do kurczenia wzmiankowanej deformacji. Metoda została również zastosowana do opisu rozpraszania zer pola skalarnego pod kątem $\pi/2$. Rozpraszanie takie badano dla worteksów o ładunku topologicznym równym dwa.

T.Dobrowolski

"On curved vortex solutions in Abelian Higgs model."

Journal of Mathematical Physics 36, 1054 (1995).

Artykuł zajmuje się badaniem możliwych deformacji worteksu Abrikosova-Nielsena-Olesena w abelowym modelu Higgsa. W pracy dynamika worteksu zredukowana jest do dynamiki struny zdefiniowanej jako linia zer pola skalarnego. Przy założeniu o trywialności torsji uzyskano ścisły wynik opisujący możliwe deformacje powierzchni świata takiej struny.

Literatura:

Ablowitz M.J. and Clarkson P.A., *Solitons, nonlinear evolution equations and inverse scattering*, Cambridge University Press (1999).

Abrikosov A., *On the Magnetic Properties of Superconductors of the Second Group*, Soviet Physics JETP **5** (1957) 1174-1182.

Anderson M., Bonjour F., Gregory R., Stewart J., *Effective action and motion of a cosmic string*, Physical Review D **56** (1997) 8014-8028.

Anderson M., *Leading-order corrections to the Nambu action*, Physical Review D **51** (1995) 2863-2871.

Anderson P.W. and Rowell J.M., *Probable Observation of the Josephson Superconducting Tunnelling Effect*, Physical Review Letters **10** (1963) 230-232.

Antunes N.D., Bettencourt L.M.A. and Zurek W.H., *Vortex String Formation in a 3D U(1) temperature quench*, Physical Review Letters **82** (1999) 2824-2827.

Arodź H. and Pelka R., *Evolution of interfaces and expansion in width*, Physical Review E **62** (2000) 6749-6759.

Arodź H., *Expansion in the Width and Collective Dynamics of a Domain Wall*, Nuclear Physics B **509** (1998) 273-293.

Arodź H., *Expansion in the Width: the Case of Vortices*, Nuclear Physics B **450** (1995) 189-208.

Arodź H., *On Expansion in the Width for Domain Walls*, Nuclear Physics B **450** (1995) 174-188.

Babelon O., Bernard D. and Talon M., *Introduction to classical integrable systems*, Cambridge University Press (2003).

Bąk W., Kajtoch C., Starzyk F., Żmija J., *Evolution of electric polarisation in paraelectric phase of BaTiO₃*, Archives of Material Science and Engineering **33** (2008) 79-82.

Baker M., Ball J., Zachariasen F., *Chiral-Symmetry Breaking in Dual QCD*, Physical Review D **38** (1988) 1926-1933.

Barone A. and Paterno G., *Physics and Applications of the Josephson Effect*, Wiley, New York (1982).

Barone A., Esposito F., Magee C.J. and Scott A.C., *Theory and applications of the Sine-Gordon equation*, La Rivista del Nuovo Cimento **1** (1971) 227-267.

Barr S.M. and Hochberg D., *Fine structure of local and axion strings*, Physical Review D **39** (1989) 2308-2316.

Baüerle C., Bunkov, Y.M., Fisher S.N., Godfrin, H., Pickett, G.R., *Superfluid ³He Simulation of Cosmic String Creation in the Early Universe*, Journal of Low Temperature Physics **110** (1998) 13-22.

Baüerle C., Bunkov, Y.M., Fisher S.N., Godfrin, H., Pickett, G.R., *Laboratory simulation of cosmic string formation in the early Universe using superfluid ³He*, Nature **382** (1996) 332 - 334.

- Bazeia D., Inacio A. S. and Losano L., *Kinks and domain walls in models for real scalar fields*, International Journal of Modern Physics A **19** (2004) 575- 592.
- Beck M., Goldobin E., Neuhaus M., Siegel M., Kleiner R., Koelle D., *High-Efficiency Deterministic Josephson Vortex Ratchet*, Physical Review Letters **95** (2005) 090603 (4 pages).
- Ben-Ya'acov Uri, *Unified dynamics of quantum vortices*, Nuclear Physics B **382** (1992) 597-615.
- Ben-Ya'acov Uri, *Vortex loops: Are they always doomed to die?*, Physical Review D **51** (1995) 2918-2921.
- Bishop A.R. and Schneider T., *Solitons and Condensed Matter Physics*, Springer-Verlag, Berlin (1981).
- Bolmatov D., Chung-Yu Mou, *Josephson effect in graphene SNS junction with a single localized defect*, Physica B **405** (2010) 2896 - 2899.
- Bouchiat, V., Vion, D., Joyez, P., Esteve D., Devoret M.H., *Quantum coherence with a single Cooper pair*, Physica Scripta T **76** (1998) 165-170.
- Bowick M. J., Chandar L., Schiff E. A., Srivastava A. M., *The Cosmological Kibble Mechanism in the Laboratory: String Formation in Liquid Crystals*, Science **263** (1994) 943 - 945.
- Bradley D.I., Fisher S.N. and Hayes W.M., *Measuring the Decay of Vorticity in Superfluid $^3\text{He-B}$ -A Progress Report*, Journal of Low Temperature Physics **113** (1998) 687 - 692.
- Bray A., *Theory of Phase-Ordering Kinetics*, Advances in Physics **43** (1994) 357-459.
- Brout R., Englert F., Fishler W., *Magnetic Confinement in Non-Abelian Gauge Field Theory* Physical Review Letters **36** (1976) 649-652.
- Buttiker M. and Christen T., *Nucleation of Weakly Driven Kinks*, Physical Review Letters **75** (1995) 1895 - 1899.
- Buttiker M. and Landauer R., *Nucleation Theory of Overdamped Soliton Motion*, Physical Review Letters **43** (1979) 1453-1456.
- Carter B., *Outer curvature and conformal geometry of an imbedding*, Journal of Geometry and Physics **8** (1992) 53-88.
- Chan Sai-Kit, *Steady - state kinetics of diffusionless first order phase transformations*, Journal of Chemical Physics **67** (1977) 5755 (8 pages).
- Chandrasekhar S. and Ranganath G.S., *The Structure and Energetics of Defects in Liquid Crystals*, Advances in Physics **35** (1986) 507-596.
- Christen T. and Buttiker M., *Diffusion controlled initial recombination* , Physical Review E **58** (1998) 1533-1542.
- Christen T., *Heterogeneous versus homogeneous nucleation of kink-antikink pairs*, Physical Review E **51** (1995) 604 - 612.
- Christen T., *Nucleation of Kinks at Grain Boundaries*, Europhysics Letters **31** (1995) 181-186.

Chuang I., Durrer R., Turok N., and Yurke B., *Cosmology in the laboratory: defect dynamics in liquid crystals*, Science **251** (1991) 1336-1342.

Davydov A. S., *Solitons in Molecular Systems*, Reidel, Dordrecht (1985).

Dobrowolski T., *An influence of impurities on production of kinks*, Proceedings of the workshop „Nonlinear Physics: Theory and Experiment. II “(Lecce), World Scientific Pub. Company, (2003) 359 - 364.

Dobrowolski T., *Hedgehog production in spatially correlated noise*, The European Physical Journal B **29** (2002) 269-271.

Dobrowolski T., *Kink production in the presence of impurities*, Physical Review E **65** (2002) 036136 (5 pages).

Dobrowolski T., *Kink production in the presence of random distributed impurities*, Physical Review E **65**, (2002) 046133 (4 pages).

H-01

Dobrowolski T., *Kinks of arbitrary width*, Physical Review E **66** (2002) 066112 (6 pages).

H-02

Dobrowolski T., Tatrocki P., *Evolution of kink network in inhomogenous systems*, Journal of Nonlinear Mathematical Physics **15** (2008) 134 - 144.

H-04

Dobrowolski T., *Precise tuning of the kink width in the long Josephson junction*, Archives of Materials Science and Engineering **33** (2008) 107 – 110.

H-05

Dobrowolski T., Tatrocki P., *A numerical test of the collective coordinate method*, Physics Letters A **372** (2008) 2834 - 2841.

H-06

Dobrowolski T., *Curved Josephson junction*, Annals of Physics (2012) 2473 .

H-07

Dobrowolski T., *Kink motion in a curved Josephson junction*, Physical Review E **79** (2009) 046601 (7 pages).

H-08

Dobrowolski T., *The influence of the curvature on kink creation in a long Josephson junction*, Canadian Journal of Physics **88** (2010) 627 - 633.

H-09

Dobrowolski T., *The dynamics of the kink in curved large area Josephson Junction*, Discrete and Continuous Dynamical Systems S **4** (2011) 1095 - 1105.

H-10

Dobrowolski T., *An influence of the curvature on the kink dynamics in the spherical Josephson junction*, Archives of Materials Science and Engineering **39** (2009) 116 - 120.

H-11

Dobrowolski T., *Kink properties on curved manifold*, Physics Letters A **373** (2009) 3867 - 3871.

H-12

Dobrowolski T., *The studies on the motion of the sine-Gordon kink on a curved surface*, Annalen der Physik **522** (2010) 574 - 583.

H-13

Dobrowolski T., *Construction of curved global vortex*, Annals of Physics **324** (2009) 2473 - 2489.

H-14

Dobrowolski T., *Construction of Curved Domain Walls*, Physical Review E **77** (2008) 056608 (5 pages).

Dobrowolski T., *Geometry of minimally deformed vortices and domain walls*, Proceedings of the conference, Geometry, Integrability and Quantization (Varna), Avangard Prima, Sofia (2011) 186 - 196.

Dobrowolski T., *Geometry of vortices and domain walls*, Journal of Geometry and Symmetry in Physics **22** (2011) 1 - 12.

Dodd M. E., Hendry P. C., Lawson N. S., McClintock P. V. E., and Williams C. D. H., *Nonappearance of Vortices in Fast Mechanical Expansions of Liquid ^4He through the Lambda Transition*, Physical Review Letters **81** (1998) 3703-3706.

Donnelly R., *Quantized Vortices in Helium II*, Cambridge University Press, Cambridge, England, (1991).

Dvali G., Liu H., and Vachaspati T., *Sweeping Away the Monopole Problem*, Physical Review Letters **80** (1998) 2281-2284.

Dziarmaga J. and Zakrzewski W., *Diffusion of overdamped classical solitons*, Physics Letters A **251** (1999) 193-198.

Dziarmaga J., *Density of Bloch Waves after a Quench*, Physical Review Letters **81** (1998) 5485 - 5488.

Dziarmaga J., Laguna P., and Zurek W.H., *Symmetry breaking with a slant: Topological defects after an inhomogeneous quench*, Physical Review Letters **82** (1999) 4749- 4752.

Ekert A. and Jozsa R., *Quantum computation and Shor's factoring algorithm*, Reviews of Modern Physics **68** (1996) 733-753.

Fernandez J.C. Goupil M.J., Legrand O., Reinisch G., *Relativistic dynamics of sine-Gordon solitons trapped in confining potentials*, Physical Review B **34** (1986) 6207 - 6213.

Ferreira L.A., Piette B. and Zakrzewski W.J., *Dynamics of the topological structures in inhomogeneous media*, Journal of Physics CS **128** (2008) 012027 (10 pages).

Ferreira L.A., Piette B. and Zakrzewski W.J., *Wobbles and other kink-breather solutions of the sine-Gordon model*, Physical Review E **77** (2008) 036613 (9 pages).

Fogel M.B., Trullinger S.E., Bishop A.R., Krumhansl J.A., *Classical Particlelike Behavior of Sine-Gordon Solitons in Scattering Potentials and Applied Fields*, Physical Review Letters **36** (1976) 1411-1414.

- Förster D., *Dynamics of Relativistic Vortex Lines and Their Relation to Dual Theory*, Nuclear Physics B **81** (1974) 84-92.
- Friedman J.R., Patel V., Chen W., Tolpygo S.K. and Lukens J.E., *Quantum superposition of distinct macroscopic states*, Nature, **406** (2000), 43-46.
- Fulton T.A., Gammel P. L., Bishop D. J., Dunkleberger L. N. and Dolan G. J., *Observation of Combined Josephson and Charging Effects in Small Tunnel Junction Circuits*, Physical Review Letters **63** (1989) 1307–1310.
- Gervais J., Sakita B., *Quantized Relativistic String as a Strong Coupling Limit of the Higgs Model*, Nuclear Physics B **91** (1975) 301-316.
- Gibbon J.D., James I.N., and Moroz I.M., *The sine-Gordon equation as a model for a rapidly rotating baroclinic fluid*, Physica Scripta **20** (1979) 402-408.
- Gill A.J. and Rivers R.J., *Dynamics of vortex and monopole production by quench-induced phase separation*, Physical Review D **51** (1995) 6949-6958.
- Giuliano D., Sodano P., *Competing Boundary Interactions in a Josephson Junction Network with an Impurity*, Nuclear Physics B **837** (2010) 153-185.
- Gorria C., Gaididei Yu. B., Soerensen M. P., Christiansen P. L., and Caputo J. G., *Kink propagation and trapping in a two-dimensional curved Josephson junction*, Physical Review B **69** (2004) 134506 (10 pages).
- Gregory R., *Effective action for a cosmic string*, Physics Letters B **206** (1988) 199-204.
- Habib S. and Lythe G., *Dynamics of Kinks: Nucleation, Diffusion and Annihilation*, Physical Review Letters **84** (2000) 1070 - 1073.
- Hakan Gur C., Cam I., *Investigation of as-quenched and tempered commercial steels by Magnetic Barkhausen Noise method*, International Journal of Microstructure and Materials Properties **1** (2006) 208 – 218.
- Halperin B.I., in *Physics of Defects*, edited by Balian R., Kleman M., and Poirier J.P., North-Holland, New York (1981).
- Hemanth J., *Effect of microstructure on mechanical behaviour of chilled Pb/Sb/Sn/As Alloy-Al₂SiO₅ (Kaolinite) metal matrix composites*, International Journal of Microstructure and Materials Properties **1** (2005) 74 – 87.
- Hendry P. C., Lawson N. S. and McClintock P. V. E., *Does the Kibble Mechanism Operate in Liquid ⁴He?*, Journal of Low Temperature Physics **119** (2000) 249-256.
- Hendry P.C., Lawson N. S., Lee R. A. M., McClintock P. V. E. and Williams C. D. H., *Generation of defects in superfluid ⁴He as an analogue of the formation of cosmic strings*, Nature **368** (1994) 315 - 317.
- Hindmarsh M. and Kibble T., *Cosmic Strings*, Reports on Progress in Physics **58** (1995) 477-562.
- Horowitz B., Krumhansl J. A., and Domany E., *Solitons in a Coupled Linear Chain System*, Physical Review Letters **38** (1977) 778-781.

- Hu Xiao and Lin Shi-Zeng, *Phase dynamics in a stack of inductively coupled intrinsic Josephson junctions and terahertz electromagnetic radiation*, Superconductor Science and Technology **23** (2010) 053001(29 pages).
- Huebener R., *Magnetic Flux Structures in Superconductors*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New - York, 1979.
- Jaffe A. and Taubes C., *Vortices and Monopoles*, Birkhauser, Boston, Basel, Stuttgart (1980).
- Jaklevic R. C, Lambe J., Silver A. H., and Mercereau J. E. *Quantum interference effects in Josephson tunneling* Physical Review Letters, **12** (1964) 159-160.
- Javidan K., *Interaction of topological solitons with defects: using a nontrivial metric*, Journal of Physics A **39** (2006) 10565-10574.
- Josephson B.D., *Possible new effects in superconductive tunnelling*, Physics Letters **1** (1962) 251-253.
- Josephson B.D., *Supercurrents through barriers*, Advances in Physics **14** (1965) 419 - 451.
- Josephson, B. D., *The discovery of tunnelling supercurrents*, Review of Modern Physics **46** (1974) 251–254.
- Kajtoch C., Kuś C., Burzyńska M., *Influence of Sn - substitution on the polar regions in Ba(Ti_{1-x}Sn_x)O₃*, Ferroelectrics, **140** (1993) 293 – 297.
- Karra G. and Rivers R.J., *Initial vortex densities after a temperature quench*, Physics Letters B **414** (1997) 28-33.
- Karra G., and Rivers R.J., *Reexamination of Quenches in 4He (and 3He)*, Physical Review Letters **81** (1998) 3707–3710.
- Kemp A., Wallraff A., Ustinov A. V., *Josephson Vortex Qubit: Design, Preparation and Read-Out*, Physica Status Solidi B **233** (2002) 472-481.
- Kibble T.W.B., *Some Implications of a Cosmological Phase-Transition*, Physics Reports **67** (1980) 183-199.
- Kibble T.W.B., *Topology of cosmic domains and strings*, Journal of Physics A **9** (1976) 1387 - 1398.
- Kivshar Y.S., Malomed B.A., *Dynamics of solitons in nearly integrable systems*, Reviews of Modern Physics **61** (1989) 763 - 915.
- Kobayashi K.K. and Izutsu M., *Exact Solution on the n-Dimensional Sine-Gordon Equation*, Journal of the Physical Society of Japan **41** (1976), 1091-1092.
- Kolb E. and Turner M.S., *The Early Universe*, Addison-Wesley, Redwood, City Calif (1990).
- Kubo R., *The fluctuation-dissipation theorem*, Reports on Progress in Physics **29** (1966) 255–284.
- Lawes G., Kingsley S.C.J., Mulders N., and Parpia J.M., *Scaling of the Superfluid Fraction and T_c of ³He in Aerogel*, Physical Review Letters **84** (2000) 4148-4151.
- Lehnert K. W., Turek B. A., Bladh K., Spietz L. F., Gunnarsson D., Delsing P., and Schoelkopf R. J., *Measurement of the excited-state lifetime of a microelectronic circuit*, Phys. Rev. Lett., **90**, (2003) 027002 (4 pages).

- Leibbrandt G., *New Exact Solutions of the Classical Sine-Gordon Equation in $2 + 1$ and $3 + 1$ Dimensions*, Physical Review Letters **41** (1978), 435-438.
- Lin S.H., Pan J., *Fatigue life prediction for spot welds in coach-peel and lap-shear specimens with consideration of kinked crack behaviour*, International Journal of Materials and Product Technology **20** (2004) 31 – 50.
- Lisitskiy M. P., Fistul M. V., *Fiske steps and Abrikosov vortices in Josephson tunnel junctions*, Physical Review B **81** (2010) 184505 (8 pages).
- Liu F., and Mazenko G.F., *Defect-defect correlation in the dynamics of first-order phase transitions*, Physical Review B **46** (1992) 5963-5971.
- Lund F., Regge T., *Unified approach to strings and vortices with soliton solutions*, Physical Review D **14** (1976) 1524-1535.
- Maeda K., Turok N., *Finite-Width Corrections to the Nambu Action for Nielsen-Olesen Strings*, Phys. Lett. B **202** (1988) 376-380.
- Maeda K., Turok N., *Finite-Width Corrections to the Nambu Action for Nielsen-Olesen Strings*, Physics Letters B **202** (1988) 376- 384.
- Malomed B.A., *Dynamics of quasi-one-dimensional kinks in the two-dimensional sine-Gordon model*, Physica D, **52** (1991), 157–170.
- Maniv A., Polturak E., Koren G., *Observation of magnetic flux generated spontaneously during a rapid quench of superconducting films*, Physical Review Letters **91** (2003) 197001 (4 pages).
- Martinis, J.M., Devoret, M.; Clarke, J., *Energy-Level Quantization in the Zero-Voltage State of a Current-Biased Josephson Junction*, Physical Review Letters **55** (1985) 1543–1546.
- Martucciello N. and Monaco R., *Annular Josephson tunnel junctions in an external magnetic field: The statics* Physical Review B **53** (1996) 3471–3481.
- Martucciello N., Mygind J., Koshelets V. P., Shchukin A. V., and Filippenko L. V., Monaco R. *Fluxon dynamics in long annular Josephson tunnel junctions*, Physical Review B **57** (1998) 5444–5449.
- McLaughlin D.W., Scott A.C., *Perturbation analysis of fluxon dynamics*, Physical Review A **18** (1978) 1652-1680.
- Myers E., Rebbi C., and Strilka R., *Study of the interaction and scattering of vortices in the Abelian Higgs (or Ginzburg-Landau) model*, Physical Review D **45** (1992) 1355-1364.
- Nakamura Y., Pashkin Yu.A. and Tsai J.S., *Coherent control of macroscopic quantum states in a single-Cooperpair box*, Nature, **398** (1999), 786-788.
- Nielsen H., Olesen P., *Vortex-line Models for Dual Strings*, Nuclear Physics B **61** (1973) 45-61.
- Nielsen M., Chuang, I., *Quantum Computation and Quantum Information*, Cambridge: Cambridge University Press (2000).
- Olson C., Olsson M.G. and Williams K., *Relativistic Flux Tubes and Potential Models QCD*, Physical Review D **45** (1992) 4307-4311.

Ouroushev D., Martinov N., and Grigorov A., *An approach for solving the two-dimensional sine-Gordon equation*, Journal of Physics A **24** (1991) L527- L528.

Petrashov V. T., Chua K. G., Marshall K. M., Shaikhaidarov R. Sh., and Nicholls J. T., *Andreev probe of persistent current states in superconducting quantum circuits*, Physical Review Letters **95** (2005) 147001.

Piette B., Zakrzewski W. J., and Brand J., *Scattering of Topological Solitons on Holes and Barriers*, Journal of Physics A **38** (2005) 10403-10412.

Rajaraman R., *Solitons and Instantons*, North-Holland, Amsterdam (1982).

Remoissenet M., *Waves Called Solitons*, Springer, Berlin (1996).

Rice M.J., Mele E.J., *Phenomenological theory of soliton formation in lightly-doped polyacetylene*, Solid State Communications **35** (1980) 487-491.

Rice M.J., *Physical dynamics of solitons*, Physical Review B **28** (1983) 3587-3589.

Riste T. and Dobrzyński L., *Nematic-Isotropic Transition: Thermal Hysteresis and Magnetic Field Effects*, Physical Review Letters **74** (1995) 2737-2739.

Rivers R.J., *Slow ^4He Quenches Produce Fuzzy, Transient Vortices*, Physical Review Letters **84** (2000) 1248- 1251.

Rodak K., Goryczka T., *The microstructural characteristics of Al processed using severe plastic deformation procedures*, International Journal of Computational Materials Science and Surface Engineering **1** (2007) 585 – 593.

Ruutu V.M., Eltsov V.B., Krusius M., Makhlin Y.G., Placais B., Volovik G.E., *Defect Formation in Quench-Cooled Superfluid Phase Transition*, Physical Review Letters **80** (1998) 1465-1468 .

Ruutu V.M.H., Eltsov V.B., Gill A.J., Kibble T.W.B., Krusius M., Makhlin Y.G., Placais B., Volovik G.E. and Xu Wen, *Vortex formation in neutron-irradiated superfluid ^3He as an analogue of cosmological defect formation*, Nature **382** (1996) 334- 336.

Sánchez A., Scharf R., Bishop A.R., Vázquez L., *Sine-Gordon breathers on spatially periodic potentials*, Physical Review A **45** (1992) 6031 -6037.

Scott Russell J., *Report on Waves*, Report of the fourteenth meeting of the British Association for the Advancement of Science, York, September 1844 (London 1845) 311-390.

Segall K., Dioguardi A.P., Fernandes N., Mazo J.J., *Experimental Observation of Fluxon Diffusion in Josephson Rings*, Journal of Low Temperature Physics **154** (2009) 41-54.

Shellard E. P. S., Ruback P. J., *Vortex scattering in two dimension*, Physics Letters B **209** (1988) 262-270.

Silveira V., *Time evolution of vortex lines*, Physical Review D **41** (1990) 1914-1919.

Strukov B. A. and Levanyuk A. P., *Ferroelectric Phenomena in Crystals*, Springer, Berlin Heidelberg (1998).

Swihart J., *Field Solution for a Thin - Film Superconducting Strip Transmission Line*, Journal of Applied Physics **32** (1961) 461-469.

't Hooft G., *A Property of Electric and Magnetic Flux in Non-Abelian Gauge Theories*, Nuclear Physics B **153** (1979) 141-160.

Tanaka S., Yasuda K., Matsuo Y., *Influence of microstructure on modal work-of-fracture of carbon fibre/pitch-derived carbon composites*, International Journal of Materials and Product Technology **16** (2001) 171 – 179.

H-03

Tatrocki P., Dobrowolski T., *Defect production behind the shock wave front of an inhomogeneous quench*, Physical Review E **69** (2004) 016209 (6 pages).

Theodorakis S., *Analytic solutions for the evolution of domain walls*, Physical Review D **60** (1999) 125004 (7 pages).

Tinkham, M., Paterno, G., *Introduction to Superconductivity*, New York: McGraw-Hill, 1996.

Trullinger S. E. and DeLeonardis R. M., *Statistical mechanics of the double-quadratic chain: Exact results and ideal-gas phenomenology for nonreflectionless solitary waves*, Physical Review A **20** (1979) 2225-2234.

Turlot E., Esteve D., Urbina C., Devoret M., Grauer R., Fernandez J. C., Politano H., and Reinisch G., *Dynamical isoperimeter pattern in the square sine-Gordon system*, Physical Review B **42** (1990) 8418-8425.

Ustinov A. V., Malomed B. A., and Thyssen N., *Soliton trapping in a periodic potential: experiment*, Physics Letters A **233** (1997) 239-244.

Vachaspati T., and Vilenkin A., *Formation and evolution of cosmic strings*, Physical Review D **30** (1984) 2036-2045.

Vachaspati, Vachaspati T., *Travelling Waves on Domain Walls and Cosmic Strings*, Physics Letters B **238** (1990) 41-44.

van der Wal C. H., ter Haar A. C. J., Wilhelm F. K., Schouten R. N., Harmans C. J. P. M., Orlando T. P., Lloyd S. and Mooij J. E., *Quantum superposition of macroscopic persistent-current states*, Science **290** (2000), 773-777.

van Kampen N.G., *Stochastic Processes in Physics and Chemistry*, North-Holland, Amsterdam (1981).

Vilenkin A. and Shellard E. P. S., *Cosmic Strings and Other Topological Defects*, Cambridge University Press, Cambridge, England (1994).

Walgraef D., *Spatio-Temporal Pattern Formation, with examples in Physics, Chemistry and Materials Science*, Springer -Verlag, New York (1996).

Weinrib A. and Halperin B.I., *Distribution of maxima, minima, and saddle points of the intensity of laser speckle patterns*, Physical Review B **26** (1982) 1362-1368.

Worsham A. H., Przybysz J. X., Kang J., and Miller D. L., *A single flux quantum cross-bar switch and demultiplexer*, IEEE Transactins on Applied Superconductivity, **5** (1995) 2996—2999.

Zabusky N.J., Kruskal M.D., *Interaction of "Solitons" in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial States*, Physical Review Letters **15** (1965) 240-243.

Zagrodziński J., *Particular solutions of the sine-Gordon equation in $2 + 1$ dimensions*, Physics Letters A **72** (1979) 284–286.

Zurek W. H., *Cosmic strings in laboratory superfluids*, Acta Physica Polonica B **24** (1993) 1301 - 1311

Zurek W. H., *Cosmological experiments in condensed matter systems*, Physics Reports **276** (1996) 177 - 222.

Zurek W. H., *Cosmological experiments in superfluid Helium*, Nature **317** (1985) 505 – 508.