

Uniwersytet Jagielloński

Rozprawa doktorska

---

Badanie dynamiki galaktyk spiralnych  
- halo ciemnej materii vs grawitacja dysku

---

Autor:  
Piotr Skindzier

Promotor:  
Prof. Marek Kutschera

Pracę tę zrealizowano dzięki grantowi Narodowego Centrum Nauki nr.  
K/PBP/000391

Chciałbym podziękować Joannie Jałosze-Bratek i Łukaszowi Bratkowi za pomoc i celne uwagi które ułatwiły mi pisanie tej pracy. Dziękuję także mojej żonie Marii za wsparcie i wyrozumiałość którą mi okazała w trakcie pisania tej pracy. Bez ich pomocy praca ta z pewnością by nie powstała.

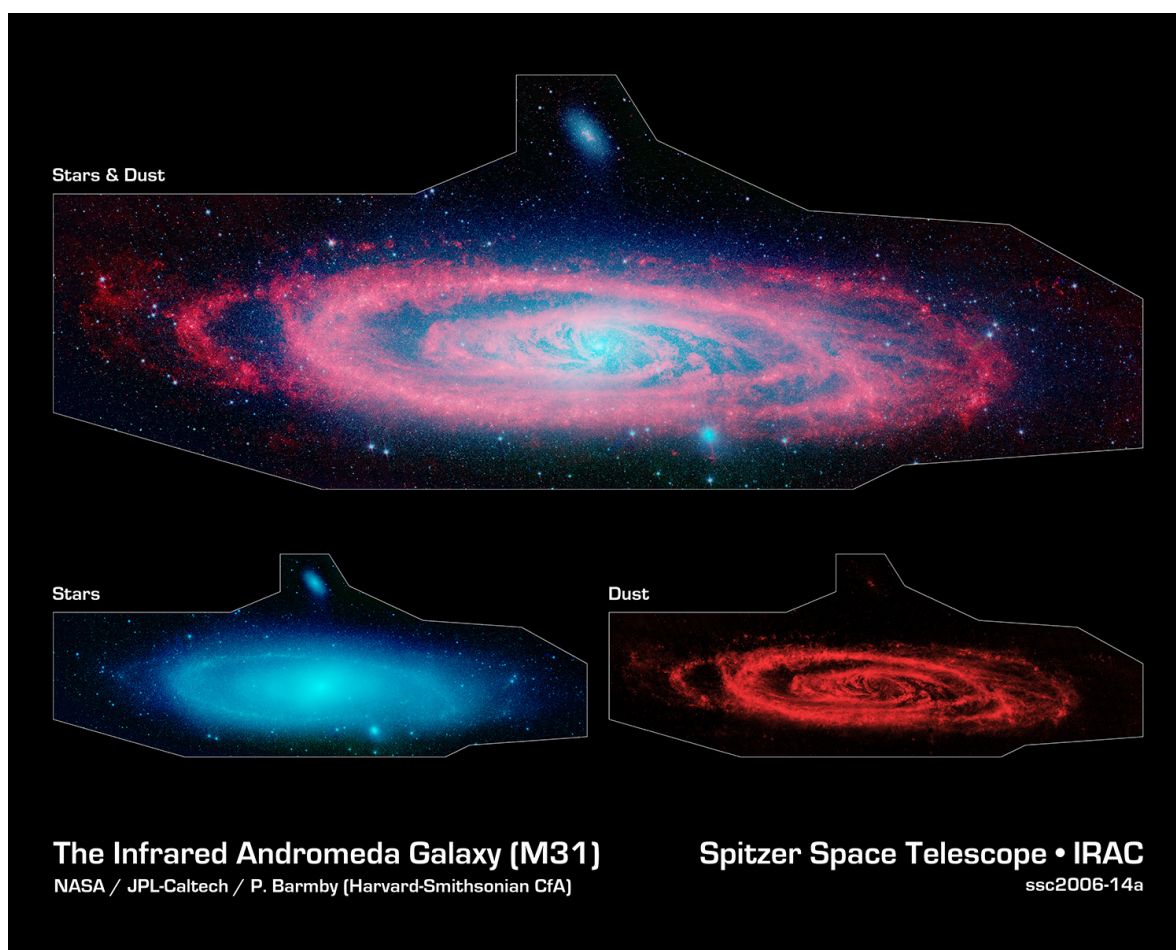
# Spis treści

1	Wstęp	5
2	Motywacja badań dynamiki galaktyk spiralnych i przykłady modeli dyskowych.	9
3	Model infitezymalnie płaskiego dysku galaktyki.	15
3.1	Potencjał dysku przy użyciu funkcji Bessel'a	15
3.2	Metoda iteracyjna	17
3.3	Wyniki	19
4	Wertykalny gradient prędkości w galaktykach spiralnych.	31
4.1	Motywacje rozważania skończonego dysku	31
4.2	Model skończonego dysku	33
4.3	Przebadane obiekty i wyniki	36
5	Dyskusja otrzymanych wyników	41
6	Podsumowanie i wnioski	44
A	Klasyczny model dynamiki galaktyki spiralnej.	46
A.1	Zgrubienie centralne	47
A.2	Halo ciemnej materii	47
A.3	Dysk	48
A.3.1	Cienki dysk	48
A.3.2	Gruby dysk	49



# Rozdział 1

## Wstęp



Rysunek 1.1: Galaktyka Andromedy (M31) obraz: górna - gwiazdy i gaz, dół lewy - gwiazdy, dół prawy - gaz  
[<http://www.spitzer.caltech.edu>]

Pierwszego opisu galaktyk spiralnych dokonał Edwin Hubble [17] w 1936 roku w książce "The Realm of the Nebulae". Przedstawił tam do dziś używany sposób klasyfikacji galaktyk i ich podziału na galaktyki spiralne, eliptyczne i nieregularne. Natomiast pierwszych badań ruchu gwiazd w galaktykach dokonano także w latach trzydziestych dwudziestego wieku kiedy to Jan Hendrik Oort [31] zmierzył pierwsze prędkości radialne w ramionach spiralnych Drogi Mlecznej. Na podstawie jego pomiarów wywnioskować można było, iż gwiazdy te poruszają się szybciej niż wynikało by to z ówczesnych wyliczeń masy dla Galaktyki. Dopiero jednak badania Louise Volders [45] dla galaktyki M33 pokazały bezpośrednio, że prędkość gwiazd w galaktykach nie spełnia keplerowskiego prawa rotacji dla masy punktowej. Badania te potwierdzone zostały przez Verę Rubi & Ford w roku 1970 [35] obserwacjami rotacji gwiazd w Andromedzie, a następnie uzupełnione w 1980 [Rubin et al., 36] roku badaniami 21 galaktyk typu Sc.

Na podstawie wyników pomiarów rotacji gwiazd i pyły w zbadanej przez siebie próbce galaktyk spiralnych Vera Rubin [V. Rubin & Ford, 36] wysunęła wniosek, iż galaktyki spiralne zawierają zdecydowanie więcej materii niż ta obserwowana. Skłoniło ją to do zaproponowania hipotezy według której ruch gwiazd w galaktykach spiralnych, a więc ich dynamika zdominowana, jest przez inny niż emitujący promieniowanie elektromagnetyczne rodzaj materii tzw. cold dark matter - ciemną materię.

W 1983 roku zaproponowana została przez Mordehaia Milgroma [27] alternatywna teoria wyjaśniająca dynamikę galaktyk spiralnych, której podstawowym założeniem jest przyjęcie iż grawitacja Newtonowska na dużych odległości modyfikowana jest zgodnie z prawem  $\mu(\frac{a}{a_0})a = G\frac{GM}{r^2}$ , gdzie  $\mu$  i  $a_0$  są parametrami teorii.

Od końca lat osiemdziesiątych dwudziestego wieku zauważyć można systematyczny rozwój tych dwóch wzajemnie sprzecznych podejść do zagadnienia dynamiki galaktyk spiralnych. Równocześnie modele te ulegają swoistej ewolucji. Model ciemnej materii ewoluował i obecnie można powiedzieć, że podstawą jego jest założenie, iż świecąca materia w galaktykach spiralnych zanurzona jest w masywnym halo zimnej ciemnej materii której masa jest około 5 razy większa niż masa materii barionowej [46]. Dyskusyjne pozostaje, jakie cząstki miały by tworzyć takie halo ciemnej zimnej materii. Eksperymenty dedykowane detekcji cząstek elementarnych, obserwacje astronomiczne, jak i modele powstawania tych cząstek we wczesnym wszechświecie nie dały do tej pory jednoznacznego wyjaśnienia skąd miała by pochodzić ciemna materia i jaki jest model formowania się galaktyk spiralnych oraz ich ewolucja w modelu zimnej ciemnej materii.

Obecnie wiadomo, iż galaktyki spiralne stanowią jedne z najczęściej obserwowanych obiektów astronomicznych, wśród obserwowanych galaktyk szacuje się, iż stanowią około 3/4 obiektów. Badania ostatnich lat pokazały także, iż galaktyki spiralne stanowią jedne z najstarszych świecących obiektów astronomicznych,

np. wiek galaktyki BX442 szacuje się na około 10,5 mld lat w obecnie przyjętym modelu kosmologicznym. Powszechność galaktyk spiralnych oraz szybkie ich formowanie się we wczesnych etapach ewolucji wszechświata wskazuje na istnienie procesów astrofizycznych których zrozumienie ma kluczowe znaczenie dla poprawnego opisu otaczającego nas wszechświata. Obecnie proponowane modele, które swoje podstawy zyskały ponad 30 lat temu napotykają istotne problemy w wyjaśnieniu wszystkich danych obserwacyjnych ostatnich dziesięcioleci. Celem prezentowanej pracy jest więc ponowne przyjrzenie się istniejącej wiedzy na temat dynamiki galaktyk spiralnych oraz dostępnym obserwacjom. Wykorzystując pełniejsze zrozumienie dynamiki newtonowskiej w symetrii osiowej prezentowane w pracach Joanny Jałochy, Łukasza Bratka, Marka Kutschery i Piotra Skindziera [21, 22, 23] można postulować, iż do wyjaśnienia dynamiki galaktyk wystarczy dynamika newtonowska oraz odrobinę bardziej zawansowany aparat matematyczny, niż ten obecnie uznawany za klasyczny. Autor postara się wychodząc od założeń zaproponowanych przez J. Jałochę et. al. [20], opisać możliwie wyczerpująco dynamikę galaktyk spiralnych. Należy zaznaczyć więc, iż pojawianie się ciemnej materii może być jedynie wynikiem porównania rekonstrukcji gęstości materii na podstawie krzywej rotacji z obserwowaną jasnością powierzchniową galaktyki. Wartość parametru masa/jasność traktowana jest w modelu dyskowym jako zmienna lokalna, będąca wynikiem otrzymanej rekonstrukcji gęstości masy w dysku, w odróżnieniu od podejścia klasycznego w którym stosunek masa/jasność jest parametrem globalnym służącym do wyznaczenia rozkładu gęstości masy w dysku na podstawie profilu jasności. W modelu dyskowym korzysta się w obliczeniach z mierzonej krzywej rotacji oraz mierzonego rozkładu masy gazu w dysku by zrekonstruować na ich podstawie rzeczywisty rozkład materii w dysku. Z tak otrzymanego rozkładu materii w dysku oraz mierzonego profilu jasności wyznacza się profil masa/jasność dla całego obserwowanego dysku galaktyki. Profil masa/jasność jest więc w modelu dyskowym funkcją promienia będącą wynikiem rekonstrukcji zmiennych dynamicznych dysku galaktyki i można go porównać ze znanymi modelami ewolucji gwiazd w galaktykach spiralnych.

W rozdziale pierwszym zaprezentowane zostanie klasyczne podejście do problemu dynamiki galaktyk spiralnych prezentowane przez Verę Rubin & Ford et al. [35, 36], James'a Binney, Scott'a Tremain etc. [19] Przedstawiam podstawy teoretyczne takiego podejścia uzyskane w wyniku jego zastosowania wyniki jak i słabości wynikające z przyjętych założeń tego modelu.

W rozdziale drugim opisuje podejście prezentowane przez J. Jałocha et. al. [23]. Zaprezentuje podstawy teoretyczne modelu cienkiego dysku stworzonego przed J. Jałochę, Ł. Bratka et. al. Przedstawione zostaną podstawowe różnice pomiędzy tym podejściem a wcześniej prezentowanym podejściem klasycznym. Przedstawione zostaną także założenia tego modelu, jego ograniczenia oraz wyniki otrzymane

w wyniku zastosowania tego modelu.

W rozdziale trzecim przedstawiam uogólniony model cienkiego dysku zaproponowany przez Ł. Bratka et. al [4] w którym autorzy rezygnują z założenia nieskończenie płaskiego dysku w celu wyjaśnienia azymutalnego gradientu prędkości obserwowanego w galaktykach spiralnych.

## Rozdział 2

# Motywacja badań dynamiki galaktyk spiralnych i przykłady modeli dyskowych.

Aby móc zrozumieć podstawowe trudności istniejące w zakresie badania dynamiki galaktyk spiralnych należy przyjrzeć się najpierw do tej pory wypracowanym metodom badania dynamiki tych obiektów. Należy zaznaczyć, że podstawową metodologię badania dynamiki galaktyk spiralnych wypracowali James Binney i Scott Tremaine na początku lat 80'tych. Pogląd swój opublikowali w serii artykułów oraz w bardzo popularnym i wielokrotnie cytowanym podręczniku "Galactic Dynamics"[19]. W rozdziale 10 podrozdział 10.1 tego podręcznika podali oni sposób analizowania dynamiki galaktyk spiralnych obecnie uznawany za klasyczny. Dokładniej model klasycznego badania dynamiki galaktyk spiralnych został omówiony w Załączniku A.

W modelu klasycznym szczególnie zwraca uwagę rekonstrukcja gęstości obserwowanych składników galaktyki spiralnej. Najważniejszym elementem tego procesu jest wyznaczenie zależności pomiędzy obserwowaną prędkością rotacji gwiazd i gazu w dysku a gęstością masy zgromadzoną w tych składnikach.

Rozkład ten uzyskujemy stosując dyskowy model Mestela [19], zgodnie z którym galaktykę można przybliżyć infinitezymalną płaszczyzną, w której znajduje się cała masa galaktyki. Zgodnie z przyjętymi założeniami potencjał grawitacyjny poza płaszczyzną ( $z \neq 0$ ) spełnia równanie Laplace'a (2.1),

$$\nabla^2\Phi = 0, \tag{2.1}$$

natomiast w płaszczyźnie dysku ( $z = 0$ ) spełnia równanie Poissona:

$$\nabla^2\Phi|_{z=0} = 4\pi\sigma(r). \tag{2.2}$$

Wraz z równaniem równowagi sił zakładającym, iż gwiazdy i gaz poruszają się

w płaszczyźnie  $z = 0$  po zamkniętych orbitach:

$$v^2(r) = r \partial_r \Phi(r)|_{z=0} \quad (2.3)$$

otrzymujemy układ równań opisujący ruch ciał samograwitujących w potencjale o symetrii osiowej. Dokładnym rozwiązaniem tego układu w zmiennych cylindrycznych dla  $z > 0$  jest potencjał (2.4) [19]

$$\Phi(\rho, z) = -2\pi v_L^2 \int_0^\infty \hat{\sigma}(\omega) J_0\left(\omega \frac{\rho}{L}\right) \exp\left(-\omega \frac{z}{L}\right) d\omega, \quad (2.4)$$

Dla którego można bezpośrednio znaleźć zależność pomiędzy wartością prędkości rotacji a gęstością powierzchniową:

$$\sigma(r) = \frac{1}{\pi^2 G} \mathcal{P} \int_0^r v_\sigma^2(\chi) \left( \frac{K\left(\frac{\chi}{r}\right)}{r \chi} - \frac{r E\left(\frac{\chi}{r}\right)}{\chi r^2 - \chi^2} \right) d\chi + \int_r^\infty v_\sigma^2(\chi) \frac{E\left(\frac{r}{\chi}\right)}{\chi^2 - r^2} d\chi, \quad (2.5)$$

oraz zależność odwrotną:

$$v^2(r) = 4 G r \mathcal{P} \int_0^r \sigma(\chi) \frac{\chi E\left(\frac{\chi}{r}\right)}{r^2 - \chi^2} d\chi - \int_r^\infty \sigma(\chi) \left( \frac{\chi^2 E\left(\frac{r}{\chi}\right)}{r(\chi^2 - r^2)} - \frac{K\left(\frac{r}{\chi}\right)}{r} \right) d\chi \quad (2.6)$$

Rozważmy przykładowe profile gęstości:

$$\sigma_1(r) = \frac{4}{\pi} \left( e^{-4r^2} + \frac{1}{12} e^{-\frac{r^2}{12}} + \frac{1}{48} e^{-\frac{r^2}{144}} \right) \quad (2.7)$$

$$\sigma_2(r) = \frac{4}{\pi} \left( \frac{1}{12} e^{-\frac{r^2}{12}} + \frac{1}{48} e^{-\frac{r^2}{144}} \right) \quad (2.8)$$

$$\sigma_3(r) = \frac{4}{\pi} \left( e^{-4r^2} + \frac{1}{12} e^{-\frac{r^2}{12}} + \frac{1}{32} e^{-\frac{r^2}{144}} \right) \quad (2.9)$$

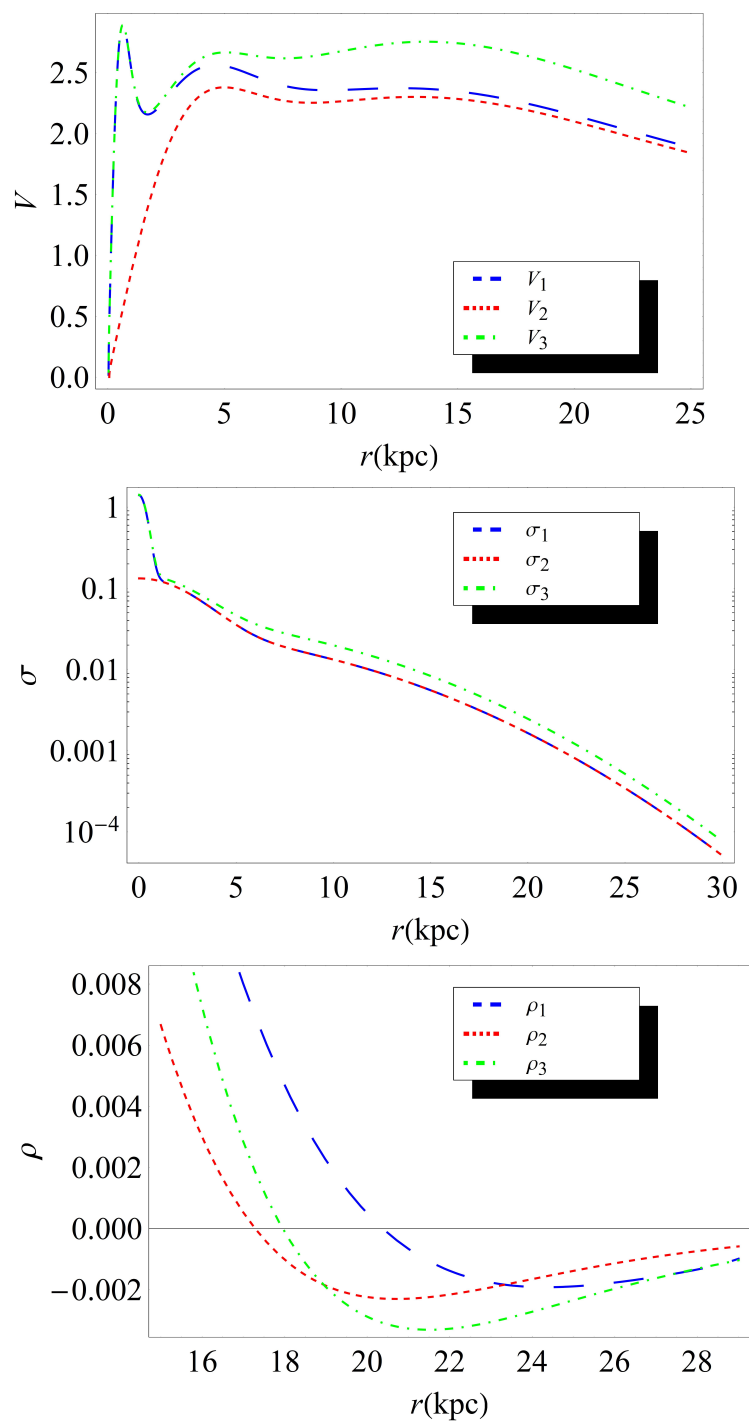
Jeśli korzystając z równania 2.6 otrzymamy trzy krzywe rotacji galaktyk przedstawione na rys. 2.1. Na podstawie tak otrzymanych krzywych rotacji postaramy się zrekonstruować rozkład powierzchniowy tak jak prezentuje to V. Rubin & Ford [35]. W tym celu korzystamy z równania Poissona 2.2 oraz warunku równowagi sił 2.3 w zmiennych sferycznych. Na podstawie rozwiązania tych równań otrzymamy keplerowską gęstość masy:

$$\rho(r) = \frac{(r v^2(r))'}{4\pi G r^2} \quad (2.10)$$

Wartości gęstości  $\rho(r)$  wyliczamy z otrzymanych krzywych rotacji, jak widać na rysunku 2.1.

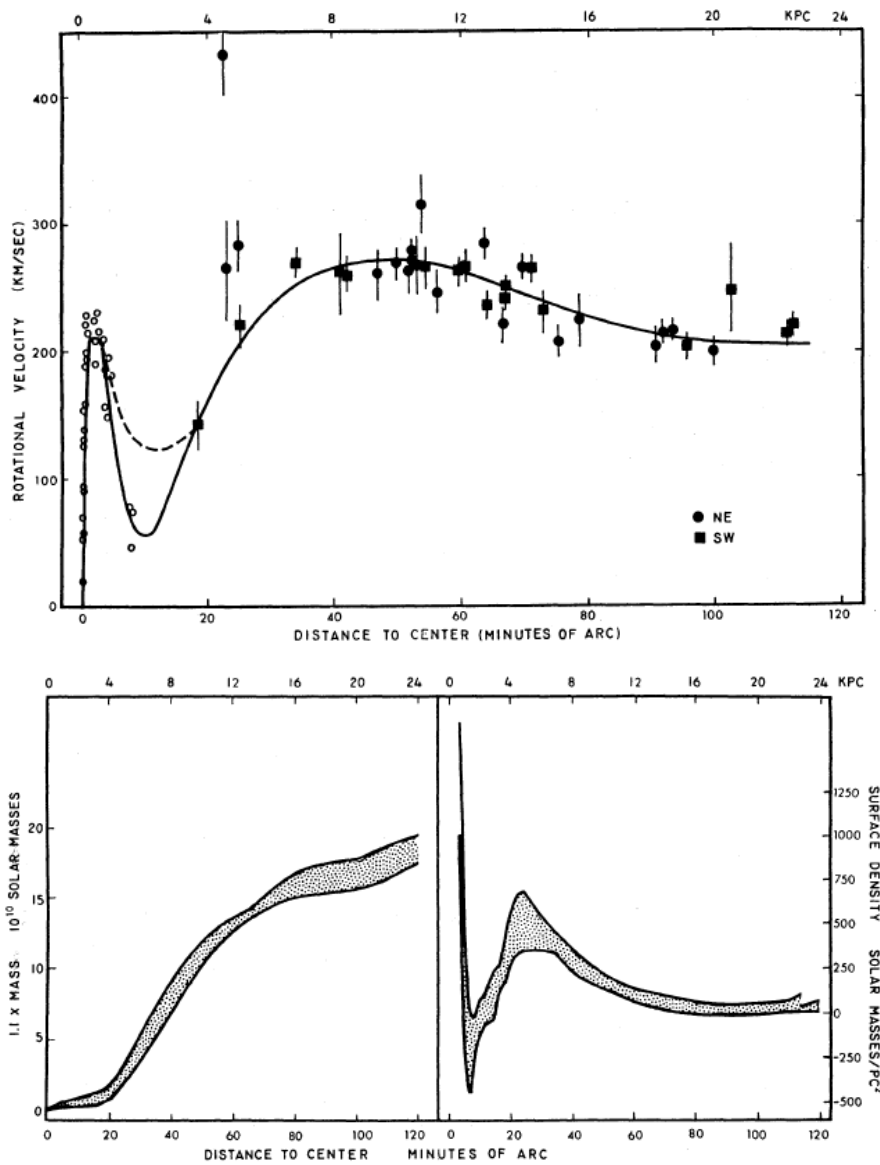
Jak łatwo zaobserwować w tym przykładzie, zastosowanie niewłaściwej geometrii do rozwiązania postawionego problemu prowadzi nas do sytuacji, w której otrzymujemy gęstość dysku mniejszą od zera w odległościach, dla których nadal obserwujemy świecące gwiazdy, czy promieniujący gaz. Ponieważ warunkiem koniecznym w mechanice Newtonowskiej jest by  $\rho(r) \geq 0$ , zachowanie rekonstruowanej gęstości z krzywej rotacji prowadzi nas bezpośrednio do wniosku, iż geometria sferyczna jest niewłaściwa w rekonstrukcji dynamiki galaktyk spiralnych. Wynik taki otrzymała Vera Rubin [35] dla galaktyki M31 (Andromeda) i prowadząc analizę dynamiki tej galaktyki w geometrii sferycznej otrzymała ujemne wartości gęstości powierzchniowej rozkładu materii w dysku (patrz rys. 2.2).

Na podstawie nowszych danych obserwacyjnych [Sofue et al. 40] powtórzył analizę przeprowadzoną przez V. Rubin & Ford [35] dla galaktyki M31. Wyniki tej analizy zamieszczono na rys. 2.3. Mimo poprawy jakości danych efekt występowania ujemnych gęstości dla promieni, przy których obserwujemy materię w dysku pozostał. Stanowi to przekonujący dowód, iż klasyczne podejście do problemu dynamiki galaktyk spiralnych w którym zakłada się symetrię sferyczną rozważanego problemu stoi w jawnej sprzeczności z mechaniką Newtonowską w której gęstość masy obiektów w ruchu jest nieujemna. Jest to bezpośrednią motywacją do zmiany przyjętego podejścia w analizie dynamiki galaktyk spiralnych, z modelu sferycznie symetrycznego na model osiowo symetryczny (model płaskiego dysku).

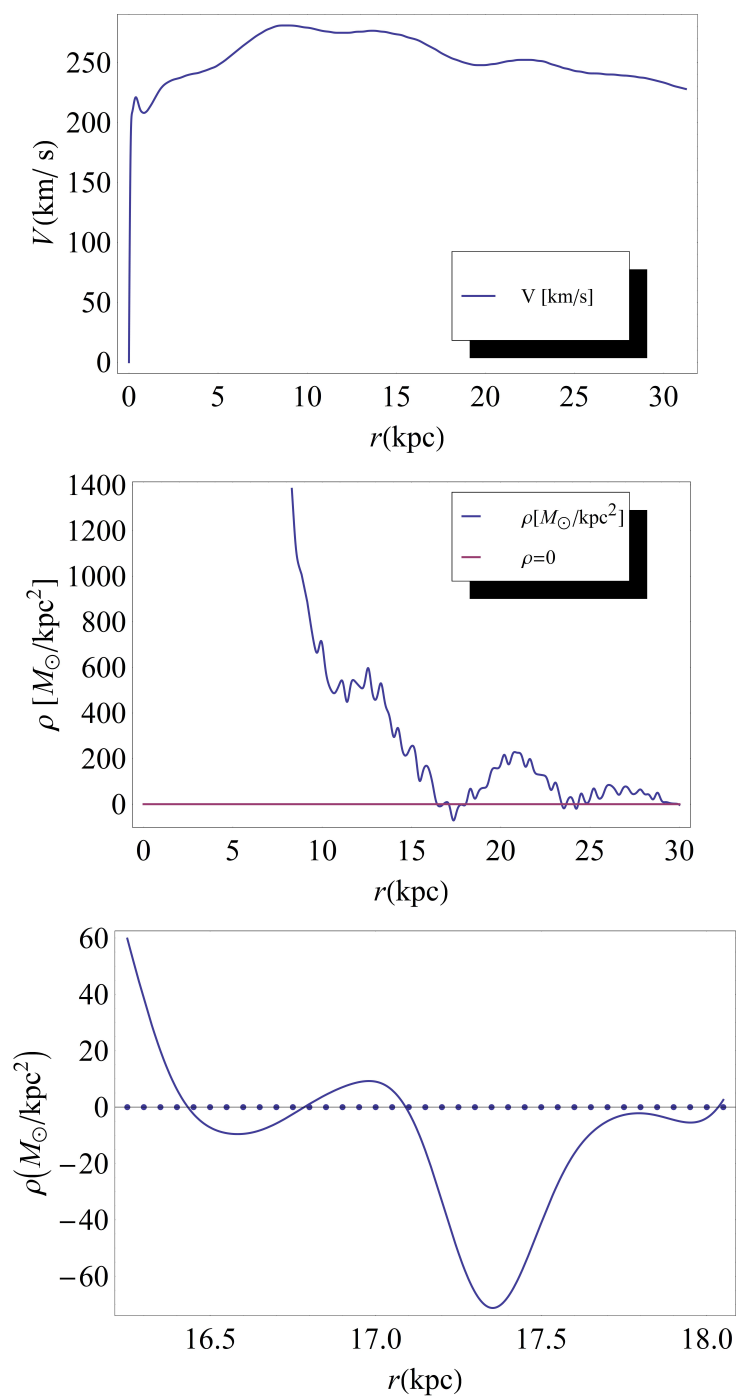


Rysunek 2.1: Przykładowe profile gęstości powierzchniowej  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  - górny wykres; krzywe rotacji  $V_1, V_2, V_3$  - środkowy wykres; zrekonstruowane profile gęstości w modelu sferycznym dla dużych  $r$  - dolny wykres. Należy zwrócić szczególną uwagę na to, iż na podstawie stosunkowo podobnych profili gęstości w modelu dyskowym można otrzymać krzywe rotacji posiadające dowolny znak i gradient prędkości.





Rysunek 2.2: [35] Pomiary oraz dopasowanie krzywej rotacji dla M31 - górny wykres; rekonstrukcja gęstości masy  $\sigma(r)$  oraz  $M(r)$  dla M31 - środkowy i dolny wykres odpowiednio prawy, lewy. Należy zauważyć iż na podstawie modelu sferycznego otrzymujemy ujemne gęstości masy  $\sigma(r)$  dla różnych wartości  $r$  zarówno w wewnętrznych jak i zewnętrznych częściach dysku.



Rysunek 2.3: Pomiary krzywej rotacji M31 na podstawie danych [40] - górny wykres; powtórzona za [35] rekonstrukcja gęstości masy w dysku w modelu sferycznie symetrycznym - środkowy i dolny wykres odpowiednio dla całego zakresu  $r$  i dla  $r \in [16, 18](kpc)$  (niebieskie punkty oznaczają wartości  $r$  dla których znana jest prędkość rotacji).

Przedstawione wykresy pokazują, że dla wartości  $r$  dla których mierzona jest prędkość rotacji rekonstrukcja gęstości daje wartości ujemne. Porównując to z rys. 2.2 należy stwierdzić, iż jakość i ilość dopasowywanych danych nie odgrywają znaczącej roli. Otrzymane ujemne wartości  $\rho(r)$  należy utożsamiać bezpośrednio zastosowanym modelem.

## Rozdział 3

# Model infitezymalnie płaskiego dysku galaktyki.

### 3.1 Potencjał dysku przy użyciu funkcji Bessel'a

W rozdziale 2 pokazano, iż właściwym podejściem do problemu rekonstrukcji dynamiki galaktyk spiralnych jest zastosowanie modelu dyskowego. Z powodów obserwacyjnych nie możliwe jest wyznaczenie krzywej rotacji aż do nieskończoności tak jak formalnie mamy to zapisane w równaniu (2.5). Mierzone wartości prędkości rotacji znane są także dla dyskretnej wartości promienia  $r$  proponuje się dyskretne rozwiązanie równania Laplace'a (2.1) postaci (3.1):

$$\Phi(r, \phi, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{\infty} dk e^{-kz} J_m(kr) [A_m(k) \cos m\phi + B_m(k) \sin m\phi] \quad (3.1)$$

gdzie  $J_m$  są funkcjami Bessela pierwszego rodzaju. Rozwiązanie dla  $z < 0$  można zapisać analogicznie do (3.1) ze względu na symetrię problemu. Ponieważ mamy do czynienia z układem osiowej symetrii więc rozwiązanie (3.1) można zapisać w postaci (3.2) dla  $m=0$

$$\Phi(r, z) = \int_0^{\infty} dk e^{-kz} J_0(kr) A(k) \quad (3.2)$$

gdzie  $A(k) \equiv A_0(k)$  oznacza Besselowskie spektrum potencjału.

Ponieważ cała masa galaktyki zgromadzona jest w infitezymalnie cienkim dysku, więc potencjał jest ciągły na płaszczyźnie  $z = 0$  i dany wyrażeniem (3.3)

$$\Phi(r, z = 0) = \int_0^{\infty} dk J_0(kr) A(k). \quad (3.3)$$

Korzystając z reguł ortogonalności (3.4) [19]

$$\int_0^{\infty} dr r J_m(kr) J_m(k'r) = \frac{1}{k} \delta(k - k'). \quad (3.4)$$

można wyrażenie (3.3) przekształcić do postaci (3.5)

$$A(k) = k \int_0^\infty dr r J_0(kr) \Phi(r, z=0) \quad (3.5)$$

Związek pomiędzy prędkością rotacji, a potencjałem dany jest równaniem (3.6), w którym skorzystaliśmy z (3.3) i związku  $\frac{dJ_0(x)}{dx} \equiv -J_1(x)$

$$\frac{v^2(r)}{r} = \frac{\partial \Phi(r, 0)}{\partial r} = - \int_0^\infty dk k J_1(kr) A(k) \quad (3.6)$$

Wyrażenie (3.6) na podstawie (3.4) można zapisać w postaci (3.7) przyjmując  $m = 1$

$$A(k) = - \int_0^\infty dr J_1(kr) v^2(r) \quad (3.7)$$

Z drugiej strony używając twierdzenia Gaussa można zapisać związek pomiędzy gęstością powierzchniową a potencjałem w postaci (2.4) używając rozwiązania równania Laplace'a postaci (3.3)

$$\sigma(r) = \frac{2}{4\pi G} \frac{\partial \Phi(r, z)}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow 0^+} = \frac{1}{2\pi G} \int_0^\infty dk (-k) J_0(kr) A(k) \quad (3.8)$$

gdzie  $G$  oznacz stałą grawitacji. Korzystając z własności funkcji Bessela  $J_0(kr)$  można gęstość powierzchniową zapisać analogicznie do potencjału za pomocą związku (3.9)

$$\sigma(r) = \int_0^\infty dk J_0(kr) \sigma(k) \quad (3.9)$$

gdzie  $\sigma(k)$  oznacza Besselowski rozkład gęstości powierzchniowej. Porównując równania (3.8) i (3.9) otrzymujemy związek pomiędzy Besselowskim rozkładem potencjału a gęstości powierzchniowej (3.10)

$$\sigma(k) = - \frac{kA(k)}{2\pi G} \quad (3.10)$$

Dzięki tak otrzymanym zależnościom można teraz bez problemu z rozkładu prędkości odtworzyć rozkład masy postępując zgodnie z następującym schematem:

1. Korzystamy z równania (3.3) i (3.6) w celu wyznaczenia z mierzonych wartości prędkości rotacji  $V(r)$  Besselowskiego rozkładu potencjału  $\Phi(r)$ .
2. Następnie wyznaczamy Besselowski rozkład gęstości powierzchniowej  $\sigma(k)$  na podstawie równań (3.5) i (3.10).
3. Znając  $\sigma(k)$  wyznaczamy rozkład masy  $\sigma(r)$  zgodnie z równaniem (3.9).

W obliczeniach posługiwaliśmy się faktycznie sumami zamiast całek ze względów praktycznych co powoduje że zamiast ciągłego rozkładu  $A(k)$  otrzymaliśmy dyskretny rozkład  $C_n$ . Nie powoduje to istotnych różnic w otrzymanych wynikach rozkładu gęstości powierzchniowej  $\sigma(r)$ . Tak otrzymaną gęstość można traktować jako podstawową w dalszych obliczeniach.

## 3.2 Metoda iteracyjna

Metoda iteracyjna dopasowania gęstości wyznaczonej z krzywej rotacji  $\sigma(r)$  do mierzonej gęstości rozkładu wodoru  $\sigma_{HI}$  przy równoczesnym uzgodnieniu otrzymanych na podstawie gęstości prędkości rotacji z mierzoną prędkością rotacji galaktyki została zaproponowana przez [4]. Poniżej przedstawiamy jej omówienie wraz z odwołaniem do oryginalnie otrzymanych przez autorów wyników.

Na podstawie rozważań z rozdziału 3.1 wyznaczyliśmy wartość gęstości powierzchniowej materii w galaktyce, skąd po prostym scałkowaniu po powierzchni można otrzymać masę galaktyki. Należy stwierdzić, że z pewnością masa ta będzie zaniżona ponieważ otrzymano ją wykorzystując krzywą rotacji, która ma skończoną długość i jest efektem obserwacji świecącej materii w galaktyce, której ostatni punkt pomiarowy nie musi się pokrywać z fizycznym końcem dysku galaktyki. Opieranie się więc tylko na takim szacunku masy obarczone jest poważną niepewnością z powodu zaniedbania nieświecącej materii (rozumiemy przez to nieświecąca materię barionową nie ciemną materię). Podstawowymi pomiarami materii nieświecącej jakimi dysponujemy dla galaktyk jest pomiar rozkładu wodoru w linii 21cm. Dlatego w dalszej części analizy krzywych rotacji galaktyk spiralnych staramy się wypełnić tę lukę przez uwzględnienie znanych z pomiarów rozkładów wodoru  $\sigma_{HI}$ . W celu uwzględnienia masy nieświecącej zastosowano metodę iteracyjną, która posłużyła do uzgodnienia rozkładu materii otrzymanej z krzywej rotacji  $\sigma(r)$  z mierzonym rozkładem wodoru w galaktyce  $\sigma_{HI}$ .

Starając się być możliwie precyzyjnym należy zaznaczyć, że także obserwowany rozkład nieświecącej materii  $\sigma_{HI}$  jest zaniżony ponieważ nie uwzględnia pochodzącego z pierwotnej nukleosyntezy helu jak i wodoru promieniującego w innym zakresie. Aby możliwie zredukować ten efekt mierzony rozkład  $\sigma_{HI}$  został pomnożony przez  $\frac{4}{3}$  ze względu na wyżej przytoczone argumenty. Natomiast jak zaznaczono na początku rozdziału 2 tak otrzymany rozkład dalej oznaczany będzie  $\sigma_{HI}$ .

W dalszych rozważeniach wyznaczoną z modelu Mestela gęstość powierzchniowa dysku  $\sigma(r)$  oznaczać będziemy jako  $\sigma_0(r)$  i przyjmować jako zerowe przybliżenie w metodzie iteracyjnej.

W metodzie iteracyjnej wykorzystuje się algorytm który pozwala wyznaczyć gęstość powierzchniową dysku galaktyki. Metoda ta składa się z następujących kroków:

Krok I W pierwszym kroku wyznaczamy rozkład gęstości, uwzględniając rozkład wodoru w taki sposób że przyjmujemy nową gęstość:

$$\sigma_1(r) = \sigma_0(r) \quad \text{dla } r < R_1 \quad (3.11)$$

$$\sigma_1(r) = \sigma_{HI}(r) \quad \text{dla } R_1 < r < R_H \quad (3.12)$$

$$\sigma_1(r) = 0 \quad \text{dla } r > R_H \quad (3.13)$$

$$(3.14)$$

Przyjmujemy tu, że  $R_1$  jest odległością dla której mierzony jest ostatni punkt krzywej rotacji  $V_{exp}(R)$ , natomiast  $R_H$  jest to odległość, dla której mierzony jest ostatni punkt rozkładu gęstości neutralnego wodoru  $\sigma_{HI}(r)$ .

Krok II W tym etapie wyznaczamy poprawkę do gęstości  $d\sigma_1$ . W tym celu liczymy poprawkę do rekonstruowanej prędkości rotacji  $V_1(r)$ , korzystając z zależności:

$$dV_1^2(r) = V_{exp}^2(r) - V_1^2(r) \quad (3.15)$$

Otrzymujemy poprawkę do gęstości  $d\sigma_1(r)$ . Na podstawie wartości wyznaczamy nową gęstość:

$$\sigma_2(r) = \sigma_1(r) + d\sigma_1(r) \quad (3.16)$$

Ponownie wyznaczamy gęstość powierzchniową uwzględniając mierzony rozkład wodoru

$$\sigma_2(r) = \sigma_2(r) \quad \text{dla } r < R_1 \quad (3.17)$$

$$\sigma_2(r) = \sigma_{HI}(r) \quad \text{dla } R_2 < r < R_H \quad (3.18)$$

$$\sigma_2(r) = 0 \quad \text{dla } r > R_H \quad (3.19)$$

$$(3.20)$$

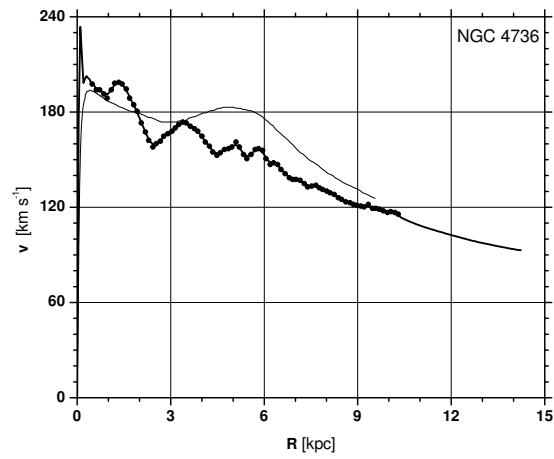
Z tak otrzymanej gęstości wyznaczamy nowy profil prędkości  $V_2(r)$ .

Krok III i IV Ponieważ stosowanie tej metody powoduje wzrost gęstości powierzchniowej, a równocześnie daje lepsze dopasowanie wyznaczonej w ten sposób prędkości  $V_k(r)$  do obserwowanej prędkości rotacji  $V_{exp}(r)$ . Uzasadnione jest iteracyjne postępowanie w celu jak najlepszego wyznaczenia nowego rozkładu gęstości powierzchniowej a tym samym jak najlepszego dopasowania prędkości. Wystarczy iteracja rzędu 4 gdyż metoda jest wystarczająco szybko zbieżna.

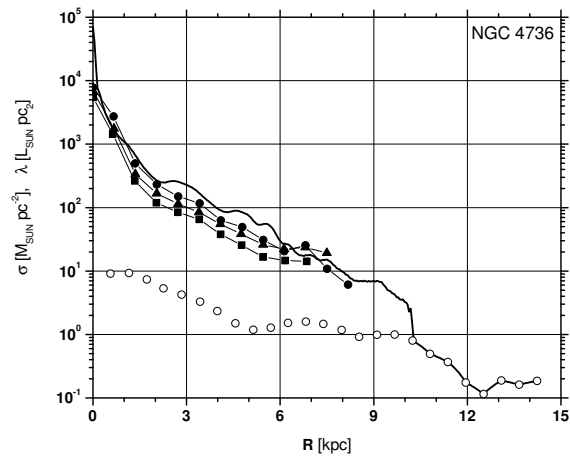
### 3.3 Wyniki

Na podstawie modelu iteracyjnego płaskiego dysku galaktyki spiralnej opisanego w rozdziale [3.1,3.2] wykonano obliczenia dla galaktyk NGC 4736, 1365, 6946, 7793, 891, 2403, 4559, UGC 6446 oraz Drogi Mlecznej. Otrzymane wyniki zostały opublikowane w artykule "Global disk models for galaxies NGC 1365, 6946, 7793 and UGC 6446" [21]. Dla zbadanych galaktyk wyniki przedstawiono na rysunkach od 3.2 do 3.9. Przedstawiono tu od góry odpowiednio krzywą rotacji galaktyki wraz z dopasowaniem, rozkład gęstości powierzchniowej otrzymany w wyniku użycia metody iteracyjnej oraz gęstość powierzchniową gazu w dysku otrzymaną z radiowych pomiarów linii HI. Najniższy wykres zawiera stosunek masa-jasność w zależności od promienia od centrum galaktyki, z wyjątkiem Drogi Mlecznej dla której nie znana jest krzywa blasku.

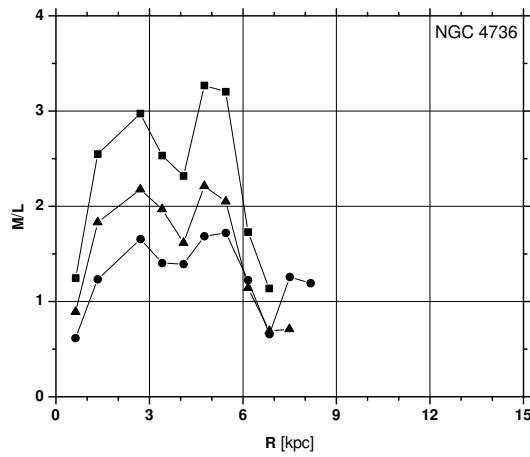
Jak widać na przykładzie galaktyk NGC 891 i UGC 6446 możliwa jest sytuacja, w której na końcu znanej krzywej jasność galaktyki mamy do czynienia z sytuacją w której stosunek masa-jasność drastycznie rośnie. Należy zwrócić uwagę, iż w takich przypadkach nie musi to oznaczać, że w zewnętrznych obszarach dysku zaczyna dominować nagle nieznana ciemna materia. Można postulować tu, iż w zewnętrznych partiach galaktyki dominującym składnikiem materii jest nieświecący barionowy gaz. Drastyczna zmiana stosunku masa-jasność wywołana jest natomiast ewolucją galaktyki, w której nie doszło jeszcze do procesów gwiazdotwórczych, natomiast masa dzięki modelowi dyskowemu może być z dużą dokładnością wyznaczona.



a)



b)

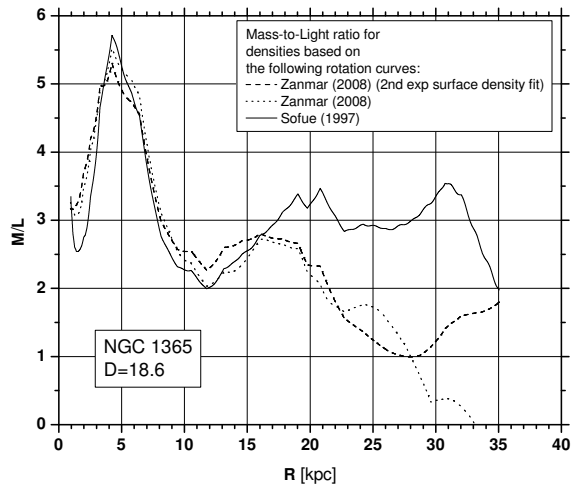
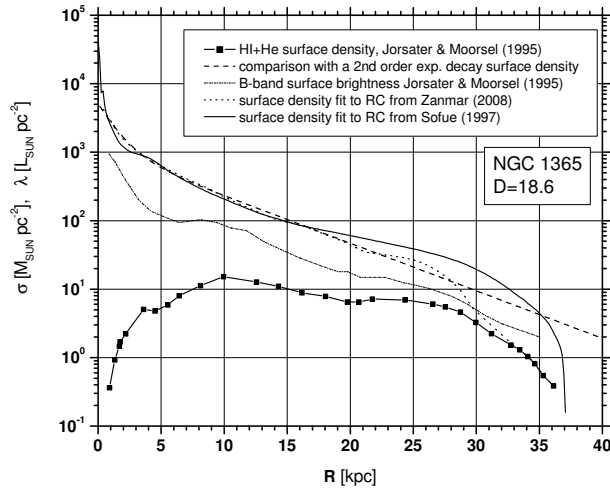
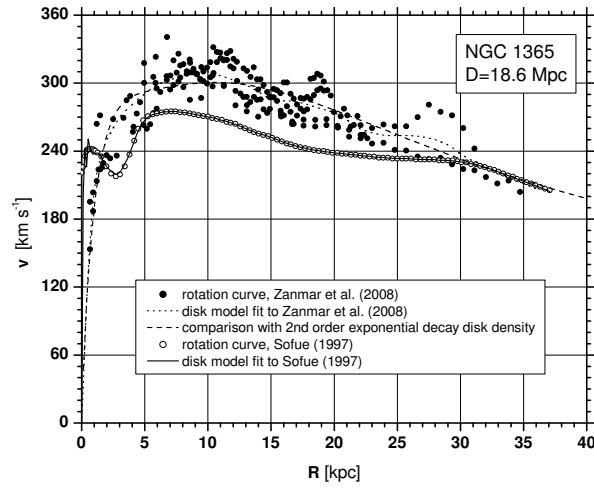


c)

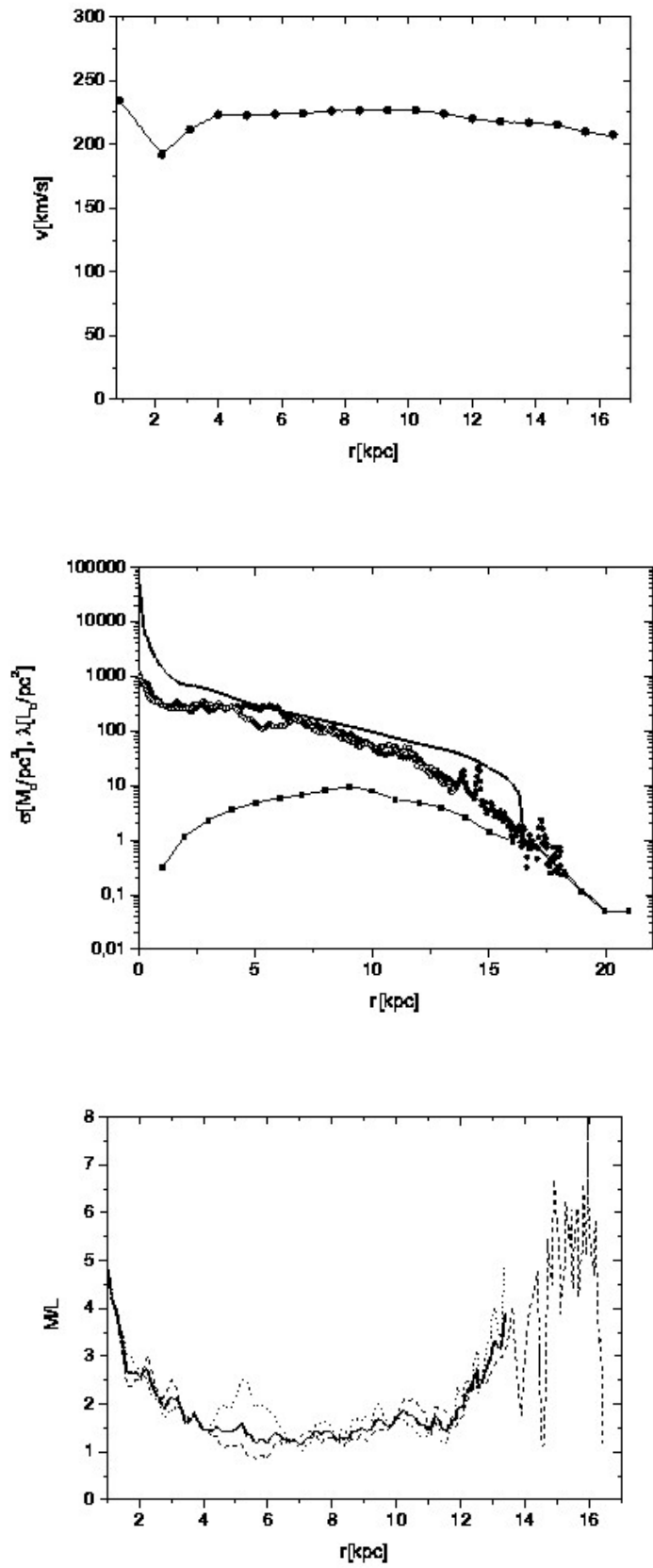
Rysunek 3.1: Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki NGC 4736. [21]

Wiersz: a - mierzona krzywa rotacji (punkty) wraz z rekonstruowaną na podstawie modelu krzywą rotacji (linia ciągła), b - rozkład gęstości dysku galaktyki; linią ciągłą oznaczono zrekonstruowany rozkład materii na podstawie modelu, (otwarte koło) - mierzone wartości gęstości powierzchniowej HI + He, wartości mierzonej jasności powierzchniowej dysku oznaczone są punktami: (kwadratowymi) - V-zakres, (trójkątnymi) - I-zakres, (okrągłymi) - K-zakres; c- stosunki masa jasność w zależności od promienia dla dostępnych filtrów.

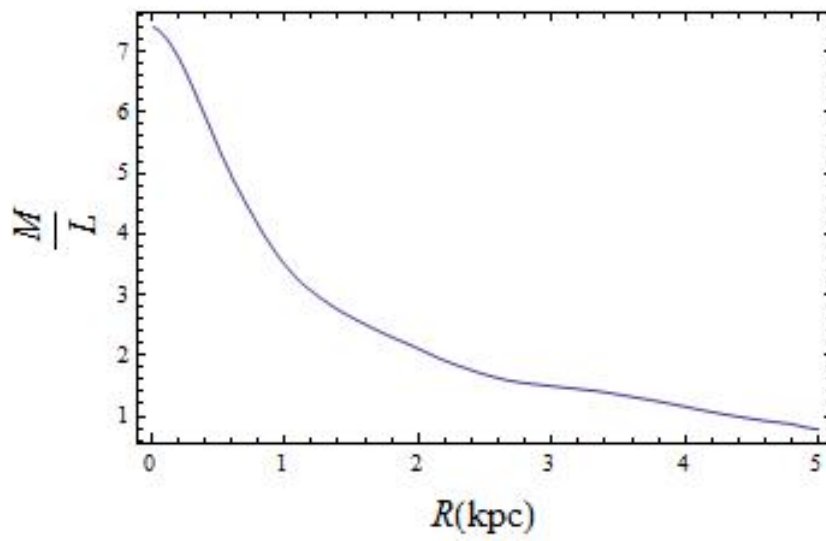
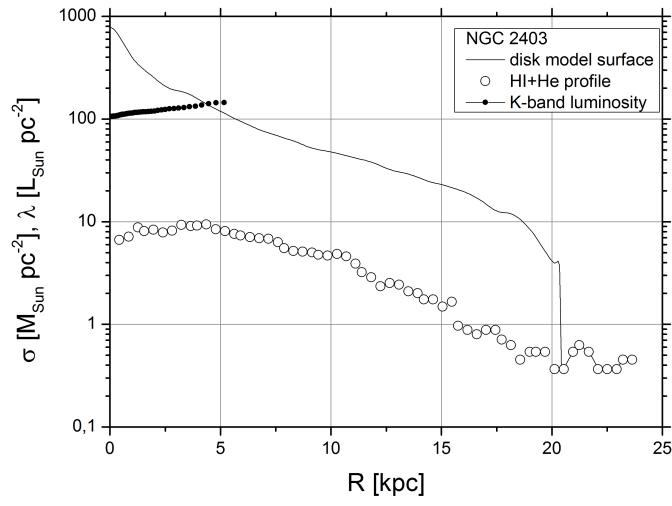
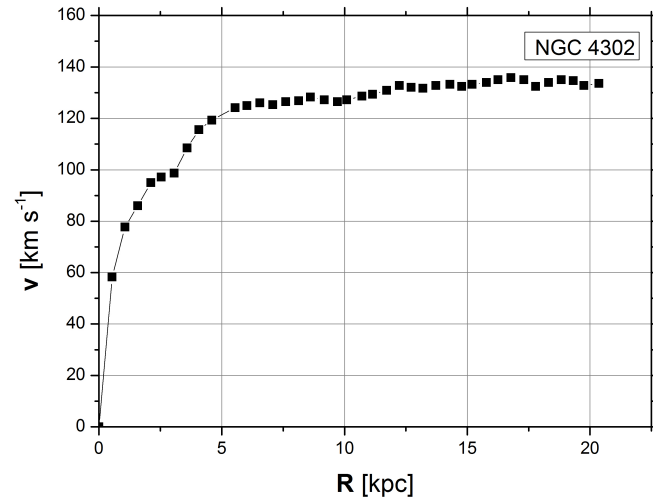




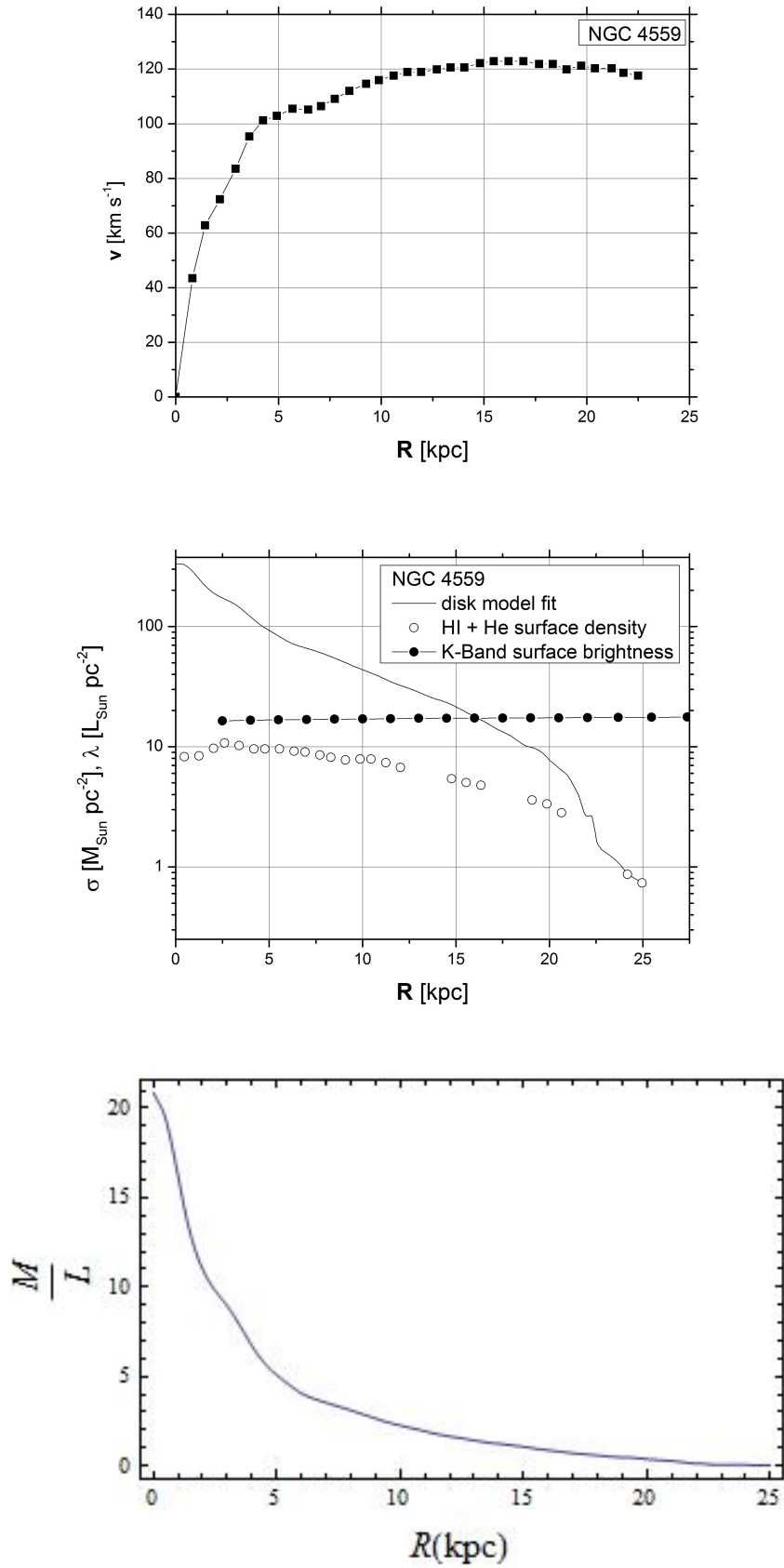
Rysunek 3.2: Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki NGC 1365. [21]  
Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1



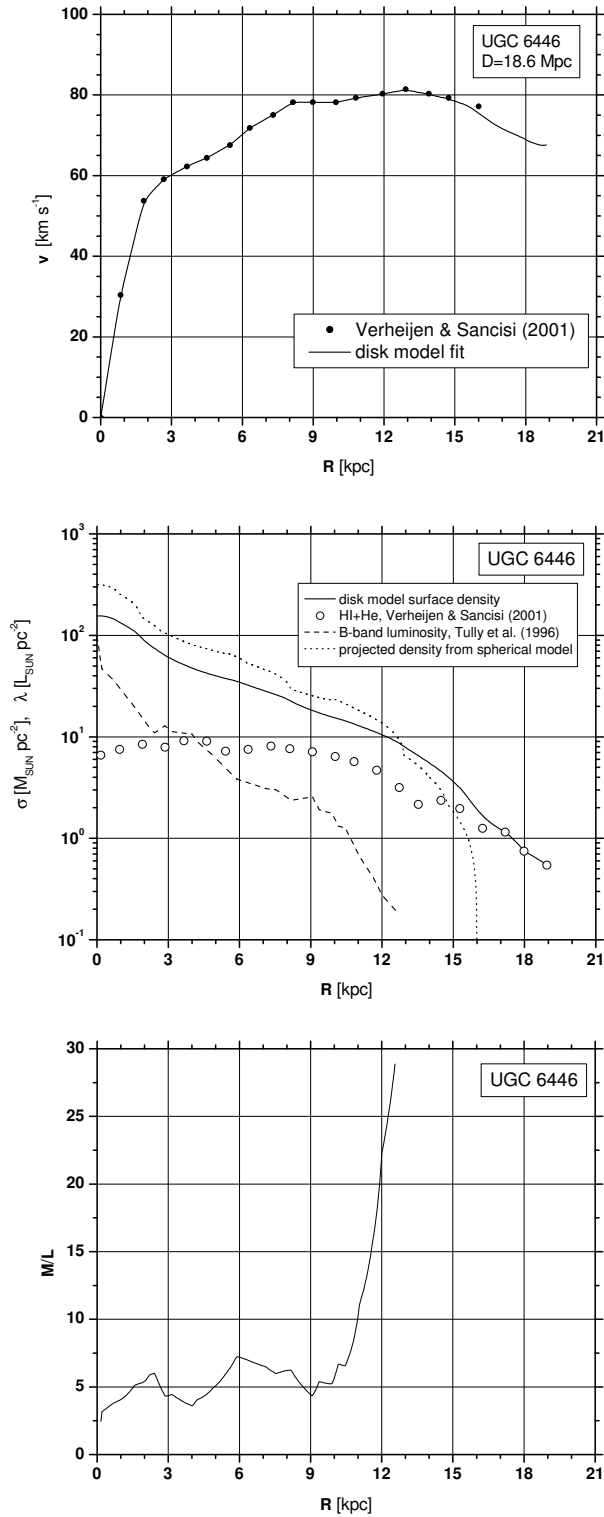
Rysunek 3.3: Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki NGC 891. [21]  
Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1



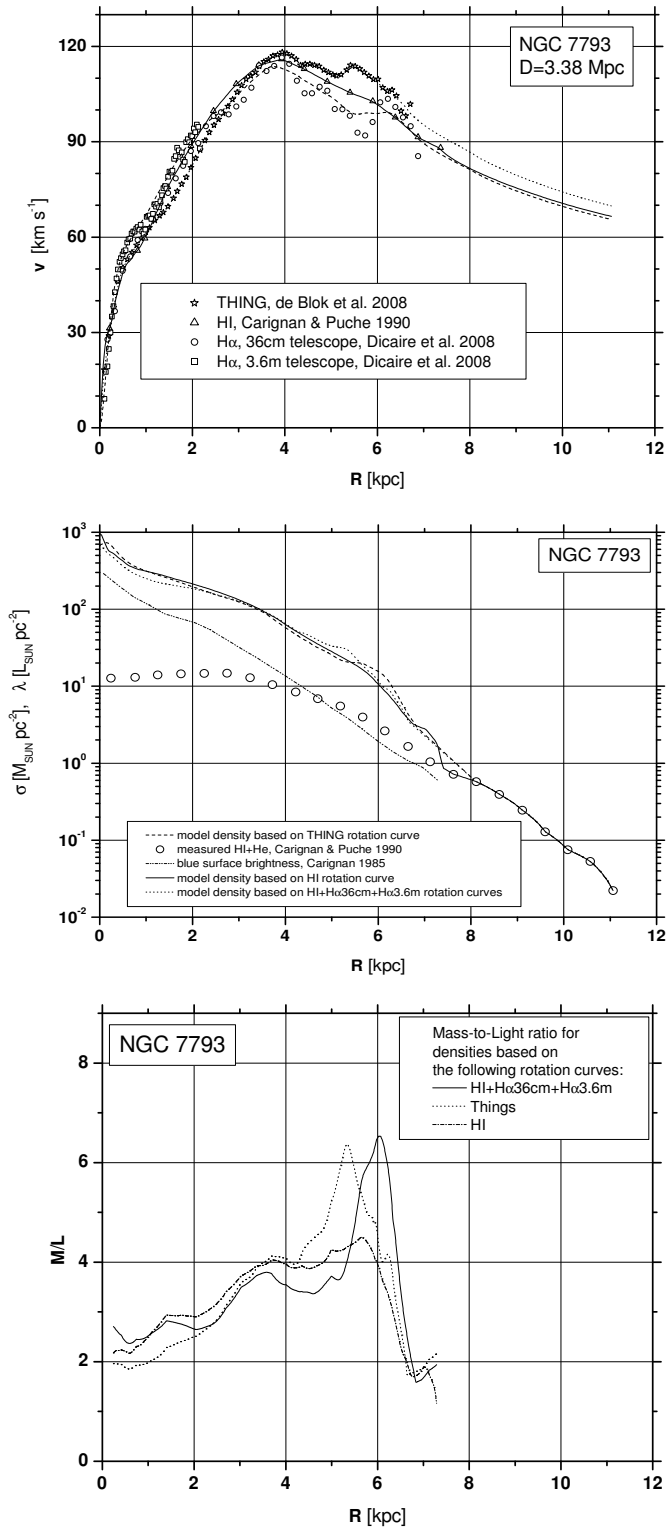
Rysunek 3.4: Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki NGC 2403. [21]  
Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1



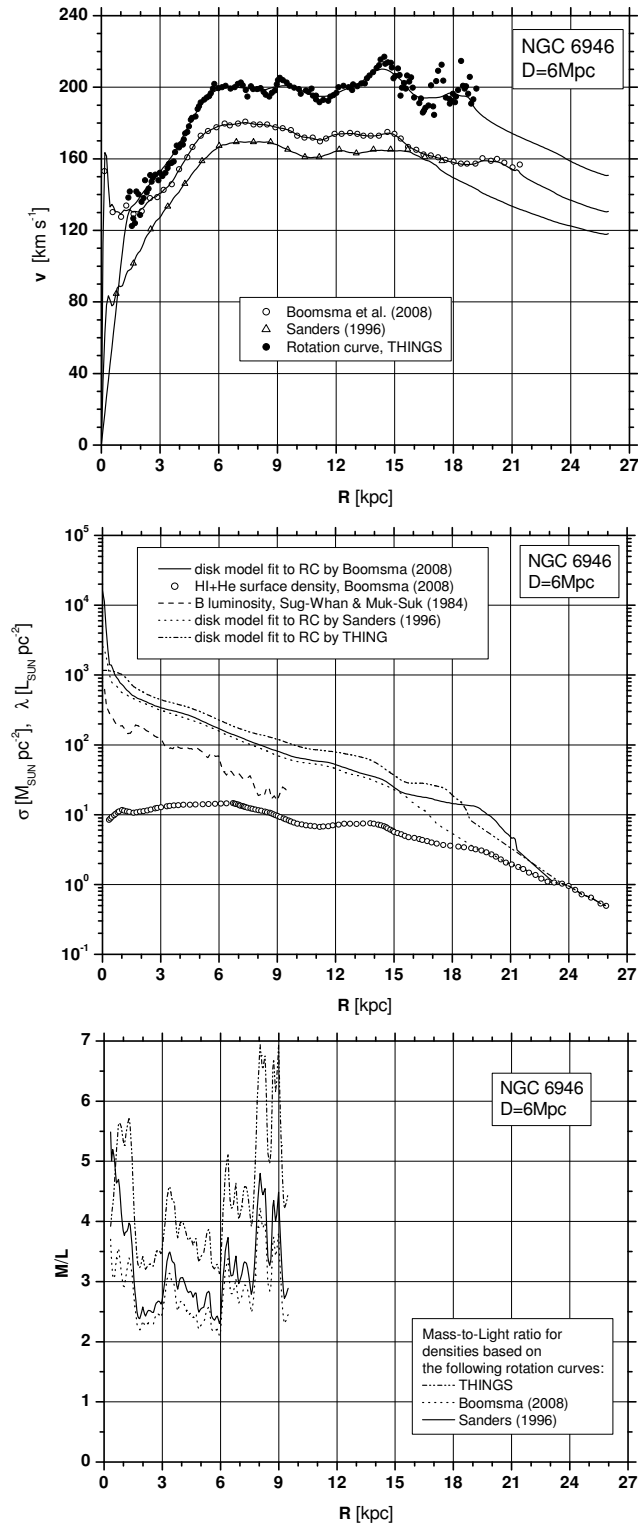
Rysunek 3.5: Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki NGC 4559. [21]  
Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1



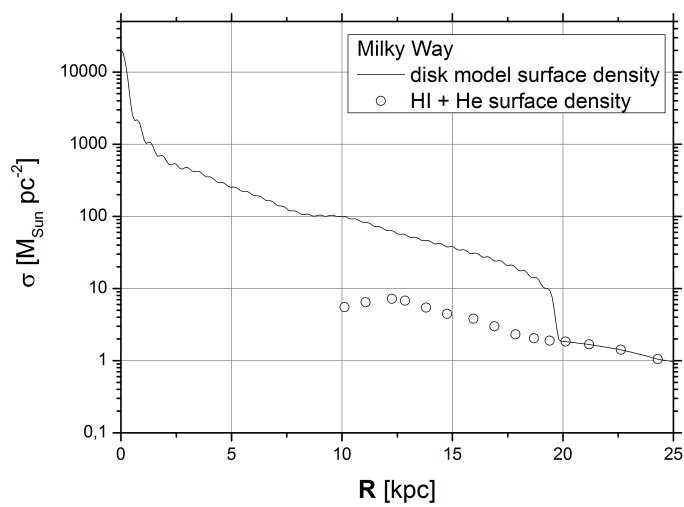
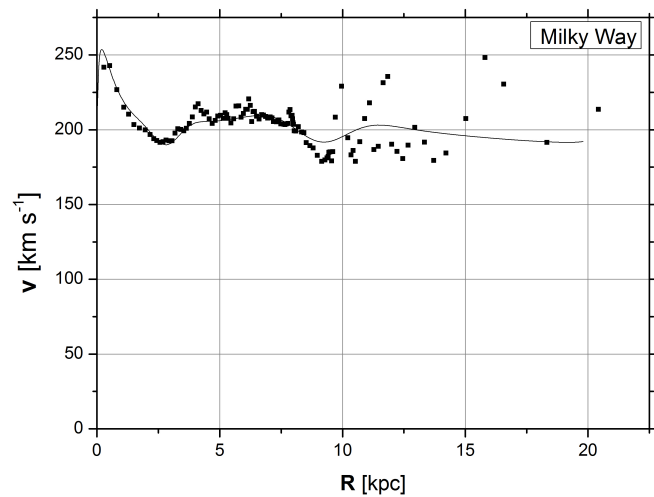
Rysunek 3.6: Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki UGC 6446. [21]  
Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1



Rysunek 3.7: Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki NGC 7793. [21]  
Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1



Rysunek 3.8: Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki NGC 6946. [21]  
Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1



Rysunek 3.9: Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla Drogi Mlecznej. [21]  
Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1



Często możemy mieć do czynienia z sytuacją, w której lepiej poznana składowa jest krzywa rotacji i rozkład gazu w dysku tak jak to pokazuje 3.6. Mamy tu do czynienia z sytuacją, w której krzywe gęstości powierzchniowej sięgają zdecydowanie dalej, niż mierzone jasności, w przypadku galaktyk NGC 6946 oraz NGC 2403 mierzone jasności znane są dla promieni mniejszych niż połowa znanej krzywej rotacji. Przykład ten bezpośrednio przedstawia jak problematyczne jest badanie dynamiki galaktyk spiralnych. Często mamy do czynienia z sytuacją w której nie ma wystarczającej ilości danych obserwacyjnych które mogłyby ograniczyć w wystarczający sposób dostępny zakres parametrów modelu. W przypadku modelu dyskowego ilość dostępnych danych obserwacyjnych powinna być stosunkowo duża, gdyż model ten rezygnuje z założeń, które bezpośrednio ograniczają ilość i zakres parametrów dostępnych w modelu jeszcze przed rozpoczęciem dopasowania go do dostępnych danych obserwacyjnych.

Dla galaktyk: NGC 7793, 1365, 4736, 4559, mamy do czynienia z sytuacją, w której dostępna ilość danych pozwala na wyznaczenie stosunków masa-jasność dla całego zakresu znanej krzywej rotacji. Zauważyć można, iż w tej grupie mamy do czynienia z sytuacją, w której stosunek masa jasność w centrum galaktyki jest wysoki i stosunkowo szybko maleje wraz ze wzrostem odległości od centrum. Wskazuje to, iż w centrum mamy do czynienia z małą ilością jasnych gwiazd i brakiem procesów gwiazdotwórczych oraz występowaniem supermasywnych czarnych dziur tak jak ma to miejsce w galaktyce NGC 1365 [34].

W przyjętym podejściu w modelu dyskowym jak można zaobserwować na prezentowanych wynikach podstawowym elementem analizy było nie ograniczanie ilości i zakresu parametrów przed rozpoczęciem analizy danych pomiarowych. Jeśli w trakcie analizy okazywało się, że otrzymane wyniki nie dają możliwości jednoznacznej interpretacji poszukiwało się takich wielkości które dawały możliwość interpretacji otrzymanych wyników w sposób możliwie jednoznaczny.

	nazwa	NGC 7793			NGC 1365			NGC 6946		
kąt inklinacji [deg]		53.7 <sup>A</sup>		46 <sup>B</sup>			30 <sup>B</sup>			
odległość [Mpc]		3.38 <sup>A</sup>		18.6 <sup>L</sup>			6.0 <sup>M</sup>			
typ morfologiczny		SAd <sup>A</sup>		SbB <sup>B</sup>			SAbc <sup>B</sup>			
$L_B$ [ $10^{10}L_\odot$ ]		0.3 <sup>K</sup>		9.81 <sup>E</sup>			1.64 <sup>H</sup>			
$M_{H+He}$ [ $10^{10}M_\odot$ ]		0.12 <sup>A</sup>		2.36 <sup>E</sup>			0.97 <sup>M</sup>			
$M_{H_2}$ [ $10^{10}M_\odot$ ]		-		-			0.45 <sup>J</sup>			
krzywa rotacji	HI <sup>A</sup>	HI + H $\alpha$ <sup>O</sup>	Thing <sup>P</sup>							
$M_{Gal}$ [ $10^{10}M_\odot$ ]	1	1.02	1							
test sferycznej symetrii	Y	Y	Y							
$M_{Gal}/L_B$	3.33	3.4	3.33							
$\frac{M_{Gal}-M_{gas}}{L_B}$	2.93	3	2.93							
nazwa	NGC 4736	UGC 6446	NGC 2403	NGC 4559	NGC 891	Droga Mleczna				
kąt inklinacji [deg]	35 <sup>B</sup>	44 <sup>D</sup>	62.9	67.2	$\gtrsim 89$	-				
odległość [Mpc]	4.7 <sup>P</sup>	18.6 <sup>G</sup>	3.24	9.7	9.5	-				
typ morfologiczny	Sab <sup>B</sup>	Sd <sup>G</sup>	SAB	Scd	Sb	Sbbc				
$L_B$ [ $10^{10}L_\odot$ ]	1.3 <sup>S</sup>	0.218 <sup>J</sup>	0.79	1.06	2.6	-				
$M_{H+He}$ [ $10^{10}M_\odot$ ]	0.067 <sup>T</sup>	0.434 <sup>G</sup>	0.405	0.84	0.41	0.513				
$M_{H_2}$ [ $10^{10}M_\odot$ ]	-	-	-	-	-	-				
krzywa rotacji	Thing	G	G	G	U	G				
$M_{Gal}$ [ $10^{10}M_\odot$ ]	2.68	1.5	5.22	4.82	10	10.2				
test sferyczności	Y	N	Y	Y	Y	N				
$M_{Gal}/L_B$	2.06	6.88	6.6	4.55	3.84	-				
$\frac{M_{Gal}-M_{gas}}{L_B}$	2.01	4.89	6.09	3.75	3.69	-				

Tabela 3.1: W tabeli przedstawiono zebrane wyniki dla galaktyk przebadanych metodą dyskową. W kolejnych wierszach podano obserwacyjne galaktyk: kąt inklinacji, odległość, typ morfologiczny jasność w filtrze B, mierzoną wartość gazu w dysku  $M_{H+He}$ ,  $M_{H_2}$ ; źródła pomiarów krzywych rotacji. W wierszach podano zestawienie otrzymanych wyników: masę galaktyki na podstawie modelu dyskowego, test sferyczności, globalny stosunek masa - jasność dla całkowitej masy galaktyki i po odjęciu nieswiecącego gazu. Dla galaktyk NGC 7793, NGC 1365, NGC 6946 otrzymano wyniki dla trzech znanych krzywych rotacji. Dla galaktyki Drogi Mlecznej nie istnieje obserwacyjna możliwość wyznaczenia stosunku masa - jasność gdyż nie istnieje obserwacyjna możliwość wyznaczenia całkowitej jasności Galaktyki. Referencje do prac z których pochodzą dane wykorzystane w badaniach: (Ilexp=double exponential falloff), A – [6], B – [39], D – [33], E – [24], F – [16], G – [44], H – [42], I – [47], J – [43], K – [5], L – [48], M – [3], O – [9], P – [7], R – [37], S – [28], T – [29], U – [32]

# Rozdział 4

## Wertykalny gradient prędkości w galaktykach spiralnych.

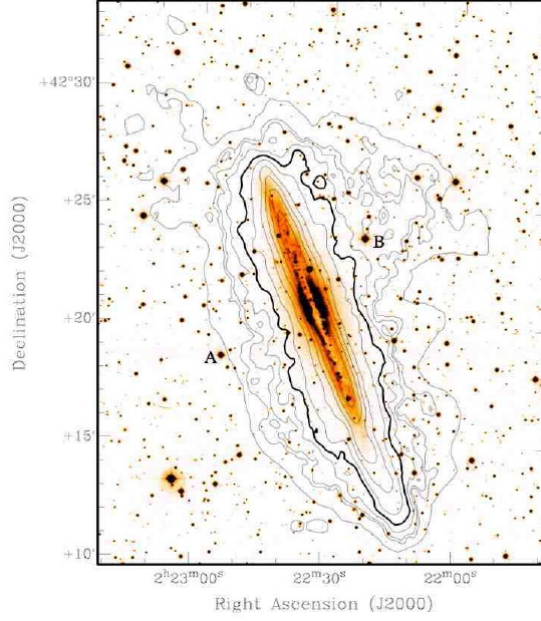
### 4.1 Motywacje rozważania skończonego dysku

W rozdziale 3 rozważaliśmy model infinitezimalnego dysku w galaktyce spiralnej, który jest jedynie przybliżeniem fizycznego dysku galaktyki posiadającego skończoną grubość. Aby móc sprawdzić poprawność zastosowania tak uproszczonego opisu dysku galaktyki należy znaleźć sposób na zweryfikowanie osiowo-symetrycznego opisu dynamiki galaktyk spiralnych w oparciu o inne dane empiryczne, niż jedynie krzywa rotacji galaktyk spiralnych. Jak można zobaczyć na rys. 4.1 coraz lepsza dokładność pomiarów rotacji gazu w galaktykach spiralnych oraz połączenie ich z precyzyjnymi pomiarami optycznymi ukazuje iż w galaktykach spiralnych materia nie jest tylko zgromadzona blisko płaszczyzny dysku ale także rozciąga się powyżej i poniżej płaszczyzny galaktyki. Istnienie dokładnych pomiarów prędkości rotacji powyżej i poniżej płaszczyzny dysku ( $z \neq 0$ ) [[11]; [1]; [15],b; [14]; [32]; [25]] pokazuje, iż przybliżenie dynamiki galaktyk spiralnych w modelu płaskiego dysku zyskuje możliwość dodatkowej weryfikacji. Obserwowane natomiast wartości prędkości rotacji poza płaszczyznę dysku tak jak przedstawiono to na rys. 4.2 dają możliwość dokładniejszego opisanie dynamiki galaktyki. Obserwacje zmian prędkości rotacji materii barionowej poza płaszczyznę dysku w galaktykach spiralnych dobrą zgodność dopasowaniem zmian prędkości rotacji z wzrostem odległości od płaszczyzny dysku zgodne z zależnością liniową od  $z$  (4.1):

$$v_{\varphi}(r, z) = v_{\varphi}(r, 0) + \gamma |z| + \delta z \quad (4.1)$$

Rozważmy teraz dowolną funkcję osiowo symetryczną  $f(r, z)$ . Dla  $z \neq 0$  można bez straty ogólności zapisać  $f(r, z)$  jako:

$$f(r, z) = f(r, 0) + \Gamma(r, z) |z| + \Delta(r, z)z \quad (4.2)$$



Rysunek 4.1: Radio mapa galaktyki NGC 891

gdzie

$$\Gamma(r, z) = \frac{f(r, |z|) + f(r, -|z|) - 2f(r, 0)}{2|z|}, \quad \Delta(r, z) = \frac{f(r, |z|) - f(r, -|z|)}{2|z|}.$$

Rozważmy zamiast  $f(r, z) = v_\varphi(r, z)$ . Jeśli przyjmemy, że  $v_\varphi(r, z)$  jest niemal osiowo symetryczne to wartość  $f(r, |z|) - f(r, -|z|)$  jest mała w porównaniu z wartością  $f(r, |z|) + f(r, -|z|) \approx 2f(r, z)$ . Korzystając z twierdzenia Lagrange'a o wartości średniej:

$$\Gamma \approx \frac{f(r, z) - f(r, 0)}{|z|} = f_{,\zeta}(r, \zeta)|_{\zeta=hz \operatorname{sgn}(z)} \quad (4.3)$$

,gdzie  $0 < h < 1$  and  $\Delta \approx 0$ . Dodatkowo przyjmując za równaniem 4.1, iż  $v_\varphi(r, z)$  zmienia się niemal linowo wraz ze wzrostem odległości od płaszczyzny dysku  $z = 0$  oraz nie zmienia się znacząco z  $r$ , wtedy  $\Gamma \approx \gamma$ , co daje pierwsze przybliżenie modelu dyskowego ponad lub poniżej płaszczyzny dysku:

$$v_\varphi(r, z) \approx v_\varphi(r, 0) + \gamma |z| \quad (4.4)$$

Ukazuje to, iż z dokładnością do pierwszej rzędu względem  $z$  przybliżenia modelu osiowo symetrycznego  $\gamma$  jest wartością stałej zmiany prędkości rotacji wraz ze wzrostem  $z$ . Z pierwszym rzędem względem  $z$  można równocześnie uwzględnić poprawki niesymetryczne względem płaszczyzny rotacji przyjmując  $\Delta \approx \delta$ . Daje

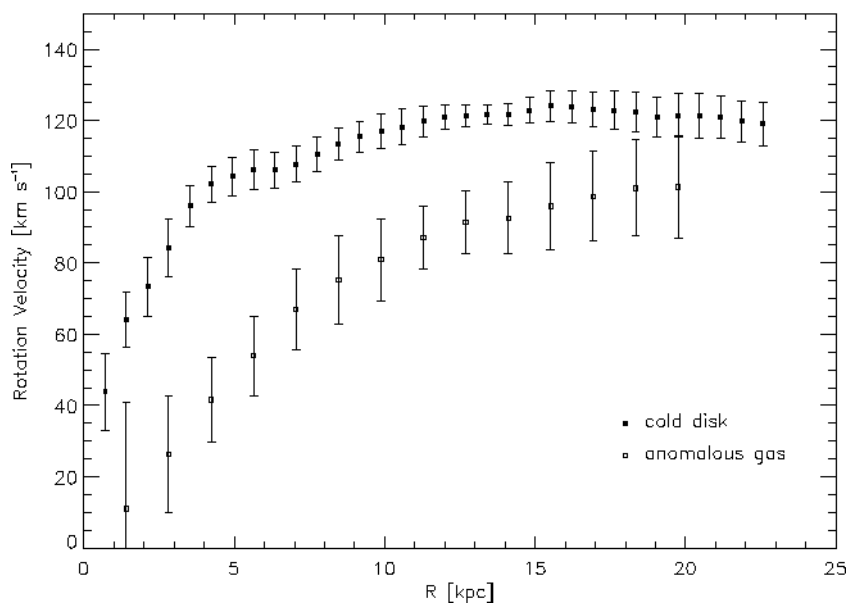
nam to ostatecznie:

$$v_\varphi(r, z) = v_\varphi(r, 0) + \gamma |z| + \delta z \approx v_\varphi(r, 0) + \Gamma |z| + \Delta z \quad (4.5)$$

Na podstawie powyższych rozważań widać, iż naturalne rozwinięcie modelu dyskowego odtwarza w sposób naturalny empiryczne równanie 4.1 dopasowane do wartości obserwacyjnych w sposób fenomenologiczny. Daje to wystarczającą motywację do rozważania obserwowanych wartości azymutalnego gradientu prędkości rotacji w galaktykach spiralnych jako dobrego testu stosowalności modelu osiowo symetrycznego w dynamice galaktyk spiralnych.

## 4.2 Model skończonego dysku

Istotnym parametrem pozwalającym mierzyć dynamikę dysku rotującego dla różnych wartości wysokości nad dyskiem  $z$  jest wertykalny gradient prędkości rotacji dysku  $\gamma(r, z) \simeq \partial_z v_\varphi(r, z)$ . Przykładem takiego gradientu prędkości jest galaktyka NGC 4559 mierzona przez Barbieri et al. [2].



Rysunek 4.2: Pomiary prędkości rotacji dysku galaktyki NGC 4559 w dla płaszczyzny galaktyki  $z=0$  - cold disk i  $z=3,24$  - anomalous gas (przyjmując odległość 8,519 Mpc na podstawie [10])

Zauważmy, że dla galaktyki NGC 4559 mamy do czynienia ze spadkiem prędkości rotacji wraz z oddalaniem się od płaszczyzny dysku.

Korzystając z modelu dyskowego przedstawionego w rozdziale 3 można wyznaczyć powierzchniowy rozkład materii w dysku galaktyki na podstawie równania

(2.5), siłę wertykalną działającą na gwiazdę w dysku galaktyki można przybliżyć za pomocą równania (4.6):

$$\frac{v_\varphi^2(r, z)}{r} \approx -g_r(r, z), \quad (4.6)$$

gdzie  $g_r(r, z)$  jest radialną składową przyśpieszenia grawitacyjnego działającego na gwiazdę. Rozwiązaniem tego przybliżenia dla równania Laplace'a (2.1) jest:

$$\frac{v_\varphi^2(r, z)}{r} = G \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{(r - \chi \cos \varphi) \sigma(\chi) \chi d\chi d\varphi}{(r^2 + \chi^2 - 2r\chi \cos \varphi + z^2)^{3/2}} \quad (4.7)$$

Różniczkując rozwiązanie (4.7) po kącie  $\varphi$  otrzymujemy zależność:

$$v_\varphi^2(r, z) = \int_0^\infty \frac{2G\sigma(\chi) \chi d\chi}{\sqrt{(r - \chi)^2 + z^2}} K[X] - \frac{\chi^2 - r^2 + z^2}{(r + \chi)^2 + z^2} E[X] \quad (4.8)$$

$$X = -\sqrt{\frac{4r\chi}{(r - \chi)^2 + z^2}} < 0.$$

Korzystając z zależności (4.8) oraz znanej wartości gęstości powierzchniowej  $\sigma(r)$  można wyznaczyć wartość azymutalnej prędkości rotacji  $v_\varphi^2(r, z)$ .

Należy zauważyć, że znaleźć można wartość  $v_\varphi^2(r, z)$  bez pośredniego kroku wymagającego wyznaczenie  $\sigma(r)$ . Na podstawie Bratek et al. [20] należy najpierw wyznaczyć:

$$K(r, z; \chi) = \int_0^\infty \lambda J_1(\lambda\chi) J_1(\lambda r) \exp(-\lambda|z|) d\lambda, \quad \chi, r > 0 \quad (4.9)$$

A następnie korzystając z zależności (A1) i (A5) Bratek et al. [20] znaleźć można zależność:

$$v_\varphi^2(r, z) = r \int_0^\infty K(r, z; \chi) v_\sigma^2(\chi) d\chi \quad (4.10)$$

Różniczkując równanie [4.8] względem  $z$  można wyznaczyć wartość gradientu prędkości rotacji analitycznie:

$$\partial_z v_\varphi(r, z) = \frac{Gz}{v_\varphi(r, z)} \int_0^\infty \frac{\chi \sigma(\chi) d\chi}{(z^2 + (r - \chi)^2)^{\frac{3}{2}}} \times \dots \quad (4.11)$$

$$\left( \frac{7r^4 + 6r^2(z^2 - \chi^2) - (z^2 + \chi^2)^2}{(z^2 + (r + \chi)^2)^2} E \left[ -\sqrt{\frac{4r\chi}{(r - \chi)^2 + z^2}} \right] + \dots \right)$$

$$\dots + \frac{-r^2 + z^2 + \chi^2}{z^2 + (r + \chi)^2} K \left( -\sqrt{\frac{4r\chi}{(r - \chi)^2 + z^2}} \right).$$

Oczywiście warunek (4.6), a przez to równania (4.8), (4.10) i (4.11), są spełnione tylko w sposób przybliżony. Rozważmy pierwszą całkę ruchu w modelu dyskowym w osiowej symetrii:

$$r^2(t)\varphi'(t) = j_z \quad (4.12)$$

gdzie  $j_z$  jest stałą całkowania charakteryzującą konkretną orbitę, dla której radialna część równania ruchu wygląda następująco:

$$r''(t) - r(t) (\varphi'(t))^2 = -\partial_r \Phi(r(t), z(t)) \quad (4.13)$$

Równanie 4.13 można rozumieć jako rzut prawdziwej orbity na płaszczyznę dysku i zapisać w formie:

$$\frac{r^2(\varphi) + 2r'(\varphi)^2 - r(\varphi)r''(\varphi)}{r^2(\varphi)} = -\frac{r(\varphi)g_r(r(\varphi), z(\varphi))}{v_\varphi^2(r(\varphi), z(\varphi))} \quad (4.14)$$

gdzie

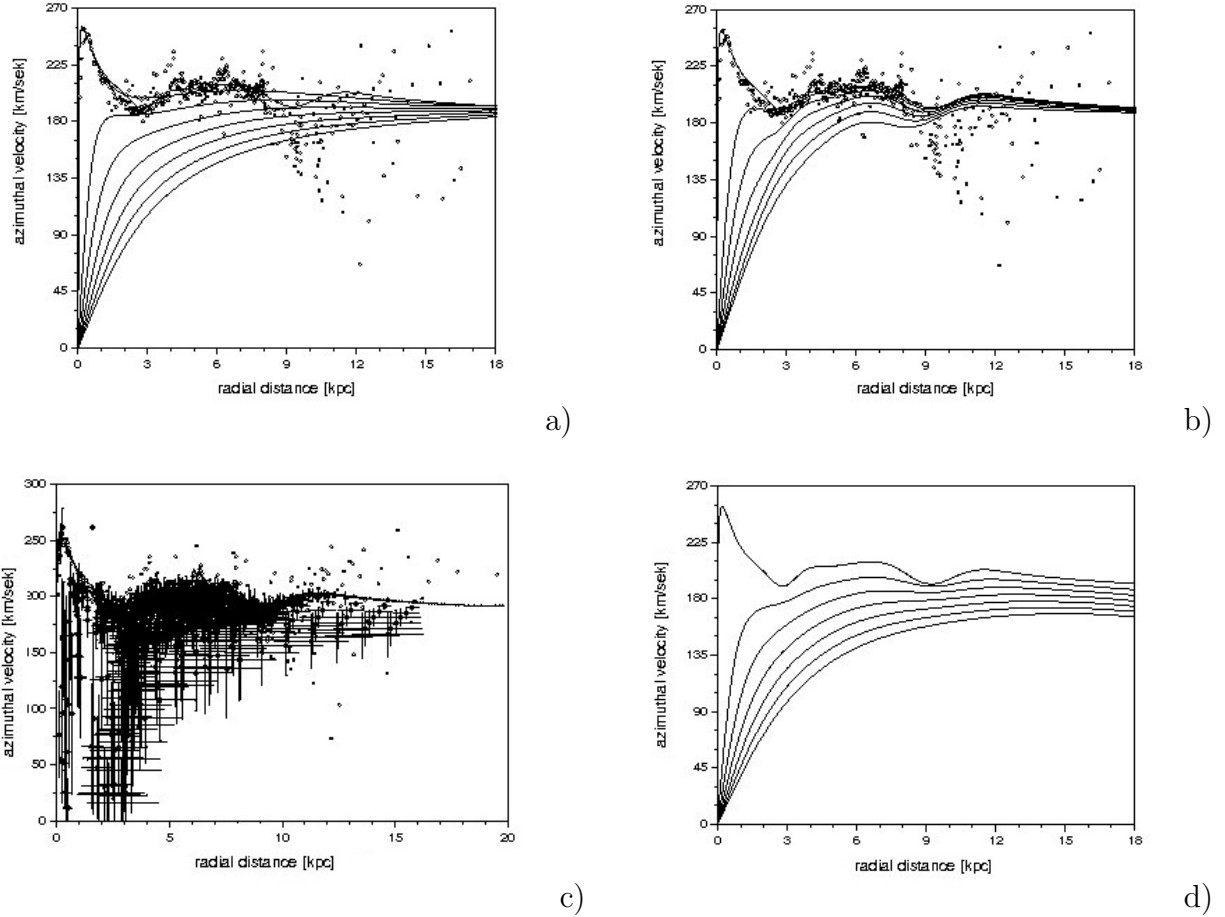
$$v_\varphi(r(\varphi), z(\varphi)) = r(\varphi)\varphi'(t(\varphi)) = j_z/r(\varphi) \quad (4.15)$$

i

$$g_r(r(\varphi), z(\varphi)) = -\partial_{r(\varphi)} \Phi(r(\varphi), z(\varphi)) \quad (4.16)$$

są przyśpieszeniami, jakie działają na ciało w ruchu po orbicie wokół centrum galaktyki. Można pokazać, że równanie (4.8) jest spełnione jeśli lewa strona równania (4.14) jest równa 1. Warunek ten spełniony jest jedynie wtedy, gdy rzut orbity na płaszczyznę dysku jest okręgiem  $r(\varphi) = \text{const.}$  lub spiralą hiperboliczną  $r(\varphi) = a(\varphi - \varphi_0)^{-1}$ . Oczywiście warunek ten może być w przybliżeniu spełniony, jeśli orbity ciał w dydku galaktyki poruszają się po orbitach kwasi-kołowych.

### 4.3 Przebadane obiekty i wyniki

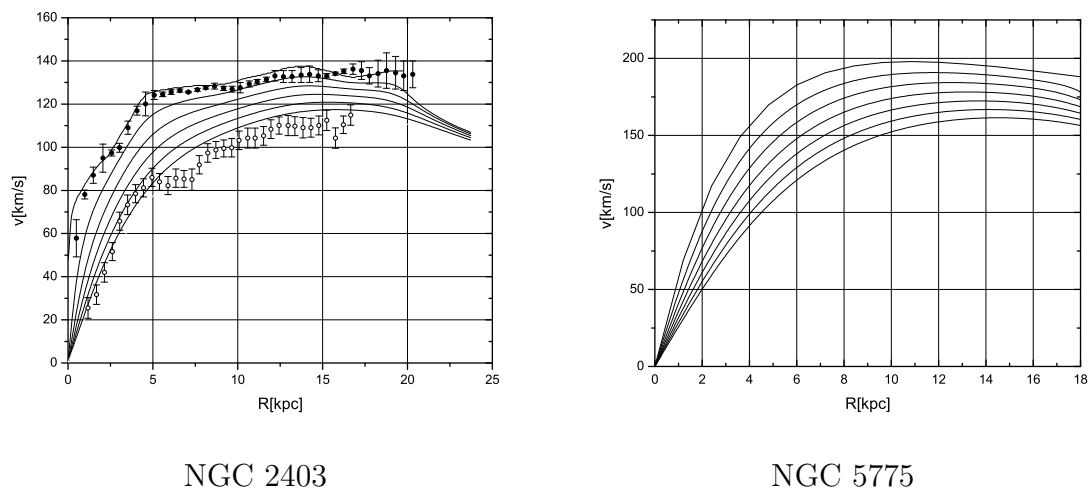


Rysunek 4.3: Rekonstrukcja wertykalnego gradientu prędkości dla galaktyki Drogi Mlecznej [22], odpowiednia na rysunku a) w modelu minimalnego halo (otwarte okręgi - punkty pomiarowe; linie - prędkości rotacji dla  $\Delta z = 0, 6 \text{ kpc}$ ), b) modelu maksymalnego halo (otwarte okręgi - punkty pomiarowe; linie - prędkości rotacji dla  $\Delta z = 0, 6 \text{ kpc}$ ), c) symulacji ruchu gwiazd w modelu dyskowym po orbitach kołowych (otwarte okręgi - punkty pomiarowe; punkty - uśrednione wartości symulacji), d) analitycznego modelu dyskowego (linie - prędkości rotacji dla  $\Delta z = 0, 6 \text{ kpc}$ ).

Na podstawie modelu skończonego dysku przebadano galaktyki NGC 2403, NGC 5775, NGC 891, NGC 4302, NGC 4559 oraz Drogę Mleczną. Dla wszystkich przebadanych obiektów otrzymano wertykalne gradienty prędkości pasujące w zakresie błędów pomiarowych do danych obserwacyjnych. Otrzymane wyniki zostały opublikowane w artykułach "Transverse gradients of azimuthal velocity in a global disk model of the Milky Way" [22] oraz "Vertical gradients of azimuthal velocity in a global thin disk model of spiral galaxies NGC 2403, NGC 4559, NGC 4302 and NGC 5775" [23]. Rysunek 4.3 prezentuje różnicę w rekonstrukcji wertykalnych gra-



dientów prędkości na przykładzie Drogi Mlecznej dla modelu klasycznego oraz modelu dyskowego. Jak można stwierdzić w modelu klasycznym obserwujemy dla minimalnego halo początkowy wzrost prędkości rotacji dla małych  $z \in 0, 0.6, 1.2kpc$  a następnie dla większych  $z$  spadek prędkości rotacji porównywalny z rekonstrukcją dla modelu dyskowego. Natomiast dla modelu klasycznego z maksymalnym halo obserwujemy stały spadek prędkości rotacji którego gradient jest zbyt mały by wyjaśnić wartości obserwowalne. W modelu dyskowym natomiast (rysunek 4.3 c i d) obserwujemy stały spadek wartości prędkości rotacji wraz ze wzrostem  $z$ , a gradient spadku prędkości rotacji odpowiada wartościom mierzonym. Uśrednione wartości gradientu prędkości rotacji dla modelu klasycznego i dyskowego znaleźć można w tabeli 4.1.



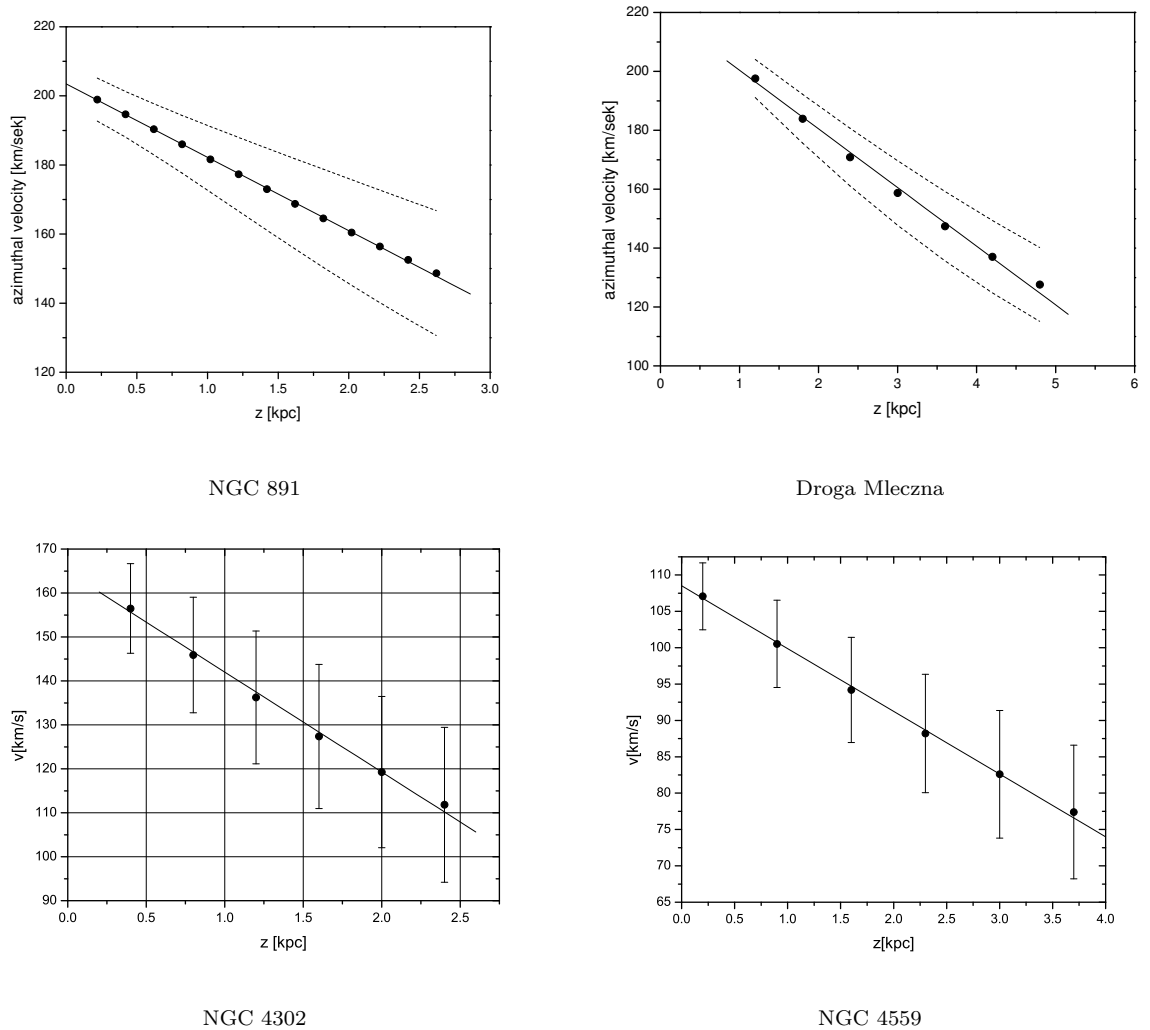
Rysunek 4.4: Wertykalny gradient prędkości dla galaktyk NGC 2403 i NGC 5775 [23]. Po lewej stronie: czarne punkty – krzywa rotacji NGC 2403 wraz z niepewnościami pomiarowymi, otwarte punkty – krzywa rotacji gazu dla  $z \approx 3kpc$  wraz z niepewnościami pomiarowymi [11], linie ciągłe – przewidywanie modelu dyskowego dla  $z = 0.6, 1.2, 1.8, 2.4, 3.0kpc$ . Po prawej stronie od góry linia ciągła mierzona krzywa rotacji dla galaktyki NGC 5775 [18], dalej rekonstruowane na podstawie modelu dyskowego krzywe rotacji dla  $z = 0.6, 1.2, 1.8, 2.4, 3.0, 3.6kpc$ .

Na rysunku 4.4 przedstawiono przykładowe zmiany wartości prędkości rotacji wraz z wzrostem wysokości poruszającego się gazu ponad płaszczyznę dysku  $z$  dla galaktyk NGC 2403 i NGC 5775. Otrzymane na podstawie zaproponowanego modelu gradienty prędkości rotacji dla tych galaktyk zgadzają się w zakresie niepewności z mierzonymi wartościami gradientów prędkości.

Dla galaktyk NGC 4302, NGC 5775 i NGC 891 wyznaczone zostały na podstawie modelu balistycznego wertykalne gradienty prędkości rotacji. Wynoszą one odpowiednio dla Drogi Mlecznej:  $-15 \pm 4 \frac{km}{skpc}$  [26], NGC 891:  $1 - 2 \frac{km}{skpc}$  [13, 14], NGC 4302:  $-4 \frac{km}{skpc}$  [14], NGC 5775  $1 \frac{km}{skpc}$  [14].

Na podstawie wyznaczonych wertykalnych gradientów prędkości które zebrano

w tabeli 4.1 można stwierdzić, że są one w granicach niepewności zgodne z wartościami zmierzonymi eksperymentalnie. Porównanie natomiast wartości gradientu prędkości rotacji z wyliczeniami na podstawie modelu balistycznego korzystającego z klasycznego podejścia do rekonstrukcji dynamiki galaktyk spiralnych dają wartości znacznie zaniżone. W przedstawionym podejściu do problemu rekonstrukcji



Rysunek 4.5: Wertykalny gradient prędkości dla galaktyk Drogi Mlecznej, NGC 891, NGC 4302, NGC 4559 [22]

cji wertykalnych gradientów prędkości rotacji galaktyk spiralnych podstawowym założeniem było korzystanie jedynie z rozkładu materii w dysku otrzymanego w modelu infinitezymalnie cienkiego dysku. Na podstawie zaprezentowanego modelu udało się zrekonstruować wertykalny gradient prędkości którego wartości są zbieżne z mierzonymi wielkościami. Podejście przedstawione w powyższym rozdziale po-

kazuje, iż motywacje zastosowania opisu dyskowego przedstawione w rozdziale 4.1 dają poprawne w granicach niepewności pomiarowych wartości teoretyczne. Ukazuje ono równocześnie, że rozszerzenia modelu dyskowego o składową azymutalną  $z$  nie tylko w prosty sposób odtwarza fenomenologiczne równania wykorzystywane przez obserwatorów (4.5), ale pozwala poprawnie opisać obserwowany fenomen dynamiki galaktyk spiralnych.

W prezentowanym podejściu uwidacznia się równocześnie problem rekonstrukcji dynamicznych własności galaktyk spiralnych w podejściu klasycznym. Wprawdzie dostępna duża przestrzeń parametrów dopasowania pozwala z dowolną dokładnością odtworzyć krzywą rotacji dysku, jednak duża ilość założeń dotyczących rozkładu masy w galaktyce spiralnej stanowi silne ograniczenie w rekonstrukcji innych dynamicznych obserwacji w galaktykach spiralnych. Podejście klasyczne nie odtwarza więc poprawnie rozważanego gradientu prędkości rotacji ze względu na użycie niewłaściwej symetrii w rozważaniach dynamicznych zachowania się gazu w dysku.

nazwa	Droga Mleczna		NGC 891	NGC 2403	NGC 4559	NGC 4302	NGC 5775
odległość [Mpc]			9,5	3,24	9,7	16,8	24,8
Masa [ $10^{10} M_{\odot}$ ]		11,2		5,22	4,82	5,05	9,65
Obserwowany gradient prędkości	wertykalny $[-\frac{km}{skpc}]$	-22 $\pm 6$ <sup>A</sup>	-17,5 $\pm 5,9$ <sup>B</sup>	-12 <sup>C</sup>	-10 <sup>D</sup>	-31 $\pm 19,8$ <sup>E</sup>	-8 $\pm 4$ <sup>E</sup>
Zakres obserwacji z	[kpc]	(0,22, 2,62) <sup>A</sup>	(1,2, 4,8) <sup>B</sup>	(0,4, 2,4) <sup>C</sup>	(0,2, 4) <sup>D</sup>	(0,4, 2,4) <sup>E</sup>	(1,2, 3,6) <sup>E</sup>
Zakres obserwacji r	[kpc]	(3, 8) <sup>A</sup>	(4,02, 7,03) <sup>B</sup>	(4,02, 7,03) <sup>C</sup>	(1,3, 19,7) <sup>D</sup>	(2,5, 6) <sup>E</sup>	(0, 12) <sup>E</sup>
Wyliczone wertykalny gradient prędkości	$[-\frac{km}{skpc}]$	-21,3 $\pm 4,2$	-19,9 $\pm 3$	-10 $\pm 4$	-7,2 $\pm 2,4$	-22,7 $\pm 8,4$	-12 $\pm 4,3$

Tabela 4.1: W tabeli zebrano wyniki dla przebadanych galaktyk metodą cienkiego dysku o skończonej grubości. W wierszach: odległość, obserwowany wertykalny gradient prędkości, zakres obserwacji z i zakres obserwacji r przedstawiono dane na podstawie obserwacyjne wykorzystane w dalszej analizie. W wierszach: masa, wyliczony gradient prędkości przedstawiono podsumowanie otrzymanych wyników na podstawie modelu dyskowego o skończonej grubości. Referencje do prac z których zaczerpnięto dane obserwacyjne: <sup>A</sup> – [26], <sup>B</sup> – [13, 14], <sup>C</sup> – [11], <sup>D</sup> – [1], <sup>E</sup> – [14].

# Rozdział 5

## Dyskusja otrzymanych wyników

Dla badanych galaktyk spiralnych zastosowano model dyskowy w celu wyjaśnienia istniejących obserwacji dynamicznych w szczególności krzywej rotacji oraz wertykalnego gradientu prędkości rotacji galaktyk spiralnych. Jak pokazują przedstawione w rozdziałach 3,4 galaktyki NGC 891, NGC 2403, NGC 4559, Droga Mleczna, istnieje możliwość zrekonstruowania zarówno krzywej rotacji, gęstości powierzchniowej dysku galaktyki gładko zszytej z mierzonymi wartościami rozkładu gazu w galaktyce jak i wertykalnego rozkładu prędkości rotacji. Wszystkie te wielkości w granicy niepewności pomiarowej zgadzają się z danymi obserwacyjnymi.

W przypadku galaktyk NGC 4302 i NGC 5775 nie ma dostępnych danych powierzchniowego rozkładu gęstości gazu w dysku. Uniemożliwia to zastosowanie modelu infinitezimalnego dysku prezentowanego w rozdziale 3. Nie stanowi to jednak przeciwwskazań w zastosowaniu modelu dyskowego do zrekonstruowania wertykalnego gradientu prędkości. Na podstawie tak zrekonstruowanych wielkości można wyznaczyć masę całkowitą mierzonych galaktyk (patrz tab. 4.1). Z powodu jednak niemożności oszacowania ilości niepromieniującej materii barionowej w omawianych galaktykach wyznaczanie stosunku masa-jasność wydaje się nieuzasadnione. Wyznaczanie stosunku masa jasność bez możliwości uwzględnienia gazu może dla badanych obiektów prowadzić do zawyżenia wartości masa-jasność, jak to obserwujemy, np. dla galaktyk UGC 6446, NGC 4559, NGC 6946 jak to przedstawiono w tabeli A.1. Wartość masa-jasność dla galaktyk NGC 4302 i NGC 5775 nie niesie więc obecnie żadnych istotnych informacji gdyż dopóki nie znana będzie ilość gazu w tych obiektach nie da ona istotnej odpowiedzi na pytanie czy dla obiektów tych można mówić o konieczności istnienia halo ciemnej materii. Na podstawie przeprowadzonych do tej pory badań nie ma konieczności wprowadzania ciemnej materii dla galaktyk NGC 4302 i NGC 5775 w mierzonym zakresie gdyż dostępne dynamiczne dane obserwacyjne można wyjaśnić przy pomocy modelu dyskowego o skończonej grubości.

Dla galaktyk NGC 1365, NGC 4736, NGC 6946, NGC 7793 i UGC 6446 dostępne są natomiast jedynie dane pozwalające zrekonstruować krzywą rotacji. Nie ma możliwości zweryfikowania otrzymanych w ten sposób wyników przy wykorzystaniu wertykalnego gradientu prędkości. Jakkolwiek dla omawianych obiektów nie istnieje możliwość zweryfikowania otrzymanych wyników za pomocą innych dynamicznych danych obserwacyjnych należy stwierdzić, iż mierzone wartości masa-jasność nie są wartościami dużymi i można je wyjaśnić przy pomocy obecnie dostępnych modeli ewolucji populacji gwiazd w galaktykach spiralnych. Dla galaktyk UGC 6446, NGC 6496, NGC 4559 widoczny jest wyraźny spadek wartości stosunku masa- jasność po uwzględnieniu niepromenujących składowych pochodzenia barionowego w bilansie masy tych obiektów.

Jak zauważono już wcześniej dla galaktyki Drogi Mlecznej istnieje możliwość zrekonstruowania na podstawie danych obserwacyjnych zarówno krzywej rotacji jak i wertykalnego gradientu prędkości korzystając z danych pomiarowych zarówno gęstości gazu w dysku jak i rotacji gwiazd i gazu powyżej dysku, dającej dobre pomiary wertykalnego gradientu prędkości. Ze względu jednak na prowadzenie pomiarów z wewnątrz Galaktyki nie istnieje możliwość pomiaru jasności całkowitej ani radialnego rozkładu jasności dysku dla Drogi Mlecznej. Powoduje to niemożliwość wyznaczenia stosunku masa-jasność dla Drogi Mlecznej i analizy czy w badanej Galaktyce występuje konieczność wprowadzenia halo ciemnej materii dla mierzonych odległości od centrum. Na podstawie jednak testu sferyczności oraz zadowalającej rekonstrukcji pomiarów dynamicznych przy wykorzystaniu modelu dyskowego można przyjąć, że jakkolwiek nie da się ostatecznie zweryfikować hipotezy o istnieniu halo ciemnej materii w Drodze Mlecznej, halo takie z pewnością nie odgrywa istotnej roli w dynamice Galaktyki dla promieni dla których znana jest krzywa rotacji.

Ważne jest zauważenie, iż przedstawiony w dodatku A klasyczny model zawiera a priori założenie, że galaktyka spiralna jest układem sferycznie symetrycznym, gęstość materii w dysku jest proporcjonalna do zmiany jasności dysku i tak jak jasność spada eksponencjalnie z promieniem. Należy uznać, że te założenia są podstawowym ograniczeniem przedstawionego modelu klasycznego. Wprawdzie da się przy pomocy tego modelu opisać dynamikę galaktyk spiralnych jednak wymaga to dodatkowego założenia o istnieniu halo ciemnej materii. Ten dodatkowy komponent daje swobodę dopasowania do modelu parametrów halo związanych jedynie z danymi dynamicznymi i to jedynie w sposób pośredni. Na podstawie prowadzonych badań można stwierdzić, iż zastosowanie modelu klasycznego daje wprawdzie możliwość zrekonstruowania krzywej rotacji jednak prowadzi to do błędnej rekonstrukcji wertykalnego gradientu prędkości jak to przedstawiano w rozdziale 4 tab. 4.1.

Sami twórcy podejścia klasycznego, zakładającego a priori istnienie halo ciem-

nej zimnej materii pisali: "One of the striking conclusion from this models is that the relative contribution of the disk and the halo to the interior mass and circular speed at  $R_0$  are very uncertian. ... This degenarecy between the disk and halo parameters has to be resolved by bringing other observation or dynamical argument to bear," (Jednym z uderzających wniosków tego modelu jest to, iż względny udział składowej dyskowej i halo w masie i prędkości gwiazd w odległości  $R_0$  od centrum jest bardzo niepewne. ... Ta degeneracja pomiędzy parametrami dysku i halo musi być rozwiązana przez dostarczenie nowe obserwacje lub modeli dynamicznych - tłumaczenie Autor) [str. 116 Binney et. al "Galactic Dymanics" [19]]. Prezentowane w rozdziałach 3, 4 wyniki pokazują, iż używanie modelu dyskowego wydaje się być takim nowym modelem dynamicznym który daje wyniki zgodne z obserwacjami mierzonych wartości prędkości rotacji i mierzonego rozkładu gazu powierzchniowego nie stojących w sprzeczności z istniejącymi modelami ewolucji gwiazd w galaktykach spiralnych co prezentuje wartości globalnego współczynnika masa-jasność prezentowana w tab. 3.1. Równocześnie model dyskowy daje się prosto zastosować do wyjaśnienia nowych dynamicznych danych obserwacyjnych wertykalnego gradientu prędkości, a nawet do wyjaśniania pomiarów gradientów prędkości dla przypadków w których nie da się bezpośrednio zastosować modelu cienkiego dysku.

# Rozdział 6

## Podsumowanie i wnioski

W niniejszej pracy korzystając z pomiarów dynamicznych własności dysków galaktyk spiralnych oraz bezpośrednich pomiarów gęstości gazu w dyskach galaktyk, przy wykorzystaniu modelu dyskowego galaktyk spiralnych znaleziono rozkłady gęstości dla 11 galaktyk spiralnych. Otrzymane wielkości w modelu infinytymalnego dysku z wystarczającą dokładnością wyjaśniają obserwowane krzywe rotacji dla badanych galaktyk.

Korzystając z dostępnych danych obserwacyjnych można stwierdzić, iż nie istnieje bezpośrednia potrzeba wprowadzania ciemnej zimnej materii w celu wyjaśnienia dynamiki badanych galaktyk. W opinii autora podejście do problemu dynamiki galaktyk spiralnych prezentowane w tej pracy czyni zadość warunkom programu badania dynamiki galaktyk zakreślonego przez Binney et. al "Galactic Dynamics" [str. 116 [19]]: "Jedną z porażających konkluzji tego modelu jest to, iż względny udział składowej dyskowej i halo w masie i prędkości gwiazd w odległości  $R_0$  od centrum jest bardzo niepewne. ... Ta degeneracja pomiędzy parametrami dysku i halo musi być rozwiązana przez dostarczenie nowe obserwacje lub modeli dynamicznych, ... Na podstawie prowadzonych badań można stwierdzić bezpośrednio, iż zastosowanie modelu dyskowego w badaniu dynamiki galaktyk zarówno wymaga dostarczenia nowych danych obserwacyjnych - pomiar gęstości pyłu i gazu w dysku, jak i nowego modelu dynamicznego - modelu dyskowego uzgodnionego z mierzonymi gęstościami dysku przy pomocy metody iteracyjnej.

Przedstawiono także w powyższej pracy rozszerzenie modelu infinytymalnego dysku w celu opisanie rotacji materii w galaktyce powyżej i poniżej płaszczyzny dysku. W analizowanym modelu zakładano, iż gęstość materii w galaktyce spiralnej opisywana jest w sposób przedstawiony w rozdziale 3. Podstawy takiego podejścia podano w rozdziale 4.2. Na podstawie tak zdefiniowanego modelu skończonego cienkiego dysku odtworzono gradient prędkości rotacji galaktyk spiralnych dla 6 galaktyk spiralnych. Otrzymane wyniki pozwalają odtworzyć nie tylko krzywą rotacji, ale także jej gradient wraz z rosnącą odległością od dysku



w zgodzie z danymi obserwacyjnymi. Należy tu zauważyć, iż możliwości takiej nie daje rekonstrukcja gradientu prędkości na podstawie rozkładu gęstości w galaktykach spiralnych otrzymana w podejściu klasycznym prezentowanym w rozdziale A. Prezentowane więc w rozdziale 4 wyniki dają podstawę do stwierdzenia, że model dyskowy prezentowany w powyższej pracy nie tyle daje wyniki równie dobre jak model klasyczny co pozwala wyjaśnić większą ilość zjawisk dynamicznych występujących w galaktykach spiralnych.

## Dodatek A

# Klasyczny model dynamiki galaktyki spiralnej.

W klasycznym podejściu do dynamiki galaktyk spiralnych prześledzimy metodologię analizy krzywej jasności i krzywej rotacji w galaktykach spiralnych przyjmując założenie, iż są one zdominowane przez ciemną zimną niebarionową materię. Na wstępie przyjmuje się, iż galaktyki spiralne rozpatrywane będą w uproszczonym modelu, w którym założyć można, że galaktyka spiralna jest sferycznie symetrycznym obiektem zdominowanym przez grawitację Newtonowską, zbudowanym z następujących komponentów: dysku, zgrubienia centralnego, halo ciemnej materii.

Zakłada się dodatkowo, że każdy z komponentów, z wyjątkiem hala ciemnej zimnej materii posiada niezależny od miejsca współczynnik masa-jasność  $\Upsilon_i$ <sup>1</sup>

Model ograniczony jest przez dopasowanie do tak postulowanego modelu następującego zestawu danych obserwacyjnych - w prezentowanym przez nas przykładzie ograniczymy się do przypadku Drogi Mlecznej, gdyż dla niej dostępne jest najwięcej danych obserwacyjnych:

- krzywą rotacji  $v_c(R)$
- stałe Oorta
- lokalną gęstość powierzchniową w okolicach Słońca  $\Sigma_{1,1}(R_0)$ <sup>2</sup>
- dyspersję prędkości w przedziale Baade'ego
- całkowitą masę Galaktyki w odległości 100 kpc od centrum

---

<sup>1</sup> $i$  – oznacza tu skrót bądź numer odpowiadający konkretnemu komponentowi galaktyki

<sup>2</sup> $\Sigma_{1,1}$  – oznacza, iż można znaleźć gęstość lokalną gęstość powierzchniową galaktyki rozpatrując obszar 1,1 kpc wokół Słońca. Dla galaktyk innych niż Droga Mleczna przyjmuje się, iż w odległości  $R_0$  od centrum Galaktyki, dla której nie obserwujemy krzywej blasku gęstość materii barionowej wynosi  $0 \frac{M_\odot}{pc^2}$ .

- odległość Słońca od centrum Galaktyki –  $R_0 \equiv 8kpc$

Rozważmy kolejno składowe z których zbudowany jest model Galaktyki.

## A.1 Zgrubienie centralne

Zakłada się, że zgrubienie centralne opisane jest dwukomponentowym modelem sferycznym którego gęstość wyraża się wzorem:

$$\rho_b(R, z) = \rho_{b0} \left( \frac{m}{a_b} \right)^{-\alpha_b} e^{-m^2/r_b^2} \quad (\text{A.1})$$

gdzie  $m$ :

$$m = \sqrt{R^2 + z^2/q_b^2} \quad (\text{A.2})$$

Dla  $q_b < 1$  jest to spłaszczony, sferoidalny obiekt którego gęstość spada wykładniczo i ograniczona jest do promienia  $r_b$ . Potencjał takiego rozkładu gęstości wylicza się z równania:

$$\Phi(R, z) = -2\pi G \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} \left( \psi(\infty) \sin^{-1} e - \frac{a_0 e}{2} \int_0^\infty \frac{\psi(m)}{(\tau + a_0^2) \sqrt{\tau + c_0^2}} d\tau \right) \quad (\text{A.3})$$

gdzie:

$$e = \sqrt{1 - q_b^2} \quad (\text{A.4})$$

$$\psi(m) = \rho_{b0} \int_0^m \left( \frac{m}{a_b} \right)^{-\alpha_b} e^{-m^2/r_b^2} dm^2 \quad (\text{A.5})$$

Obserwacje w bliskiej podczerwieni wskazują [19], że dla Drogi Mlecznej trzy parametry w tym równaniu mają wartość  $\alpha_b = 1.8$ ,  $\rho_{b0} = 0.6$ ,  $r_b = 1.9kpc$  i że bez straty ogólności rozwiązania możemy przyjąć  $a_b = 1$ .

## A.2 Halo ciemnej materii

W celu rekonstrukcji rozkładu gęstości ciemnego zimnego halo model dwukomponentowy sferyczny z rozdziału A.1 modyfikuje się do postaci modelu wykładniczego spłaszczone halo, poprzez rozwinięcie równania A.1 w szereg. Można pokazać [19], że profil gęstości tego składnika galaktyki spiralnej przyjmuje postać:

$$\rho_h(R, z) = \rho_{h0} \left( \frac{m}{a_h} \right)^{-\alpha_h} \left( 1 + \frac{m}{a_h} \right)^{\alpha_h - \beta_h} \quad (\text{A.6})$$

wartość  $m$  zdefiniowana jest analogicznie jak w równaniu A.1 gdzie odpowiednie składowe z indeksem  $b$  należy zastąpić indeksem  $h$ . Potencjał w tym równaniu może być wyliczony analogicznie jak we wzorze A.3.

Obserwacje nie dają żadnych przesłanek do wyznaczenia wartości współczynników  $\rho_{h0}, a_h, \alpha_h, \beta_h, q_h$ . Wielkości te mogą więc być tylko wyznaczone z dopasowania do danych dynamicznych.

Na podstawie danych użytych przez Binney & Tremaine [19] wyciąga wniosek, iż zmiana wartości  $q_h$  ma mały wpływ na jakość dopasowania dlatego przyjmują jej wartość dla Drogi Mlecznej jako stałą wynoszącą  $q_h = 0.8$ .

## A.3 Dysk

W tym miejscu należy zaznaczyć, iż w klasycznym podejściu dysk galaktyki dzielony jest na dwa subsystemy tak zwany cienki dysk – zbudowany głównie z gwiazd, który rozciąga się do wysokości około  $1kpc$  od płaszczyzny galaktyki i gruby dysk – zbudowany głównie z materii międzygwiazdowej (ISM) rozciągający się znacznie dalej do odległości kiloparseków od płaszczyzny galaktyki [19].

### A.3.1 Cienki dysk

Przyjmuje się, że gęstość materii w dysku galaktyki spada eksponencjalnie z promieniem  $R$ , natomiast zmianę gęstości wraz z odległością od płaszczyzny dysku opisać można jako sumę dwóch eksponent. Matematycznie zależność gęstości dysku można opisać równaniem:

$$\rho_d(R, z) = \Sigma_d e^{-R/R_d} \left( \frac{\alpha_0}{2z_0} e^{|z|/z_0} + \frac{\alpha_1}{2z_1} e^{|z|/z_1} \right) \quad (A.7)$$

gdzie  $\alpha_0 + \alpha_1 = 1$ ,  $\Sigma_d$  jest centralną gęstością powierzchniową, a  $R_d$  jest skalą długości dysku. Autorzy przyjmują  $z_0 = 0.3kpc$  i  $z_1 = 1kpc$  jako składowe dwóch populacji gwiazd. Potencjał grawitacyjny dysku dany jest równaniem:

$$\begin{aligned} \Phi(R, z)_d &= -\frac{4G\Sigma_0}{R_d} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\alpha_0}{2z_0} e^{|z'|/z_0} + \frac{\alpha_1}{2z_1} e^{|z'|/z_1} \right) dz' \dots \\ &\dots \int_0^{\infty} \sin^{-1} \left( \frac{2a}{\sqrt{+} + \sqrt{-}} \right) a K_0(a/r_d) \end{aligned} \quad (A.8)$$

,gdzie  $\sqrt{\pm} \equiv \sqrt{(z - z')^2 + (a \pm R)^2}$ , a  $K_0(x)$  jest funkcją Bessla drugiego rodzaju zdefiniowaną zgodnie z Binney & Tremaine [19, Appendix:C7 s.790] .

### A.3.2 Gruby dysk

Dysk utworzony przez gaz jest zdecydowanie grubszym dyskiem sięgającym dalej od płaszczyzny galaktyki, jak i bardziej rozległym radialnie. W przypadku Drogi Mlecznej występuje "dziura" w odległości ok.  $4kpc$  od centrum Galaktyki. Obserwacja ta można dobrze opisać przyjmując rozkład gęstości grubego dysku:

$$\rho_g(R, z) = \frac{\Sigma_g}{2z_g} \exp\left(-\frac{R}{R_g} - \frac{R_m}{R} - \frac{|z|}{z_g}\right) \quad (\text{A.9})$$

gdzie  $R_m = 4kpc$  i  $z_g = 80pc$  natomiast parametry  $\Sigma_g$  i  $R_g$  powiązane są z równaniem A.7 poprzez założenie że  $R_g = 2R_d$  natomiast  $\Sigma_g$  odpowiada za 25% całkowitej gęstości powierzchniowej w odległości  $R_0$  od centrum Galaktyki.

Potencjał opasywany przez równanie A.9 można wyznaczyć z zależności:

$$\Phi(R, z)_g = -2\sqrt{2}G \int_0^\infty \frac{[(a+R)/\sqrt{+}] - [(a-R)/\sqrt{-}]}{\sqrt{R^2 - z^2 - a^2 + \sqrt{+}\sqrt{-}}} \times \int_0^\infty \frac{R'\Sigma(R')}{\sqrt{R^2 - z^2}} \quad (\text{A.10})$$

Jak widać z powyższych rozważań w modelu czterokomponentowym rozpatrywanym w rozdziałach A.1 do A.3 istnieje wolna przestrzeń pięciu parametrów ciemnego halo ( $\rho_{h0}, a_h, \alpha_h, \beta_h, q_h$ ), której nie można znaleźć bezpośrednio z obserwacji astronomicznych, natomiast musi ona zostać wyznaczona na podstawie obserwacji dynamicznych galaktyki, czyli dopasowania ich do obserwowanej krzywej rotacji. Jak można zauważyć istnieje szeroki zakres parametrów które dadzą się dopasować do obserwowanych danych. Autorzy zwracają uwagę, iż najbardziej znaczącym parametrem do wyznaczenia jest wartość  $R_d$ , w Binney & Tremaine [19, §1.1.2 s.11] można znaleźć oszacowanie tego parametru pomiędzy 2 a  $3kpc$  (jakkolwiek spotyka się w literaturze wartości mniejsze [39]). Jeśli wartość  $R_d$  jest bliższa niższej wartości dominującym składnikiem dla odległości rzędu odległości Słońca od centrum Galaktyki jest dysk, natomiast jeśli parametr ten jest bliższy górnej wartości tego oszacowania dominującym składnikiem w całym zakresie  $R$  jest halo ciemnej materii. Wyniki zastosowania tego modelu do dostępnych danych o których mowa na stronie 47 zaprezentowane są w tabeli A.1.

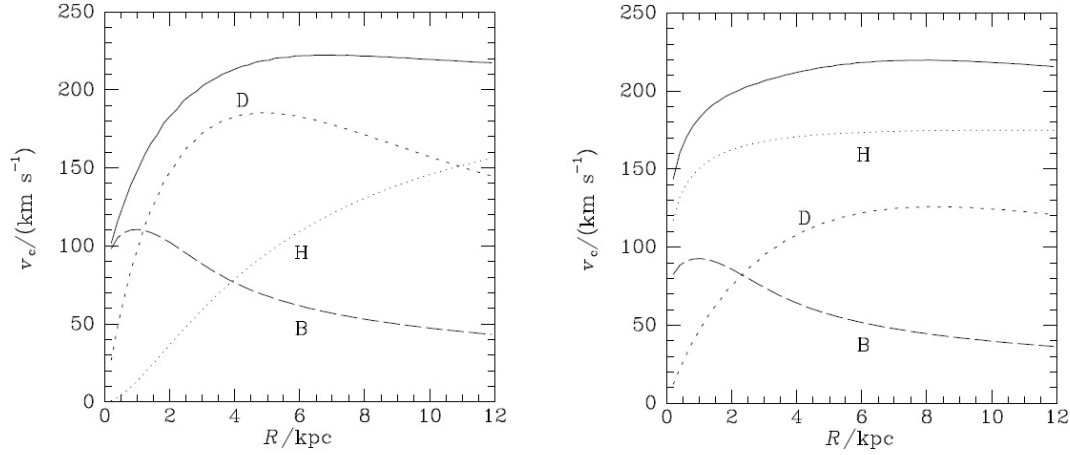
Na podstawie danych zebranych w tabeli A.1 widać, że różnica masy halo ciemnej materii w zależności od modelu nie różni się znacząco dla odległości  $100kpc$ . Wynika to z zastosowania warunków brzegowych, o których była mowa na str. 47.

Widoczne jest natomiast istotna zmiana w składowych zrekonstruowanej krzywej rotacji zaprezentowanej na rys. A.1. Należy zwrócić uwagę, że dowolność doboru warunków brzegowych dopasowania w klasycznym modelu daje możliwości, w których dynamikę rotacji można wyjaśnić odwołując się do dominującej roli halo ciemnej materii w całym dysku (Model II) jak i istotnego wpływu halo ciemnej materii jedynie na brzegach obserwowanego dysku (Model I).

Parametr	Model I	Model II
$R_d/kpc$	2	3.2
$(\Sigma_d + \Sigma_g)/M_{\odot}pc^{-2}$	1905	536
$\rho_{b0}/M_{\odot}pc^{-3}$	0.427	0.3
$\rho_{h0}/M_{\odot}pc^{-3}$	0.711	0.266
$\alpha_h$	-2	1.63
$\beta_h$	2.96	2.17
$a_h/kpc$	3.83	1.9
$M_d/10^{10}M_{\odot}$	5.13	4.16
$M_b/10^{10}M_{\odot}$	0.518	0.364
$M_{h,<10kpc}/10^{10}M_{\odot}$	2.81	5.23
$M_{h,<100kpc}/10^{10}M_{\odot}$	60	55.9
$v_e(R_0)/kms^{-1}$	520	494
$f_b$	0.05	0.04
$f_d$	0.60	0.33
$f_h$	0.35	0.63

Tabela A.1: W obu modelach Binney & Tremaine [19] przyjmuje że  $0.75\Sigma(R_0)$  gęstości powierzchniowej w odległości Słońca odpowiedzialne są gwiazdy, z czego  $0.05\Sigma(R_0)$  to gwiazdy w grubym dysku natomiast gaz i pył odpowiadają za  $0.25\Sigma(R_0)$  gęstości powierzchniowej. Cienki i gruby dysk mają ten samą skalę długości  $R_d$ , natomiast dysk gazowy ma skalę długości dwa razy większą i dziurę w odległości  $4kpc$  od centrum galaktyki. Grubości dysków wynoszą odpowiednio:  $z_0 = 300pc$ ,  $z_1 = 1kpc$ ,  $z_g = 80pc$ . W obu modelach parametry zgrubienia centralnego wynoszą  $a_b = 1kpc$ ,  $\alpha_b = 1.8$ ,  $r_b = 1kpc$ ,  $q_b = 0.6$ , natomiast dla halo ciemnej materii parametr  $q_h$  przyjmuje wartość 0.8. Wielkość  $v_e(R_0)$  jest prędkością ucieczki dla obiektów położonych w okolicach Słońca. Natomiast wielkości  $f_b, f_d, f_h$  to odpowiednio części siły jaka oddziałuje na obiekty znajdujące się w okolicach Słońca ,którą dla obu modeli przyjęto  $R_0 = 8kpc$ .

Zmiany widoczne w masie dysku Galaktyki należy raczej przypisać pewnej ”dowolności”, w doborze parametrów wyjściowych w dopasowaniu modelu do danych obserwacyjnych. Zaczynając dopasowywanie danych do czterokomponentowego modelu można otrzymać równie dobre dopasowanie dla różnych parametrów. Problem tej degeneracji modelu został dostrzeżony także przez Binney & Tremaine [19]. Autor proponuje rozwiązanie tego problemu poprzez uwzględnienie dodatkowych danych obserwacyjnych czyli zastąpienie modelu w którym rozważamy nie zgrubienie centralne w Galaktyce, lecz poprzeczki (bar). Jakkolwiek wprowadzenie tego dodatkowego zestawu danych może usunąć degenerację dopasowania w przypadku naszej Galaktyki nie daje się tej metody łatwo zastosować do innych galaktyk spiralnych w których nie jest obserwowana poprzeczka lub co gorsza nie dało się wyraźnie wyróżnić zgrubienia centralnego. Warto w tym miejscu zaznaczyć, iż proponowany jako klasyczny model opisujący dynamikę galaktyki spiralnej wydaje się być zbyt ”bogaty”, jak na dostępne dane. Dowolność w dopasowaniu danych obserwacyjnych w dużej mierze wynika z wprowadzenia do modelu a priori



Rysunek A.1: Ciągła krzywa przedstawia rekonstrukcję krzywej rotacji Galaktyki. Składowe odpowiadające za konkretne składowe opisane są przy pomocy litej, odpowiednio: H - halo ciemnej materii, D - dysk (wszystkie składowe dysku - cienki dysk, gruby dysk, dysk gazowy), B - zgrubienie centralne. Po lewej przedstawiono wyniki dla Modelu I, po prawej przedstawiono wyniki dla Modelu II.

halo ciemnej materii, które nie jest ograniczone żadnymi obserwacjami z wyjątkiem pośrednich danych dynamicznych.

Mimo tych niedogodności model dynamiki galaktyk spiralnych jest powszechnie uważany za klasyczne podejście przy rekonstrukcji takich obserwowanych wielkości dynamicznych w galaktykach spiralnych jak krzywa rotacji czy prędkości barionowych obiektów halo (gwiazdy, mgławice kuliste, galaktyki karłowate). Podejście klasyczne do problemu dynamiki galaktyk spiralnych można znaleźć u wielu autorów, np. Sofue & Tremaine [41], Gentile et. al [12], Marc et. al [38], Walter & Binney [8]. Należy jednak zaznaczyć, iż w swych pracach współcześnie autorzy zazwyczaj nie posługują się ogólnym wyrażeniem na gęstość ciemnej materii wyrażonym wzorem A.6, ale jego szczególną formą zwaną modelem NFW [Navarro, Frenk, White: 30] gdzie parametry  $\alpha_h$  i  $\beta_h$  przyjmują odpowiednio wartości 1 i 3. Dzięki temu założeniu halo ciemnej zimnej materii opisuje się zależnością:

$$\rho_h(R) = \rho_{h0} \left( \frac{m}{a_h} \right)^{-1} \left( 1 + \frac{m}{a_h} \right)^{-2} \quad (\text{A.11})$$

Zawęża to przestrzeń parametrów  $\rho_h, a_h, q_h$  do trzech wielkości, co znacznie ułatwia fitowanie do danych obserwacyjnych.

# Spis rysunków

- 1.1 Galaktyka Andromedy (M31) obraz: górna - gwiazdy i gaz, dół lewy - gwiazdy, dół prawy - gaz [<http://www.spitzer.caltech.edu>] . . . . . 5
- 2.1 Przykładowe profile gęstości powierzchniowej  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  - górny wykres; krzywe rotacji  $V_1, V_2, V_3$  - środkowy wykres; zrekonstruowane profile gęstości w modelu sferycznym dla dużych  $r$  - dolny wykres. Należy zwrócić szczególną uwagę na to, iż na podstawie stosunkowo podobnych profili gęstości w modelu dyskowym można otrzymać krzywe rotacji posiadające dowolny znak i gradient prędkości. . . . . 12
- 2.2 [35] Pomiary oraz dopasowanie krzywej rotacji dla M31 - górny wykres; rekonstrukcja gęstości masy  $\sigma(r)$  oraz  $M(r)$  dla M31 - środkowy i dolny wykres odpowiednio prawy, lewy. Należy zauważyć iż na podstawie modelu sferycznego otrzymujemy ujemne gęstości masy  $\sigma(r)$  dla różnych wartości  $r$  zarówno w wewnętrznych jak i zewnętrznych częściach dysku. . . . . 13
- 2.3 Pomiary krzywej rotacji M31 na podstawie danych [40] - górny wykres; powtórzona za [35] rekonstrukcja gęstości masy w dysku w modelu sferycznie symetrycznym - środkowy i dolny wykres odpowiednio dla całego zakresu  $r$  i dla  $r \in [16, 18](kpc)$  (niebieskie punkty oznaczają wartości  $r$  dla których znana jest prędkość rotacji). Przedstawione wykresy pokazują, że dla wartości  $r$  dla których mierzona jest prędkość rotacji rekonstrukcja gęstości daje wartości ujemne. Porównując to z rys. 2.2 należy stwierdzić, iż jakość i ilość dopasowywanych danych nie odgrywają znaczącej roli. Otrzymane ujemne wartości  $\rho(r)$  należy utożsamiać bezpośrednio zastosowanym modelem. . . . . 14



3.1	Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki NGC 4736. [21] Wiersz: a - mierzona krzywa rotacji (punkty) wraz z rekonstruowaną na podstawie modelu krzywą rotacji (linia ciągła), b - rozkład gęstości dysku galaktyki; linią ciągłą oznaczono zrekonstruowany rozkład materii na podstawie modelu, (otwarte koło) - mierzone wartości gęstości powierzchniowej HI + He, wartości mierzonej jasności powierzchniowej dysku oznaczone są punktami: (kwadratowymi) - V-zakres, (trójkątnymi) - I-zakres, (okrągłymi) - K-zakres; c- stosunki masa jasność w zależności od promienia dla dostępnych filtrów. . . . .	20
3.2	Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki NGC 1365. [21] Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1 . . . . .	21
3.3	Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki NGC 891. [21] Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1 . . . . .	22
3.4	Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki NGC 2403. [21] Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1 . . . . .	23
3.5	Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki NGC 4559. [21] Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1 . . . . .	24
3.6	Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki UGC 6446. [21] Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1 . . . . .	25
3.7	Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki NGC 7793. [21] Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1 . . . . .	26
3.8	Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla galaktyki NGC 6946. [21] Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1 . . . . .	27
3.9	Wyniki rekonstrukcji krzywych rotacji dla Drogi Mlecznej. [21] Oznaczenia analogiczne jak dla rysunku 3.1 . . . . .	28
4.1	Radio mapa galaktyki NGC 891 . . . . .	32
4.2	Pomiary prędkości rotacji dysku galaktyki NGC 4559 w dla płaszczyzny galaktyki $z=0$ - cold disk i $z=3,24$ - anomalous gas (przyjmując odległość 8,519 Mpc na podstawie [10]) . . . . .	33
4.3	Rekonstrukcja wertykalnego gradient prędkości dla galaktyki Drogi Mlecznej [22], odpowiednia na rysunku a) w modelu minimalnego halo (otwarte okręgi - punkty pomiarowe; linie - prędkości rotacji dla $\Delta z = 0,6kpc$ ), b) modelu maksymalnego halo (otwarte okręgi - punkty pomiarowe; linie - prędkości rotacji dla $\Delta z = 0,6kpc$ ), c) symulacji ruchu gwiazd w modelu dyskowym po orbitach kołowych (otwarte okręgi - punkty pomiarowe; punkty - uśrednione wartości symulacji), d) analitycznego modelu dyskowego (linie - prędkości rotacji dla $\Delta z = 0,6kpc$ ). . . . .	36

4.4	Wertykalny gradient prędkości dla galaktyk NGC 2403 i NGC 5775 [23]. Po lewej stronie: czarne punkty – krzywa rotacji NGC 2403 wraz z niepewnościami pomiarowymi, otwarte punkty – krzywa rotacji gazu dla $z \approx 3kpc$ wraz z niepewnościami pomiarowymi [11], linie ciągłe – przewidywanie modelu dyskowego dla $z = 0.6, 1.2, 1.8, 2.4, 3.0kpc$ . Po prawej stronie od góry linia ciągła mierzona krzywa rotacji dla galaktyki NGC 5775 [18], dalej rekonstruowane na podstawie modelu dyskowego krzywe rotacji dla $z = 0.6, 1.2, 1.8, 2.4, 3.0, 3.6kpc$ . . .	37
4.5	Wertykalny gradient prędkości dla galaktyk Drogi Mlecznej, NGC 891, NGC 4302, NGC 4559 [22] . . . . .	38
A.1	Ciągła krzywa przedstawia rekonstrukcję krzywej rotacji Galaktyki. Składowe odpowiadające za konkretne składowe opisane są przy pomocy liter, odpowiednio: H - halo ciemnej materii, D - dysk (wszystkie składowe dysku - cienki dysk, gruby dysk, dysk gazowy), B - zgrubienie centralne. Po lewej przedstawiono wyniki dla Modelu I, po prawej przedstawiono wyniki dla Modelu II. . . . .	51

# Spis tabel

- 3.1 W tabeli przedstawiono zebrane wyniki dla galaktyk przebadanych metodą dyskową. W kolejnych wierszach podano podstawowe dane obserwacyjne galaktyk: kąt inklinacji, odległość, typ morfologiczny jasność w filtrze B, mierzoną wartość gazu w dysku  $M_{H+He}$ ,  $M_{H_2}$ , źródła pomiarów krzywych rotacji. W wierszach podano zestawienie otrzymanych wyników: masę galaktyki na podstawie modelu dyskowego, test sferyczności, globalny stosunek masa - jasność dla całkowitej masy galaktyki i po odjęciu nieświecącego gazu. Dla galaktyk NGC 7793, NGC 1365, NGC 6946 otrzymano wyniki dla trzech znanych krzywych rotacji. Dla galaktyki Drogi Mlecznej nie istnieje obserwacyjna możliwość wyznaczenia stosunku masa - jasność gdyż nie istnieje obserwacyjna możliwość wyznaczenia całkowitej jasności Galaktyki. Referencje do prac z których pochodzą dane wykorzystane w badaniach: (IIexp=double exponential falloff),  $A$  - [6],  $B$  - [39],  $D$  - [33],  $E$  - [24],  $F$  - [16],  $G$  - [44],  $H$  - [42],  $I$  - [47],  $J$  - [43],  $K$  - [5],  $L$  - [48],  $M$  - [3],  $O$  - [9],  $P$  - [7],  $R$  - [37],  $S$  - [28],  $T$  - [29],  $U$  - [32] 30
- 4.1 W tabeli zebrano wyniki dla przebadanych galaktyk metodą cienkiego dysku o skończonej grubości. W wierszach: odległość, obserwowany wertykalny gradient prędkości, zakres obserwacji  $z$  i zakres obserwacji  $r$  przedstawiono dane na podstawie obserwacyjne wykorzystane w dalszej analizie. W wierszach: masa, wyliczony gradient prędkości przedstawiono podsumowanie otrzymanych wyników na podstawie modelu dyskowego o skończonej grubości. Referencje do prac z których zaczerpnięto dane obserwacyjne:  $A$  - [26],  $B$  - [13, 14],  $C$  - [11],  $D$  - [1],  $E$  - [14]. . . . . 40

A.1 W obu modelach Binney & Tremaine [19] przyjmuje że  $0.75\Sigma(R_0)$  gęstości powierzchniowej w odległości Słońca odpowiedzialne są gwiazdy, z czego  $0.05\Sigma(R_0)$  to gwiazdy w grubym dysku natomiast gaz i pył odpowiadają za  $0.25\Sigma(R_0)$  gęstości powierzchniowej. Cienki i gruby dysk mają ten samą skalę długości  $R_d$ , natomiast dysk gazowy ma skalę długości dwa razy większą i dziurę w odległości  $4kpc$  od centrum galaktyki. Grubości dysków wynoszą odpowiednio:  $z_0 = 300pc$ ,  $z_1 = 1kpc$ ,  $z_g = 80pc$ . W obu modelach parametry zgrubienia centralnego wynoszą  $a_b = 1kpc$ ,  $\alpha_b = 1.8$ ,  $r_b = 1kpc$ ,  $q_b = 0.6$ , natomiast dla halo ciemnej materii parametr  $q_h$  przyjmuje wartość 0.8. Wielkość  $v_e(R_0)$  jest prędkością ucieczki dla obiektów położonych w okolicach Słońca. Natomiast wielkości  $f_b, f_d, f_h$  to odpowiednio części siły jaka oddziałuje na obiekty znajdujące się w okolicach Słońca ,którą dla obu modeli przyjęto  $R_0 = 8kpc$ . . . . . 50

# Bibliografia

- [1] C. V. Barbieri, F. Fraternali, T. Oosterloo, G. Bertin, R. Boomsma, and R. Sancisi. "Extra-planar gas in the spiral galaxy NGC 4559". *A&A*, 439, 947, 2005.
- [2] C. V. Barbieri, F. Fraternali, T. Oosterloo, G. Bertin, R. Boomsma, and R. Sancisi. "Extra-planar gas in the spiral galaxy NGC 4559". *A&A...439..947B*, 2005.
- [3] R. Boomsma, T. A. Oosterloo, F. Fraternali, J. M. van der Hulst, and R. Sancisi. "HI holes and high-velocity clouds in the spiral galaxy NGC 6946". *A&A*, 490, 555, 2008.
- [4] Łukasz Bratek, Joanna Jałocha, and Marek Kutschera. "On the axisymmetric thin disc model of flattened galaxies". *MNRAS.391.1373B*, 2008.
- [5] C. Carignan. "SURFACE PHOTOMETRY OF THE SCULPTOR GROUP GALAXIES : NGC 7793, NGC 247 AND NGC 300". *ApJS*, 58, 107, 1985.
- [6] C. Carignan and D. Puche. "H I STUDIES OF THE SCULPTOR GROUP GALAXIES. II. NGC 7793". *AJ.100.94*, 1990.
- [7] W. J. G. de Blok, F. Walter, E. Brinks, C. Trachternach, S.-H. Oh, and R. C. Kennicutt. "High-Resolution Rotation Curves and Galaxy Mass Models from THINGS". *AJ*, 136, 2648, 2008.
- [8] Walter Dehen and James Binney. "Mass models of the Milky Way". *MNRAS.294:429*, 1998.
- [9] I. Dicaire, C. Carignan, P. Amram, M. Marcelin, J. Hlavacek-Larrondo, M.-M. de Denus-Baillargeon, O. Daigle, and O. Hernandez. "Deep Fabry-Perot H $\alpha$  Observations of NGC 7793: A Very Extended H $\alpha$  Disk and A Truly Declining Rotation Curve". *AJ*, 135, 6, 2038-2047, 2008.

- [10] B. Epinat, P. Amram, M. Marcelin, C. Balkowski, O. Daigle, O. Hernandez, L. Chemin, C. Carignan, J.-L. Gach, and P. Balard. "GHASP: an H $\alpha$  kinematic survey of spiral and irregular galaxies - VI. New H $\alpha$  data cubes for 108 galaxies". MNRAS.388..500E, 2008.
- [11] F. Fraternali, G. van Moorsel, R. Sancisi, and T. Oosterloo. "Deep H I Survey of the Spiral Galaxy NGC 2403". AJ, 123, 3124, 2002.
- [12] G. Gentile, P. Salucci, U. Klein, and G. L. Granato. "NGC 3741: dark halo profile from the most extended rotation curve". Mon.Not.Roy.Astron.Soc.375:199-212, 2007.
- [13] G. H. Heald, R. J. Rand, R. A. Benjamin, and M. A. Bershadsky. "Integral Field Unit Observations of NGC 891: Kinematics of the Diffuse Ionized Gas Halo". ApJ, 647, 1018, 2006b.
- [14] G. H. Heald, R. J. Rand, R. A. Benjamin, and M. A. Bershadsky. "Integral Field Unit Observations of NGC 4302: Kinematics of the Diffuse Ionized Gas Halo". ApJ, 663, 933, 2007.
- [15] G. H. Heald, R. J. Rand, R. A. Benjamin, J. A. Collins, and J. Bland-Hawthorn. "Imaging Fabry-Perot Spectroscopy of NGC 5775: Kinematics of the Diffuse Ionized Gas Halo". ApJ, 636, 181, 2006a.
- [16] H. Hoekstra, T.S. van Albada, and Sancisi R. "On the apparent coupling of neutral hydrogen and dark matter in spiral galaxies". MNRAS.323.453, 2001.
- [17] E. P. Hubble. "The Realm of the Nebulae". New Haven: Yale University Press., 1936.
- [18] J. A. Irwin. "Arcs and bridges in the interacting galaxies NGC 5775/NGC 5774 ". ApJ, 429, 618, 1994.
- [19] Binney James and Tremaine Scott. "Galactic Dynamics". Princeton University Press, Second edition, 2008.
- [20] Joanna Jałocha, Łukasz Bratek, and Marek Kutschera. "Is Dark Matter Present in NGC 4736? An Iterative Spectral Method for Finding Mass Distribution in Spiral Galaxies". ApJ...679..373J, 2008.
- [21] Joanna Jałocha, Łukasz Bratek, Marek Kutschera, and Skindzier Piotr. "Global disk models for galaxies NGC 1365, 6946, 7793 and UGC 6446". ApJ...462..563N, 2010.

- [22] Joanna Jałocha, Łukasz Bratek, Marek Kutschera, and Piotr Skindzier. "Transverse gradients of azimuthal velocity in a global disc model of the MilkyWay Galaxy". MNRAS.407.1689J, 2010.
- [23] Joanna Jałocha, Łukasz Bratek, Marek Kutschera, and Piotr Skindzier. "Vertical gradients of azimuthal velocity in a global thin disk model of spiral galaxies NGC 2403, NGC 4559, NGC 4302 and NGC 5775.". MNRAS 412: 331-336, 2011.
- [24] S. Jorsater and G.A. van Moorsel. "High Resolution Neutral Hydrogen Observations of the Barred Spiral Galaxy NGC 1365". AJ.110.2037, 1995.
- [25] E. S. Levine, C. Heiles, and L. Blitz. "The Milky Way Rotation Curve and Its Vertical Derivatives: Inside the Solar Circle". ApJ, 679, 1288, 2008.
- [26] A. Marasco and F. Fraternali. "Modelling the HI halo of the Milky Way". A&A 525, A134 , 2011.
- [27] M. Milgrom. "A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis ". The Astrophysical Journal, Volume 270, pp. 365-370, 1983.
- [28] C. Muñoz Tuñón, M. Prieto, J. E. Beckman, and J. Cepa. "A photometric study of the double ring structure of NGC 4736". Ap&SS, 156, 301, 1989.
- [29] P. S. Mulder and W. van Driel. "Distribution and Motions of HI in the Ringed Galaxy NGC4736". A&A, 272, 63, 1993.
- [30] Julio F. Navarro, Carlos S. Frenk, and Simon D. M. White. "The Structure of Cold Dark Matter Halos". ApJ...462..563N, 1996.
- [31] J. H. Oort. "The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems". Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands, Vol. 6, p.249, 1932.
- [32] T. Oosterloo, F. Fraternali, and R. Sancisi. "The Cold Gaseous Halo of NGC 891". AJ, 134, 1019, 2007.
- [33] G. Paturel, C. Petit, P. Prugniel, G. Theureau, J. Rousseau, M. Brouty, P. Dubois, and L. Cambrésy. HyperLeda database, 2003.
- [34] G. Risaliti, F. A. Harrison, K. K. Madsen, D. J. Walton, S. E. Boggs, F. E. Christensen, W. W. Craig, B. W. Grefenstette, C. J. Hailey, E. Nardini, Daniel Stern, and W. W. Zhang. "A rapidly spinning supermassive black hole at the centre of NGC 1365 ". Nature 494, 449–451, 2013.

- [35] Vera C. Rubin and Ford Jr. W. Kent. "Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions". *Ap.J.* 159, 379-404, 1970.
- [36] Vera C. Rubin, Ford Jr. W. Kent, and Thonnard Norbert. "Rotational Properties of 21 Sc Galaxies with a Large Range of Luminosities and Radii, from NGC 4605 ( $R = 4\text{kpc}$ ) to UGC 2885 ( $R= 122\text{kpc}$ )". *Ap.J.* 238, 471-87, 1980.
- [37] R. H. Sanders. "The Published Extended Rotation Curves of Spiral Galaxies: Confrontation with Modified Dynamics". *ApJ*, 473, 117-129, 1996.
- [38] Marc S. Seigar, Aaron J. Barth, and James S. Bullock. "A Revised LCDM Mass Model For The Andromeda Galaxy". *MNRAS*.389.1911S, 2008.
- [39] Y. Sofue. "Nuclear-to-Outer Rotation Curves of Galaxies in the CO and HI lines". *PASJ*, 49, 17, 1997.
- [40] Y. Sofue, Y. Tutui, M. Honma, A. Tomita, T. Takamiya, J. Koda, and Y. Takeda. "CENTRAL ROTATION CURVES OF SPIRAL GALAXIES ". *Astrophysical Journal* Vol. 523, pp136-146, 1999.
- [41] Yoshiaki Sofue and Scott Tremaine. "A Grand Rotation Curve and Dark Matter Halo in the Milky Way Galaxy". To appear in *PASJ* 2012, Vol 64, No. 2, 2012.
- [42] K. Sug-Whan and C. Muk-Suk. """. *J. Korean Astron. Soc.*, 17, 23, 1984.
- [43] R. B. Tully, M. A. W. Verheijen, M. J. Pierce, J.-S. Huang, and R. J. Wainscoat. "The Ursa Major Cluster of Galaxies.I.Cluster Definition and Photometric Data". *AJ*, 112, 2471, 1996.
- [44] M. A. W. Verheijen and R. Sancisi. "The Ursa Major cluster of galaxies". *A&A*, 370, 765, 2001.
- [45] L. M. J. S. Volders. "Neutral hydrogen in M 33 and M 101". *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, Vol. 14, p.323, 1959.
- [46] David H. Weinberg, Stephane Colombi, Romeel Davé, and Neal Katz. "Baryon Dynamics, Dark Matter Substructure, and Galaxies ". *The Astrophysical Journal*, Volume 678, Issue 1, pp. 6-21, 2008.
- [47] J.S. Young and N.Z. Scoville. "Molecular gas in galaxies ". *ARA&A*, 29, 581, 1991.
- [48] Sánchez R. Zánmar, J. A. Sellwood, B. J. Weiner, and T. B. Williams. "Modeling the Gas Flow in the Bar of NGC 1365". *ApJ*, 674, 797, 2008.