

AUTOREFERAT

1. Imię i Nazwisko

Roman Skibiński

2. Posiadane dyplomy i stopnie naukowe

1. Stopień doktora nauk fizycznych w zakresie fizyki, Uniwersytet Jagielloński, Kraków, 2002 r.

Tytuł rozprawy: "Interaction of electromagnetic probes with three-nucleon systems."

Promotor: prof. dr hab. Henryk Witała

2. Stopień magistra fizyki, Uniwersytet Jagielloński, Kraków, 1997 r.

Tytuł rozprawy: "Rozpad jądra ^3He na neutron i deutron spowodowany wychwytem mionu".

Promotor: prof. dr hab. Henryk Witała

3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych

2004- adiunkt w Zakładzie Fizyki Jądrowej UJ

2002-2004 asystent w Zakładzie Fizyki Jądrowej UJ

1998-2002 studia doktoranckie w Zakładzie Fizyki Jądrowej UJ

1997-1998 staż asystencki w Zakładzie Fizyki Jądrowej UJ

4. Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.)

Jako osiągnięcie naukowe przedstawiam jednotematyczny cykl 6 publikacji pod wspólnym tytułem: "Wybrane zagadnienia fizyki kilku nukleonów":

1. R.Skibiński, J. Golak, K.Topolnicki, H.Witała, H.Kamada, W.Glöckle, A.Nogga, "The Tucson-Melbourne Three-Nucleon Force in the automatized Partial Wave Decomposition.", Eur. Phys J. A47 (2011) 48.

2. R.Skibiński, J.Golak, K.Topolnicki, H.Witała, E.Epelbaum, W.Glöckle, H.Krebs, A.Nogga, H.Kamada, "Triton with long-range chiral $N^3\text{LO}$ three-nucleon forces.", Phys. Rev. C84 (2011) 054005.

3. J. Golak, W.Glöckle, R.Skibiński, H.Witała, D.Rozpędzik, K.Topolnicki, I.Fachruddin, Ch.Elster, A.Nogga, "The Two-Nucleon System in Three Dimensions.", Phys. Rev. C81 (2010) 034006.

4. R.Skibiński, J. Golak, H.Witała, "Numerical investigations of the three-dimensional proton-proton screened Coulomb t-matrix.", Acta Phys. Polon. B41 (2010) 875.

Roman Skibiński

5. R.Skibiński, J.Golak, H.Wiła, W.Glöckle, "Proton-proton scattering without Coulomb force renormalization.", Eur. Phys. J. A40 (2009) 215.
6. R.Skibiński, H.Wiła, J.Golak, "Relativistic effects in exclusive neutron-deuteron breakup.", Eur. Phys. J. A30 (2006) 369.
5. Omówienie cyklu naukowego i uzyskanych wyników w jednotematycznym cyklu prac przedstawionym jako osiągnięcie naukowe

1 Wprowadzenie

Jedną z przyczyn, dla których fizyka jąder atomowych pozostaje wciąż znaczącym wyzwaniem intelektualnym jest skomplikowana struktura oddziaływań jądrowych. Oddziaływania te są pochodną oddziaływań pomiędzy budulcami nukleonów i mezonów - kwarkami i gluonami. Obliczenie własności układów jądrowych bezpośrednio w ramach chromodynamiki kwantowej (QCD) przekracza obecnie nasze możliwości. Mimo pierwszych sukcesów uzyskanych w ramach obliczeń na sieciach w nieperturbacyjnym zakresie QCD [7, 8] droga do pełnego zrozumienia oddziaływań jądrowych jest wciąż daleka. Obok prób bezpośrednich obliczeń w ramach QCD badane są również możliwości skonstruowania efektywnych potencjałów jądrowych i stąd odpowiedniego Hamiltonianu. Pierwszym źródłem informacji i polem testowym takich efektywnych teorii są układy kilku nukleonów. Względna prostota tych układów sprawia, że możliwe jest dla nich skonstruowanie teoretycznego, kwantowo-mechanicznego formalizmu, w ramach którego, przy zadanym potencjale oddziaływania, można wyliczyć ich własności oraz przewidzieć z dużą precyzją wartości obserwabli. Z drugiej strony układy kilku nukleonów są intensywnie badane eksperymentalnie w wielu ośrodkach na świecie, jak RCNP i RIKEN (Japonia), Mainz Microtron (Niemcy), Jlab i TUNL (USA), Forschungszentrum Jülich (Niemcy), KVI (Holandia) i inne (patrz np. prace przeglądowe [9, 10, 11]). Połączenie obu tych możliwości pozwala na badanie w układach kilku nukleonów podstawowych problemów fizyki jądrowej, takich jak własności nukleonów i mezonów, struktura oddziaływania nukleon-nukleon (NN), rola i struktura oddziaływań wielociałowych pomiędzy nukleonami i oddziaływania nukleonów i jąder atomowych z sondami słabymi i elektromagnetycznymi. W szerszym kontekście można badać procesy produkcji i wymiany mezonów, strukturę stanów związanych, bezpośrednią rolę kwarków w układach jądrowych i szereg innych zagadnień.

Jeżeli ograniczymy się do obszaru stosunkowo niskich energii (poniżej progu na produkcję pionów) i układów czysto nukleonowych to dla trzech nukleonów możemy badać stany związane (jądra ^3H i ^3He) i stany rozproszeniowe: dwuciałowy nukleon-deuteron (Nd) i trójciałowy z trzema swobodnymi nukleonami, jak w stanie końcowym reakcji rozszczepienia deuteronu przez nukleon. Zasadnicze pytania i problemy jakie obecnie są stawiane w badaniach układów kilku nukleonów to:

1. **Postać oddziaływania nukleon-nukleon.**
2. **Postać i rola oddziaływań trójnukleonowych.**
3. **Rola efektów relatywistycznych dla procesów przy niskich i średnich energiach.**
4. **Rola efektów kulombowskich.**

ad 1. Oddziaływanie NN jest obecnie dość dobrze znane, jednak wśród istniejących modeli oddziaływania NN dominują modele półfenomenologiczne, jak potencjały Nijmegen [12, 13], Argonne v18 (AV18) [14], Charge Dependent Bonn (CD Bonn) [15] czy nieco zmieniona wersja tego ostatniego CD Bonn 2000 [16]. Potencjały te zawierają kilkadziesiąt swobodnych parametrów, których wartości muszą być ustalone przez

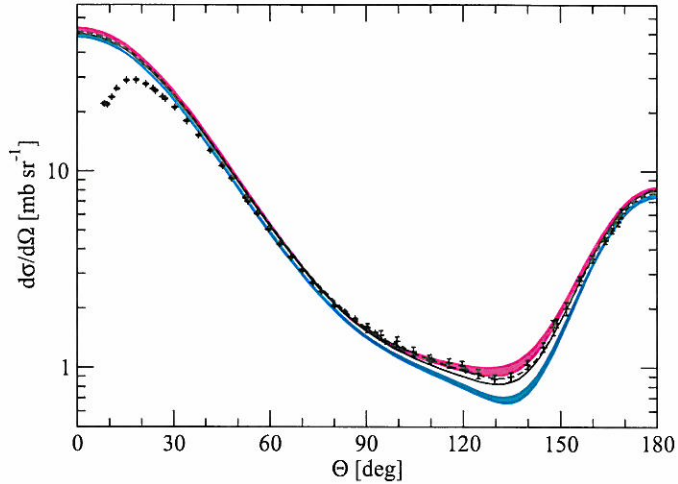
porównanie z danymi eksperymentalnymi otrzymanymi w układach dwu nukleonów. Modele te bardzo dobrze opisują dane eksperymentalne dla rozpraszania proton-proton (pp) i neutron-proton (np) do energii kinetycznej nukleonu w układzie środka masy wynoszącej około 350 MeV ($\chi^2/data'99 = 1.35$ dla AV18 [17], zaś dla CD Bonn - $\chi^2/data'99 = 1.01$ [17]). W ostatnich latach pojawiły się również potencjały oddziaływania NN budowane w ramach efektywnej teorii pola opartej na symetrii chiralnej Lagranżjanu QCD [18]. Startując z najbardziej ogólnej postaci Lagranżjanu dla pól nukleonowych i pionowych posiadającej symetrię chiralną można otrzymać oddziaływanie jądrowe [19].

W podejściu tym potencjał jądrowy jest otrzymywany w sposób perturbacyjny przez rozwinięcie Lagranżjanu względem potęg ν parametru $(\frac{Q}{\Lambda_\chi})^\nu$, gdzie Q to skala typowych wartości pędów nukleonów w stanie końcowym lub początkowym, a $\Lambda_\chi \approx 1\text{GeV}$ jest skalą łamania symetrii chiralnej. Parametr ν można powiązać z geometrycznymi własnościami (liczba wierzchołków, liczba pętli itd.) diagramu reprezentującego dany przyczynk do oddziaływania. W przypadku gdy rozważamy pola nukleonów i pionów, dominującym składnikiem oddziaływań jądrowych jest oddziaływanie pion-nukleon. Oprócz tego uwzględnia się człony kontaktowe opisujące krótkozasięgowe oddziaływanie nukleon-nukleon, które w półfenomenologicznych potencjałach jest opisywane przez wymianę cięższych mezonów, jak σ, ρ czy ω .

Dotychczas skonstruowano potencjały zawierające wyrazy od najmniejszej możliwej wartości $\nu = 0$ (tzw. leading order (LO)), poprzez $\nu = 2$ (next-to-leading order (NLO)), $\nu = 3$ (next-to-next-to-leading order (N²LO)) do $\nu = 4$ (N³LO). Najbardziej zaawansowane dwu- i trój-ciałowe potencjały chiralne zostały wyprowadzone przez grupę z Bochum i Jülich [20, 21, 22] i poniżej przez potencjały chiralne będą rozumiał wyniki prac tej właśnie grupy. Potencjał oddziaływania NN w N³LO nie ustępuje precyzją opisu procesów jądrowych wymienionym wcześniej potencjałom fenomenologicznym, osiągając $\chi^2/data'99 \approx 1.05$ dla danych neutron-proton przy energiach do 100 MeV [23].

ad 2. Porównanie przewidywań teoretycznych opartych wyłącznie na potencjale dwunukleonowym z danymi eksperymentalnymi wskazuje, że w układach trójnukleonowych siły dwuciałowe są niewystarczające do opisu zachodzących tam procesów. Najprostszym przykładem pokazującym ważną rolę sił trójciałowych jest energia wiązania jąder ³H i ³He. Pominięcie sił trójciałowych w obliczeniach teoretycznych prowadzi dla tych jąder do zbyt małej (o około 1 MeV, tj. 15%) energii wiązania [24]. Podobne rozbieżności obserwuje się również dla cięższych jąder [25]. Innymi przykładami są przekrój czynny i wielkości polaryzacyjne w reakcji elastycznego rozpraszania Nd [26] przy energiach padającego nukleonu powyżej około 50 MeV. Rysunek 1 przedstawia przekrój czynny dla tej reakcji przy energii kinetycznej nukleonu w układzie laboratoryjnym $E_N^{lab} = 65$ MeV. Widoczna rozbieżność przewidywań teoretycznych wykonanych z użyciem potencjałów półfenomenologicznych (jasne - niebieskie pasmo) i danych eksperymentalnych [27] wynika właśnie z nieuwzględnienia w analizie teoretycznej siły trójciałowej pomiędzy nukleonami.

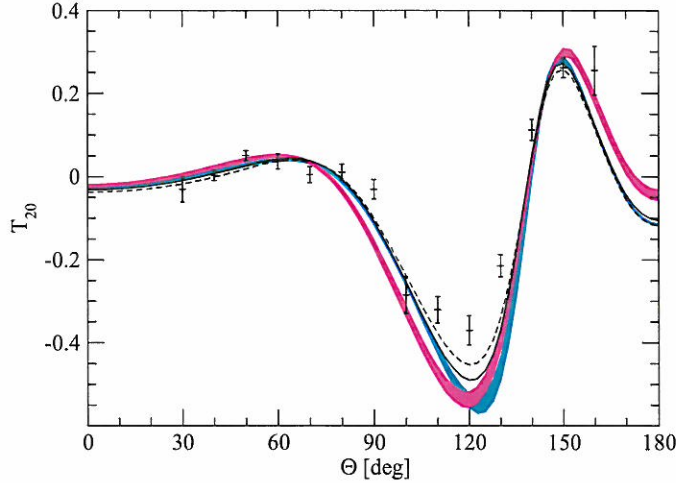
Własności sił trójciałowych są obecnie mniej znane niż własności oddziaływania NN. Standardowe modele tych sił, podobnie do sił dwuciałowych, to głównie modele półfenomenologiczne. Przed wszystkim uwzględniają one oddziaływanie pomiędzy trzema



Rys. 1: Różniczkowy przekrój czynny na rozpraszanie Nd przy energii $E_N^{lab} = 65$ MeV. Jasne (niebieskie) pasmo zawiera w sobie wyniki otrzymane z użyciem różnych modeli oddziaływań NN (AV18, CD Bonn, Nijm I, Nijm II i Nijm 93), ciemne (bordowe) zawiera wyniki otrzymane z użyciem tych samych modeli oddziaływań NN wraz z siłą TM. Linia ciągła przedstawia wyniki otrzymane z potencjałem NN AV18 uzupełnionym o siłę trójciałową Urbana IX. Linia przerywana to rezultat obliczeń bazujących na potencjale dwuciałowym CD Bonn i sile trójciałowej TM'. Dane (dla układu proton-deuteron (pd)) pochodzą z [27].

nukleonami pochodzące od wymiany dwóch pionów z równoczesnym wzbudzeniem jednego z nukleonów do rezonansu Δ . Powszechnie używanymi modelami oddziaływań trójciałowych są siły Urbana IX [28, 29], Tucson-Melbourne (TM) [30, 31] i jej nowsza wersja TM' [32]. Pierwsza z nich, oprócz członu opisującego wzbudzenie Δ zawiera również fenomenologiczną, niezależną od spinu i izospinu, krótkozasięgową część potencjału. W drugim z wymienionych modeli, sile TM, oprócz wzbudzenia Δ uwzględnia się również inne stany rozproszeniowe poza powłokami masy pionu i nukleonu. Znaczenie siły trójciałowej dla wielkości przekroju czynnego elastycznego rozpraszania Nd pokazane jest na przykładzie $E_N^{lab} 65$ MeV na rysunku 1. Dla wszystkich modeli uwzględniających oddziaływanie trójciałowe (bordowe pasmo i linie) widać wyraźną poprawę opisu przekroju czynnego w pobliżu jego minimum.

Porównanie przewidywań teoretycznych uwzględniających oddziaływanie trójciałowe z danymi eksperymentalnymi przy różnych energiach pokazuje, że zarówno dla elastycznego rozpraszania Nd [26], jak i reakcji rozszczepienia deuteronu [33], mimo poprawy opisu dla wielu obserwacji, w niektórych przypadkach wciąż obserwujemy znaczące rozbieżności między przewidywaniami teoretycznymi a danymi. Przykładem może być nukleonowa zdolność analizująca A_y i inne obserwacje spinowe [26]. Rysunek 2 pokazuje deuteronową tensorową zdolność analizującą T_{20} dla elastycznego rozpraszania Nd przy energii 65 MeV. Włączenie siły trójciałowej TM w tym przypadku nie poprawia opisu danych eksperymentalnych. Dla wyższych energii wpływ sił trójciałowych na obserwacje staje się bardzo złożony i zależy od modelu użytej siły trójciałowej.



Rys. 2: Deuteronowa zdolność analizująca T_{20} dla elastycznego rozpraszania Nd przy energii $E_N^{lab}=65$ MeV. Oznaczenie pasm i linii jak na Rys. 1. Dane (dla układu pd) pochodzą z [34].

Jedną z możliwych przyczyn takiego stanu rzeczy jest niepełna znajomość struktury i parametrów siły trójciałowej oraz uwzględnianie w jej modelach jedynie niektórych członów zależnych od spinu. Dodatkowo, fenomenologiczne modele siły trójciałowej nie były wyprowadzane w sposób konsystentny z modelami oddziaływania NN. Dopiero pojawiające się w ostatnich latach modele sił trójciałowych oparte na symetrii chiralnej wyprowadzane są spójnie z siłami dwuciałowymi. Niestety, skomplikowana struktura tych sił sprawia, że włączenie ich do obliczeń teoretycznych jest niezwykle trudne. Opracowana przez nas nowa metoda obliczania elementów macierzowych sił trójciałowych pozwala ominąć tę trudność. W szczególności w jednej z prac przedstawianego tu cyklu [2], korzystając z tej metody uwzględniono po raz pierwszy w obliczeniach teoretycznych długozasięgowe oddziaływania trójciałowe w N^3LO .

Efekty sił trójciałowych są widoczne również w procesach elektromagnetycznych, takich jak rozpraszanie elektronów na 3He (3H), rozszczepienie 3He przez elektrony czy fotodezintegracja 3He . Procesy te omówione są szczegółowo w naszej pracy przeglądowej [35]. Pierwsze obliczenia z chiralnymi, długozasięgowymi prądami wymiany mezonowej w rzędzie NLO przedstawiliśmy w [36, 37].

ad 3. Dla energii powyżej około 100 MeV siły trójciałowe nie wystarczają do wyjaśnienia rozbieżności pomiędzy danymi eksperymentalnymi a przewidywaniami teoretycznymi, zarówno dla elastycznego rozpraszania Nd jak i rozszczepienia deuteronu. Efekty sił trójciałowych rosną wraz z energią dostępną w układzie 3N, stąd badanie reakcji trójnukleonowych przy wyższych energiach mogłoby dostarczyć nowych informacji o sile trójciałowej. Ponieważ można oczekiwać, że wraz ze wzrostem energii rośnie rola efektów relatywistycznych, aktualne staje się pytanie o ich wpływ na obserwowane w procesach trójciałowych.

Istnieje kilka podejść do szacowania poprawek relatywistycznych w opisach układów trzynukleonowych [38]. Przykładem może tu być podejście zaprezentowane w [39], oparte

na perturbacyjnej realizacji algebry Liego grupy Poincarégo. Innym jest model, w którym Hamiltonian zachowujący niezmienniczość przy transformacjach grupy Poincarégo (Poincaré invariant dynamics), buduje się rozszerzając konstrukcję B.Bakamjiana-L.H.Thomasa [40] z dwóch na trzy nukleony [41, 42, 43]. W modelu tym możliwe jest uwzględnienie efektów pochodzących od kinematyki, efektów pchnięcia (boostu) potencjału i obrotów Wignera dla stanów spinowych. Wyniki uzyskane w ramach tego formalizmu są przedstawione w jednej z prac prezentowanego tu cyklu [6] i będą opisane w rozdziale 5.

ad 4. Kolejnym problemem, który należy wziąć pod uwagę badając układy kilku nukleonów jest obecność siły kulombowskiej pomiędzy protonami. Siła ta modyfikuje wielkość obserwabli i powinna być uwzględniana w modelach teoretycznych. Jest to szczególnie ważne w przypadku procesów przy niskich energiach i/lub w konfiguracjach kinematycznych reakcji rozszczepienia deuteronu, w których dwa protony mają zbliżone pędy. Istotnym czynnikiem przemawiającym za włączeniem sił kulombowskich do analizy teoretycznej jest fakt, że większość eksperymentów w układach trzech nukleonów jest wykonywana w układzie dwóch protonów i neutronu. Wynika to z braku tarczy neutronowej oraz radioaktywności jąder ^3H .

Długozasięgowa natura oddziaływań kulombowskich sprawia, że w opisie teoretycznym nie można używać standardowych technik rozwiniętych dla potencjałów krótkozasięgowych. Jednym z zaproponowanych rozwiązań jest użycie kulombowskiego potencjału ekranowanego. W analizie teoretycznej oblicza się amplitudy przejścia z takim potencjałem uzupełnionym o oddziaływanie silne, a w następnym kroku dokonuje się ich renormalizacji. Metoda ta zastosowana do procesu elastycznego rozpraszania pd [44] i rozszczepienia deuteronu przez proton [45] doprowadziła do znacznego poprawienia opisu danych eksperymentalnych pd (patrz np. [46, 47, 48]). Mimo uwzględnienia oddziaływań kulombowskich nadal obserwuje się liczne rozbieżności pomiędzy wynikami eksperymentów w układzie proton-deuteron a przewidywaniami teoretycznymi. Jednym z powodów może być fakt użycia formalizmu fal cząstkowych, co dla długozasięgowej siły kulombowskiej (nawet w formie ekranowanej) narzuca konieczność uwzględniania ogromnej liczby fal cząstkowych. Jest to szczególnie uciążliwe w układach zawierających więcej niż dwa nukleony, gdyż duża liczba fal cząstkowych w podukładzie proton-proton wymusza wielką liczbę fal cząstkowych dla stanów trzyciałowych. To z kolei wymaga dużych mocy komputerowych przekraczających praktycznie współczesne możliwości obliczeniowe. Pożądane zatem jest opracowanie formalizmu do opisu układów trzech nukleonów, w którym oddziaływania silne i kulombowskie są traktowane bez rozkładu na fale cząstkowe. Podejmując badania w tym kierunku w pracach [49, 50] przedstawiliśmy pierwsze wyniki uzyskane w ramach formalizmu, w którym unika się rozkładu na fale cząstkowe ekranowanej kulombowskiej macierzy t . Podejście to zostanie szerzej opisane w rozdziale 4 wraz z wynikami dwóch prac [4, 5] przedstawianego tu cyklu, w których zbadano własności ekranowanej, kulombowskiej macierzy t , otrzymanej bez rozkładu na fale cząstkowe. W pracy [5] wykorzystano tą macierz do obliczenia obserwabli dla elastycznego rozpraszania proton-proton badając granicę dużych zasięgów ekranowania w zależności od energii układu proton-proton. W rozdziale 4 przedstawiłem również kolejną pracę [3], w której przedstawiony został formalizm i wyniki opisujące rozpraszanie dwóch

nukleonów całkowicie bez rozkładu na fale cząstkowe.

Odpowiedzi na powyższe pytania wiążą się z rozwinięciem używanych dotąd metod teoretycznego opisu układów trójnukleonowych i pokonaniem szeregu trudności technicznych podczas ich numerycznej realizacji. Przedstawione w dalszej części wyniki są rezultatem moich badań nad przedstawionymi powyżej zagadnieniami. W rozdziale 2 krótko omówię podstawowy formalizm opisu reakcji trójnukleonowych. W kolejnym rozdziale (3) przedstawię rozwiązanie istotnego problemu jakim jest konieczność rozkładu na fale cząstkowe potencjałów dwu- i trój-nukleonowych, używanych w badaniach układów jądrowych. W szczególności zaprezentuję nową metodę rozkładu na fale cząstkowe i jej zastosowanie do krótkozasięgowej części trójciałowego potencjału TM i długozasięgowej części potencjału chiralnego N^3LO (prace [1] i [2] przedstawianego tu cyklu).

Dalsze rozdziały kolejno przedstawiają wyniki moich prac dotyczących opisu teoretycznego układów trzech nukleonów z pominięciem rozkładu na fale cząstkowe. W szczególności przedstawię przydatność takiego podejścia do uwzględnienia siły kulombowskiej (rozdział 4). W ostatnim rozdziale (5) opiszę wyniki moich prac dotyczące efektów relatywistycznych w układach trzech nukleonów.

Przedstawiany cykl publikacji pt. "Wybrane zagadnienia fizyki kilku nukleonów" obejmuje następujące artykuły:

[1] R.Skibiński, J. Gólak, K.Topolnicki, H.Wiśła, H.Kamada, W.Glöckle, A.Nogga, "The Tucson-Melbourne Three-Nucleon Force in the automatized Partial Wave Decomposition.", *Eur. Phys J. A*47 (2011) 48.

[2] R.Skibiński, J.Gólak, K.Topolnicki, H.Wiśła, E.Epelbaum, W.Glöckle, H.Krebs, A.Nogga, H.Kamada, "Triton with long-range chiral N^3LO three-nucleon forces.", *Phys. Rev. C*84 (2011) 054005.

[3] J. Gólak, W.Glöckle, R.Skibiński, H.Wiśła, D.Rozpędzik, K.Topolnicki, I.Fachruddin, Ch.Elster, A.Nogga, "The Two-Nucleon System in Three Dimensions.", *Phys. Rev. C*81 (2010) 034006.

[4] R.Skibiński, J. Gólak, H.Wiśła, "Numerical investigations of the three-dimensional proton-proton screened Coulomb t-matrix.", *Acta Phys. Polon. B*41 (2010) 875.

[5] R.Skibiński, J.Gólak, H.Wiśła, W.Glöckle, "Proton-proton scattering without Coulomb force renormalization.", *Eur. Phys. J. A*40 (2009) 215.

[6] R.Skibiński, H.Wiśła, J.Gólak, "Relativistic effects in exclusive neutron-deuteron breakup.", *Eur. Phys. J. A*30 (2006) 369.

Dla wygody Czytelnika artykuły te numeruję od [1] do [6].

2 Standardowy formalizm dla układów trzech nukleonów

Układy kilku nukleonów badane są intensywnie od początku rozwoju fizyki jądrowej. Podstawy formalizmu teoretycznego zostały stworzone w połowie XX wieku przez B.Lippmanna i J.Schwingera [51], L.D.Faddeeva [52] oraz O.A.Yakubovsky'ego [53] i są obecnie punktem wyjściowym do opisu procesów z kilkoma nukleonami. Wraz z rozwojem komputerów opracowano metody numerycznego rozwiązywania równań Faddeeva, opisujących stany związane i rozproszeniowe trzech nukleonów. Problem kontinuum trzech nukleonów oddziaływujących realistycznymi oddziaływaniami dwu i trzyciałowymi został po raz pierwszy rozwiązany w latach 80-tych ubiegłego wieku [54, 55, 56]. Szczegółowy opis tego nierelatywistycznego formalizmu można znaleźć w monografii [57] i pracy przeglądowej [58]. Ponieważ przedstawione w dalszych rozdziałach wyniki zostały otrzymane dzięki rozszerzeniu tego formalizmu słusznym wydaje się przedstawienie najważniejszych równań tej metody opisu układów trzech nukleonów.

Wyjściem do dalszych rozważań jest przyjęcie postaci Hamiltonianu jądrowego, H

$$H \equiv H_0 + \sum_{i=1}^3 V_i + V_4 \quad (1)$$

jako sumy operatora energii kinetycznej H_0 , oddziaływań dwuciałowych V_i i siły trzyciałowej V_4 . V_i to potencjał oddziaływania pomiędzy nukleonami j i k , $((i, j, k) = (1, 2, 3)$ oraz $i \neq j \neq k$). Siła trzyciałowa V_4 może być zapisana jako suma $V_4 = \sum_{i=1}^3 V^{(i)}$, gdzie $V^{(i)}$ to część siły trzyciałowej symetryczna względem przestawienia nukleonów j i k . Przyjmuje się nierelatywistyczną postać operatora energii kinetycznej H_0 i pomija długozasięgowe oddziaływanie kulombowskie pomiędzy protonami.

Stan związany trzech nukleonów Ψ wyraża się przez jego składową Faddeeva ψ : $\Psi = (1 + P)\psi$, gdzie $P \equiv P_{12}P_{23} + P_{13}P_{23}$ to operator permutacji zbudowany z operatorów transpozycji P_{ij} zamieniających cząstki i oraz j . Składowa Faddeeva ψ spełnia równanie [24]

$$\psi = G_0 t P \psi + (1 + G_0 t) G_0 V^{(1)} (1 + P) \psi, \quad (2)$$

gdzie V to potencjał oddziaływania NN, G_0 to operator swobodnej propagacji trzech nukleonów, zaś dwunukleonowa macierz t spełnia równanie Lippmanna-Schwingera

$$t = V + V G_0 t. \quad (3)$$

Amplituda przejścia $\langle \Phi' | U | \Phi \rangle$ dla procesu elastycznego rozpraszania nukleonu na deuteronie, których stan końcowy i początkowy dany jest odpowiednio przez $|\Phi'\rangle$ i $|\Phi\rangle$, wyraża się przez

$$\langle \Phi' | U | \Phi \rangle = \langle \Phi' | P G_0^{-1} | \Phi \rangle + \langle \Phi' | P T | \Phi \rangle + \langle \Phi' | V^{(1)} (1 + P) | \Phi \rangle + \langle \Phi' | V^{(1)} (1 + P) G_0 T | \Phi \rangle, \quad (4)$$

gdzie pomocniczy stan $T | \Phi \rangle$ spełnia równanie Faddeeva

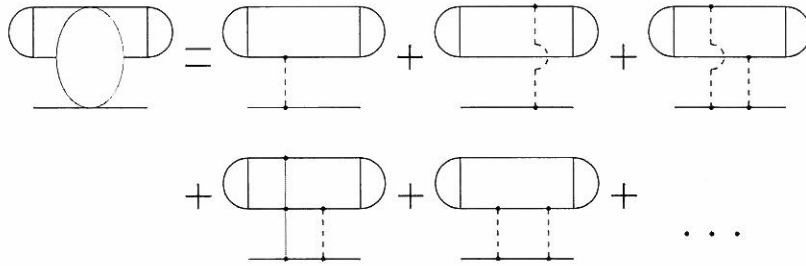
$$T | \Phi \rangle = t P | \Phi \rangle + (1 + t G_0) V^{(1)} (1 + P) | \Phi \rangle + t P G_0 T | \Phi \rangle + (1 + t G_0) V^{(1)} (1 + P) G_0 T | \Phi \rangle. \quad (5)$$

Amplituda przejścia $\langle \Phi_0 | U_0 | \Phi \rangle$ dla procesu rozszczepienia deuteronu przez nukleon wyraża się przez

$$\langle \Phi_0 | U_0 | \Phi \rangle = \langle \Phi_0 | (1 + P) T | \Phi \rangle, \quad (6)$$

gdzie stan $T | \Phi \rangle$ dany jest ponownie przez równanie (5), a $|\Phi_0\rangle$ to stan końcowy trzech swobodnych nukleonów.

Rozwiązanie równania (5) pozwala obliczyć amplitudy przejścia (4) i (6), a to z kolei pozwala na wyliczenie obserwabli dla tych procesów. Zawartość fizyczna równania (4) poglądowo przedstawiona jest na rysunku 3. Widoczna po lewej stronie amplituda przejścia dla elastycznego rozpraszania wyraża się przez sumę członów odpowiadających wszystkim możliwym kombinacjom oddziaływania pomiędzy nukleonami. Dwa pierwsze składniki sumy na rys. 3 to pojedyncze akty oddziaływania dwuciałowego, trzeci i piąty składnik odpowiada dwukrotnemu oddziaływaniu pomiędzy nukleonami, zaś czwarty składnik reprezentuje proces, w którym oprócz oddziaływania dwunukleonowego zachodzi oddziaływanie trójciałowe. Iteracyjna postać równań (3) i (5) implikuje, że wszystkie możliwe kombinacje jedno- i wielo-krotnych oddziaływań dwu- i trzy-ciałowych są uwzględniane w obliczeniach.



Rys. 3: Poglądowe przedstawienie zawartości równania (5) w przypadku elastycznego rozpraszania Nd. Poziome linie oznaczają nukleony, połączenie ich za pomocą półkola z prawej i lewej strony oznacza wejściowy i wyjściowy stan deuteronowy. Pionowe przerywane linie symbolizują oddziaływanie NN, a pionowa linia ciągła symbolizuje oddziaływanie trójciałowe.

Równania (2) i (5) rozwiązujemy numerycznie w bazie stanów cząstkowych $|p, q, \alpha\rangle$ [57], gdzie $p \equiv |\vec{p}_1|$ to długość pędu względnego nukleonów 2-3, a $q \equiv |\vec{q}_1|$ to długość pędu pozostałego nukleonu względem środka masy nukleonów 2 i 3. Pędy Jacobiego \vec{p}_i i \vec{q}_i ($i = 1, 2, 3$) wyrażają się poprzez pędy poszczególnych nukleonów \vec{k}_i :

$$\vec{p}_i = \frac{1}{2}(\vec{k}_j - \vec{k}_k), \quad (7)$$

$$\vec{q}_i = \frac{1}{3}(2\vec{k}_i - \vec{k}_j - \vec{k}_k), \quad (8)$$

gdzie indeksy (i, j, k) przyjmują wartości $(1, 2, 3)$ i ich cykliczne permutacje. Jako układ odniesienia przyjmujemy układ centrum masy trzech nukleonów: $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 = 0$. Zbiór liczb kwantowych α , w tzw. sprzężeniu Jj , dla układu 3N wyraża się poprzez

$$|\alpha\rangle \equiv |\alpha_{J,M_J}\rangle = |(ls)j, (\lambda, \frac{1}{2})I(jI)JM_J; (t\frac{1}{2})TM_T\rangle_1. \quad (9)$$

Indeks 1 wskazuje, że liczby kwantowe dla podukładu dwuciałowego dotyczą cząstek 2 i 3. Liczby te to kręt orbitalny l , spin s i kręt całkowity j . Dalej, λ to kręt orbitalny nukleonu 1, który sprzęga się z jego spinem $\frac{1}{2}$ do całkowitego krętu I . Kręty j i I sprzęgają się następnie do całkowitego krętu układu $3N$ J , zaś M_J oznacza rzut tego krętu na oś kwantyzacji. Liczby kwantowe t, T i M_T opisują kolejno całkowity izospin podukładu 2-3, całkowity izospin układu $3N$ i rzut tego ostatniego na oś kwantyzacji.

W niektórych zastosowaniach wygodniej korzystać jest z bazy $|p, q, \beta\rangle$ zbudowanej w oparciu o sprzężenie LS , które różni się od sprzężenia Jj inną kolejnością sprzęgania liczb kwantowych

$$|\beta\rangle \equiv |\beta_{J, M_J}\rangle = (l\lambda)L, (s, \frac{1}{2})S(LS)JM_J; (t\frac{1}{2})TM_T)_1. \quad (10)$$

Nowymi liczbami kwantowymi są tutaj całkowity kręt orbitalny trzech nukleonów L i ich całkowity spin S . Prosty związek dany w [57] pozwala na transformację wektorów i elementów macierzowych pomiędzy bazami $|p, q, \alpha\rangle$ i $|p, q, \beta\rangle$.

Jeżeli pracujemy tylko z dwoma nukleonami, używamy stanów $|p(ls)jm_jtm_t\rangle$, gdzie m_j to rzut wektora krętu całkowitego j , m_t to rzut całkowitego izospinu dwóch nukleonów na oś kwantyzacji, a pozostałe liczby kwantowe zdefiniowane są powyżej.

Baza (9) ulega modyfikacji jeżeli zamierzamy używać formalizmu relatywistycznego (rozdział 5). Ze względu na potrzebę stosowania transformacji Lorentza przy przejściu pomiędzy układem centrum masy trzech nukleonów a układem centrum masy dwóch nukleonów, w tym przypadku zamiast pędów Jacobiego (\vec{p}_1, \vec{q}_1) używamy wektorów (\vec{k}, \vec{q}_1), gdzie \vec{k} to pęd względny nukleonów 2 i 3 w ich układzie środka masy [41]

$$\vec{k} \equiv \frac{1}{2}(\vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_{23} \frac{E_2 - E_3}{E_2 + E_3 + \sqrt{(E_2 + E_3)^2 - \vec{k}_{23}^2}}), \quad (11)$$

przy czym $E_i = \sqrt{m^2 + \vec{k}_i^2}$, m to masa nukleonu, a $\vec{k}_{23} = \vec{k}_2 + \vec{k}_3$. Drugi z wektorów bazy trójciałowej $\vec{q}_1 \equiv \vec{k}_1$ to pęd nukleonu 1 w układzie środka masy trzech nukleonów.

W celu rozwiązania równań (2) i (5) należy dokonać rozkładu na fale cząstkowe występujących w nich operatorów. Rozkład w bazie stanów $|p, q, \alpha\rangle$ operatora swobodnej propagacji G_0 , ze względu na jego diagonalność w pędach i niezależność od dyskretnych liczb kwantowych, nie nastęrcza trudności [58]. Bardziej skomplikowany jest przypadek operatora permutacji P [57, 58]. Rozkład ten wraz z odpowiednimi wyrażeniami jest przedstawiony w pracy [59].

Również dla realistycznych potencjałów NN i niektórych sił trzyciałowych rozkład taki został wykonany. Polega on na rozsprzężeniu części pędowej i spinowej oraz redukcji liczby pojawiających się przy tym sumowań po rzutach liczb kwantowych i całek za pomocą własności współczynników Clebscha-Gordana, harmonik sferycznych czy symboli $6j$ i $9j$ [60, 61]. Dla większości struktur pędowo-spino-izospinowych pojawiających się w modelach sił trzyciałowych prowadzi to do złożonych wyrażeń i jest czasochłonne. Ze względu na dużą liczbę członów pojawiających się w siłach trójciałowych otrzymanych na bazie efektywnych teorii pola [62, 63] wykonanie rozkładu na fale cząstkowe taką metodą jest praktycznie niemożliwe. Używając nowej metody rozkładu na fale cząstkowe

opisanej w rozdziale 3, otrzymaliśmy elementy sił trójciałowych w wybranej bazie i mogli uwzględnić nowe człony siły trójciałowej w analizie układów trzech nukleonów.

Po dokonaniu rozkładu na fale cząstkowe równanie (2) rozwiązujemy jako uogólnione równanie własne [64, 24]. Równanie Faddeeva (5) rozwiązujemy numerycznie, iteracyjnie generując szeregu von Neumanna, który sumujemy metodą Padé [57, 58]. Typowe obliczenia, uwzględniające wszystkie stany dwuciałowe o całkowitym kręcie $j \leq 5$ i trójciałowe o kręcie $J \leq \frac{25}{2}$ prowadzą do układu około 140 sprzężonych równań całkowych w dwóch zmiennych p i q . Siła trójciałowa uwzględniana jest dla stanów o kręcie całkowitym $J \leq \frac{13}{2}$.

Przedstawiony powyżej formalizm został przez nas rozszerzony w celu opisu procesów elektromagnetycznych i słabych w układach trzech nukleonów. Jedynym nowym składnikiem równań Faddeeva jest operator prądu elektromagnetycznego lub słabego. Odpowiedni formalizm i wiele przykładów zastosowań jest przedstawionych m.in. w pracach [65, 66], a także w pracy przeglądowej [35].

3 Nowa metoda rozkładu na fale cząstkowe

Standardowy sposób rozwiązywania równań Faddeeva wymaga rozkładu operatorów występujących w równaniach (2)-(6) na fale cząstkowe. W używanym przez nas formalizmie w przestrzeni pędowej stosujemy bazę stanów trójcząstkowych $|p, q, \alpha\rangle$ [57] zdefiniowaną równaniami (7)-(9).

Jak wspomniano w rozdziale 2, rozkład na fale cząstkowe dla realistycznych potencjałów NN i niektórych sił trzyciałowych został już wykonany, tym niemniej dla pojawiających się nowych modeli potencjałów, szczególnie trzyciałowych oddziaływań chiralnych, wykonanie takich rozkładów jest praktycznie niewykonalne.

W serii prac [67, 1, 2, 68] zaproponowaliśmy i zastosowaliśmy do kilku potencjałów jądrowych nową metodę rozkładu na fale cząstkowe. Wykorzystuje ona możliwość obliczenia za pomocą programów do obliczeń symbolicznych, takich jak np. używana przez nas *Mathematica*[®] [69], elementów potencjału w przestrzeni spinowo-pędowej i izospinowej. Nowa metoda pozwala sprowadzić procedurę rozkładu na fale cząstkowe do całkowania numerycznego. Dla potencjałów NN całkowanie relatywnie prostych funkcji odbywa się tylko po jednej zmiennej, zaś w przypadku sił trzyciałowych mamy do czynienia z całką pięciowymiarową. Wykorzystanie programów do obliczeń symbolicznych pozwala częściowo zautomatyzować przygotowanie kodu zawierającego funkcje podcałkowe, stąd nazwa nowej metody "the automatized partial wave decomposition" (aPWD). Poniżej krótko omówię tę metodę i przedstawię otrzymane za jej pomocą wyniki.

Dowolny potencjał oddziaływania dwóch nukleonów V , niezmienniczy względem obrotów, odbicia przestrzennego i odwrócenia w czasie, można przedstawić jako sumę iloczynów operatorów w przestrzeni spinowo-pędowej $w_i(\vec{\sigma}(1), \vec{\sigma}(2), \vec{p}', \vec{p})$ i funkcji skalarnych $f_i(\vec{p}', \vec{p})$ wektorów początkowego i końcowego pędu względnego, \vec{p} i \vec{p}' .

$$V^{tm_t}(\vec{p}', \vec{p}) = \sum_{i=1}^6 f_i(\vec{p}', \vec{p}) w_i(\vec{\sigma}(1), \vec{\sigma}(2), \vec{p}', \vec{p}). \quad (12)$$

$V^{tm_t}(\vec{p}', \vec{p})$ to operator w przestrzeni spinu i element macierzowy potencjału V w bazie stanów pędowych i izospinowych, zbudowanych z izospinu dwóch nukleonów t i jego rzutu m_t

$$\langle \vec{p}' | \langle t' m'_t | V | t m_t \rangle | \vec{p} \rangle = \delta_{t't} \delta_{m'_t m_t} V^{tm_t}(\vec{p}', \vec{p}). \quad (13)$$

Założyliśmy przy tym brak mieszania stanów o określonym izospinie a dopuszczamy niezależność ładunkową i łamanie symetrii ładunkowej. Jednym z możliwych zbiorów operatorów $w_i(\vec{\sigma}(1), \vec{\sigma}(2), \vec{p}', \vec{p})$ jest

$$\begin{aligned} w_1(\vec{\sigma}(1), \vec{\sigma}(2), \vec{p}', \vec{p}) &= 1, \\ w_2(\vec{\sigma}(1), \vec{\sigma}(2), \vec{p}', \vec{p}) &= \vec{\sigma}(1) \cdot \vec{\sigma}(2), \\ w_3(\vec{\sigma}(1), \vec{\sigma}(2), \vec{p}', \vec{p}) &= i (\vec{\sigma}(1) + \vec{\sigma}(2)) \cdot (\vec{p} \times \vec{p}'), \\ w_4(\vec{\sigma}(1), \vec{\sigma}(2), \vec{p}', \vec{p}) &= \vec{\sigma}(1) \cdot (\vec{p} \times \vec{p}') \vec{\sigma}(2) \cdot (\vec{p} \times \vec{p}'), \\ w_5(\vec{\sigma}(1), \vec{\sigma}(2), \vec{p}', \vec{p}) &= \vec{\sigma}(1) \cdot (\vec{p}' + \vec{p}) \vec{\sigma}(2) \cdot (\vec{p}' + \vec{p}), \\ w_6(\vec{\sigma}(1), \vec{\sigma}(2), \vec{p}', \vec{p}) &= \vec{\sigma}(1) \cdot (\vec{p}' - \vec{p}) \vec{\sigma}(2) \cdot (\vec{p}' - \vec{p}), \end{aligned} \quad (14)$$

gdzie $\vec{\sigma}(i)$ to macierze Pauliego działające w przestrzeni spinu cząstki i .

Rozkład potencjału V^{tm_t} na fale cząstkowe to przedstawienie go w bazie stanów dwuciałowych $|p(ls)jm_j\rangle$. Rozsprzężenie części pędowej i spinowej prowadzi do czterowymiarowej całki po zmiennych kątowych

$$\langle p'(l's)jm_j | V^{tm_t} | p(ls)jm_j \rangle = \int d\hat{p}' \int d\hat{p} \sum_{m'_l} c(l', s, j; m'_l, m_j - m'_l, m_j) \sum_{m_l} c(l, s, j; m_l, m_j - m_l, m_j) Y_{l' m'_l}^*(\theta', \phi') Y_{l m_l}(\theta, \phi) \langle s m_j - m'_l | V^{tm_t}(\vec{p}', \vec{p}) | s m_j - m_l \rangle, \quad (15)$$

gdzie $c(\alpha, \beta, \gamma; m_\alpha, m_\beta, m_\gamma)$ to współczynniki Clebscha-Gordana a $Y_{lm_l}(\theta, \phi)$ to harmoniki sferyczne. Kąty (θ', ϕ') wskazują kierunek wektora \vec{p}' , a (θ, ϕ) wiążemy z pędem \vec{p} .

Możliwa jest redukcja liczby całkowań prowadząca do całki jednowymiarowej. Mianowicie, wielkość

$$H(l', l, s, j) \equiv \frac{1}{2j+1} \sum_{m_j=-j}^j \langle p'(l's)jm_j | V^{tm_t} | p(ls)jm_j \rangle \quad (16)$$

nie zależy od rzutu całkowitego krętu m_j , a wyrażenie podcałkowe w (15) uśrednione po m_j staje się skalarem i zależy wyłącznie od długości wektorów pędu $p = |\vec{p}|$ i $p' = |\vec{p}'|$ oraz kąta pomiędzy tymi wektorami [70]. Zarazem mamy $H(l', l, s, j) = \langle p'(l's)jm_j | V^{tm_t} | p(ls)jm_j \rangle$.

Wybierając osie układu współrzędnych tak, by $\vec{p} = (0, 0, p)$ i $\vec{p}' = (p' \sin \theta', 0, p' \cos \theta')$ dostajemy

$$\begin{aligned} H(l', l, s, j) &= 8\pi^2 \int_{-1}^1 d(\cos \theta') \frac{1}{2j+1} \sum_{m_j=-j}^j \sum_{m'_l=-l'}^{l'} c(l', s, j; m'_l, m_j - m'_l, m_j) \\ &\times \sum_{m_l=-l}^l c(l, s, j; m_l, m_j - m_l, m_j) Y_{l' m'_l}(\theta', 0) Y_{l m_l}^*(0, 0) \\ &\times \langle s m_j - m'_l | V^{tm_t}(\vec{p}', \vec{p}) | s m_j - m_l \rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

Jedyny nietrywialny składnik funkcji podcałkowej, tj. element macierzowy potencjału w przestrzeni spinowej (zależny od wektorów pędów) $\langle s m_j - m'_l | V^{tm_t}(\vec{p}', \vec{p}) | s m_j - m_l \rangle$, może być policzony (analitycznie) przy użyciu programu *Mathematica*[®], przy czym występujące w nim funkcje $f_i(p', p, x \equiv \cos \theta')$ są traktowane w tych obliczeniach jako parametry.

Napisany przez nas skrypt programu *Mathematica*[®] przygotowuje funkcję podcałkową, której argumentami są spinowe liczby kwantowe opisujące stany początkowy (s, m_s) i końcowy (s, m'_s) oraz funkcje pędów nukleonów. Aby otrzymać występującą w (17) funkcję podcałkową w początkowej sekcji skryptu przygotowujemy potrzebne składniki, tj. stany spinowe jednego i dwu nukleonów (oraz trzech dla skryptów dla siły trójciałowej). Stan spinowy pojedynczego nukleonu reprezentujemy poprzez listę złożoną z dwuelementowych wektorów $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ i $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Stan spinowy dwóch (trzech) nukleonów, który jest

stanem iloczynowym stanów pojedynczych nukleonów, jest reprezentowany przez iloczyn Kroneckera takich dwuelementowych wektorów, odpowiednio wysumowanym po rzutach spinów pojedynczych nukleonów i wymnożonym przez współczynniki Clebscha-Gordana. W przypadku, gdy funkcja podcałkowa liczona jest dla operatora $V(1 + P)$, jak ma to miejsce dla siły trójciałowej, przygotowujemy także stany wynikające z działania operatora permutacji na stany spinowe. Główna część skryptu zawiera przygotowanie macierzy odpowiadających operatorom występującym w potencjale i policzenie ich elementów macierzowych. Również tutaj wykorzystujemy iloczyn Kroneckera do budowy operatorów spinu i izospinu wchodzących w skład potencjału jądrowego, a konstruowanych z operatorów działających w przestrzeni pojedynczych nukleonów. Operatory spinowe zależą również od różnych kombinacji pędów nukleonów i są mnożone przez dodatkowe czynniki $f_i(p', p, x)$. Operatory te są następnie obkładane (z obu stron) wektorami spinu i izospinu, po czym kompletujemy całe wyrażenie podcałkowe w (17). Ostatecznie na zbiór wyjściowy zapisywane są, w postaci kodu języka Fortran, wyrażenia podcałkowe dla różnych wartości spinowych i izospinowych liczb kwantowych, których parametrami są wartości pędów p i p' . Otrzymany kod jest włączany do programu całkującego. Należy podkreślić, że automatyczna generacja kodu, którego długość sięga kilku tysięcy linii w przypadku niektórych sił trójciałowych, ma duże znaczenie praktyczne, gdyż likwiduje możliwość popełnienia błędu podczas programowania otrzymywanych wyrażeń.

Ponieważ w (17) współczynniki Clebscha-Gordana i harmoniki sferyczne zależą tylko od liczb kwantowych kanałów wejściowego i wyjściowego, a nie zależą od potencjału, wyrażenie to można przygotować dla dowolnego potencjału. Zmiana potencjału sprowadza się wtedy do zmiany funkcji $f_i(p', p, x)$. Na przykład, dla kanałów wejściowego i wyjściowego 1S_0 ($s = l = l' = j = 0$) dostajemy

$$H(0, 0, 0, 0) = 2\pi \int_{-1}^1 dx \left(f_1(p', p, x) - 3f_2(p', p, x) + f_4(p', p, x)p^2p'^2(x^2 - 1) - f_5(p', p, x)(p^2 + p'^2 + 2pp'x) - f_6(p', p, x)(p^2 + p'^2 - 2pp'x) \right). \quad (18)$$

Zwróćmy uwagę, że całkę w równaniu (17) należy wykonać numerycznie dla każdej kombinacji wielkości pędów p i p' .

W pracy [3], omówionej szerzej w następnym rozdziale, pokazano m.in. obliczenie elementów macierzowych potencjału Bonn B [71]. W tym celu przedstawiono ten potencjał za pomocą funkcji f_i . Dla orientacji Czytelnika z jakiego typu funkcjami mamy do czynienia podaję tu wyrażenie dla części pseudo-skalarnej tego potencjału i funkcji f_5

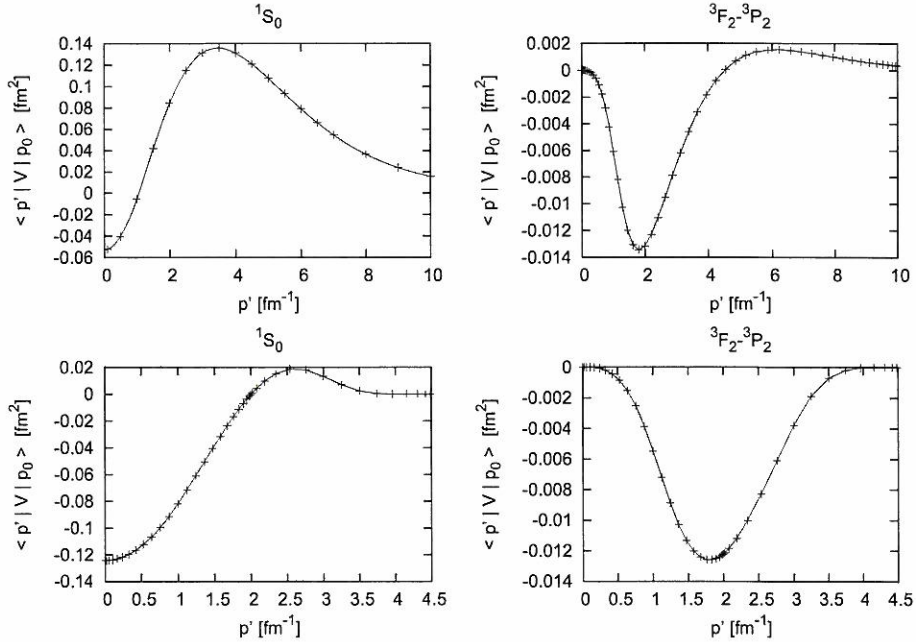
$$f_5(p', p, x) = \frac{A}{4W'W} \left\{ -(W' - W)^2 + \left(1 + \frac{2m}{E' + E} \right) [p'^2 + p^2 - 2p'px] \right\} \quad (19)$$

$$A = \frac{g_{ps}^2}{(2\pi)^3 4m^2} \sqrt{\frac{m}{E'}} \sqrt{\frac{m}{E}} \frac{F_{ps}^2 [(\vec{p}' - \vec{p})^2]}{(\vec{p}' - \vec{p})^2 + m_{ps}^2}, \quad (20)$$

gdzie $E = \sqrt{m^2 + p^2}$, $W = E + m$, $E' = \sqrt{m^2 + p'^2}$, $W' = E' + m$, m to masa nukleonu, zaś g_{ps} , F_{ps} , m_{ps} to parametry potencjału związane z wymianą pseudoskalarnej

mezonu [71].

Zgodność nowo zaproponowanej metody i klasycznego sposobu rozkładu na fale cząstkowe jest przedstawiona na rysunku 4 dla dwóch potencjałów (Bonn B i chiralnego w N^2LO) oraz kilku wybranych fal cząstkowych. We wszystkich przypadkach obie metody prowadzą do identycznych elementów macierzowych potencjału.



Rys. 4: Porównanie tradycyjnej metody rozkładu na fale cząstkowe (+) i nowej metody (linia ciągła) dla potencjału Bonn B (górny rząd) i chiralnego N^2LO (dolny rząd). Elementy macierzowe przedstawiono jako funkcję wielkości pędu p' dla kanału niesprzężonego 1S_0 z izospinem $t = 1$ (lewa kolumna) i dla kanałów sprzężonych $^3F_2 - ^3P_2$ z izospinem $t = 1$ (prawa kolumna). Wartość pędu początkowego wynosi $p_0 = 1 \text{ fm}^{-1}$.

Postępowanie w przypadku sił trójcząłowych jest analogiczne do przypadku oddziaływania nukleon-nukleon. Siłę trójcząłową $V^{(1)}$ możemy zapisać jako sumę członów zależnych od początkowych i końcowych pędów nukleonów \vec{k}_i i \vec{k}'_i :

$$\begin{aligned}
 V_i^{(1)} &= f_i(\vec{k}'_1, \vec{k}'_2, \vec{k}'_3, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) \hat{O}_i^{spin}(\vec{k}'_1, \vec{k}'_2, \vec{k}'_3, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3, \vec{\sigma}(1), \vec{\sigma}(2), \vec{\sigma}(3)) \\
 &\times \hat{O}_i^{isospin}(\vec{\tau}(1), \vec{\tau}(2), \vec{\tau}(3)),
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

gdzie \hat{O}_i^{spin} i $\hat{O}_i^{isospin}$ to operatory w przestrzeni spinowo-pędowej i izospinowej trzech cząstek. Dalej, $\vec{\sigma}(i)$ ($\vec{\tau}(i)$) to macierze Pauliego działające w przestrzeni spinu (izospinu) cząstki (i). Dla trzech cząstek rozkładu na fale cząstkowe wygodniej dokonywać w bazie stanów $|pq\beta\rangle$ (10), czyli w sprzężeniu LS. Pozwala to na łatwe rozsprzężenie stanów spinowych trzech nukleonów. W bazie tej element macierzowy siły trójcząłowej da się

wyrazić przez całkę ósmiokrotną po zmiennych kątowych czterech wektorów

$$\begin{aligned}
& \langle p'q'(l'\lambda')L'(s'\frac{1}{2})S'(L'S')JM_J | V_i^{(1)} | pq(l\lambda)L(s\frac{1}{2})S(LS)JM_J \rangle \\
&= \int d\hat{p}' \int d\hat{q}' \int d\hat{p} \int d\hat{q} \sum_{m_{L'}} c(L', S', J; m_{L'}, M_J - m_{L'}, M_J) \\
& \sum_{m_L} c(L, S, J; m_L, M_J - m_L, M_J) \mathcal{Y}_{l', \lambda'}^{*L', m_{L'}}(\hat{p}', \hat{q}') \mathcal{Y}_{l, \lambda}^{L, m_L}(\hat{p}, \hat{q}) \\
& \langle (s\frac{1}{2})S' M_J - m_{L'} | V_i^{(1)}(\vec{p}', \vec{q}', \vec{p}, \vec{q}) | (s\frac{1}{2})S M_J - m_L \rangle \\
& \langle (t'\frac{1}{2})T M_T | \hat{O}_i^{isospin} | (t\frac{1}{2})T M_T \rangle, \tag{22}
\end{aligned}$$

gdzie

$$\mathcal{Y}_{l, \lambda}^{L, m_L}(\hat{p}, \hat{q}) \equiv \sum_{m_l = -l}^l c(l, \lambda, L; m_l, m_L - m_l, m_L) Y_{l, m_l}(\hat{p}) Y_{\lambda, m_L - m_l}(\hat{q}), \tag{23}$$

a $\vec{p}', \vec{q}', \vec{p}, \vec{q}$ są funkcjami \vec{k}_i i \vec{k}'_i danymi przez (7) i (8). $V_i^{(1)}(\vec{p}', \vec{q}', \vec{p}, \vec{q})$ może być tutaj dowolnym operatorem w przestrzeni spinowej trzech cząstek zależnym od pędów. Współczesne potencjały trójciałowe są sumą wielu takich operatorów $V_i^{(1)}(\vec{p}', \vec{q}', \vec{p}, \vec{q})$ i przeprowadzenie dla nich klasycznego rozkładu na fale cząstkowe w rozsądnym czasie jest praktycznie niemożliwe. Nie stanowi to problemu przy użyciu nowej metody.

Ponieważ wielkość (22) nie zależy od rzutu całkowitego momentu pędu M_J , w wyrażeniu (22) można, wybierając specyficzny układ współrzędnych, zredukować liczbę całkowań do pięciu. Wybierając $\hat{p} = \hat{z}$ i $\phi_q = 0$ otrzymujemy ostatecznie

$$\begin{aligned}
& \langle p'q'(l'\lambda')L'(s'\frac{1}{2})S'(L'S')JM_J | V_i^{(1)} | pq(l\lambda)L(s\frac{1}{2})S(LS)JM_J \rangle \\
&= 8\pi^2 \int d\hat{p}' \int d\hat{q}' \int d\cos(\theta_q) \frac{1}{2J+1} \sum_{M_J = -J}^J \sum_{m_{L'} = -L'}^{L'} C(L', S', J; m_{L'}, M_J - m_{L'}, M_J) \\
& \times \mathcal{Y}_{l', \lambda'}^{*L', m_{L'}}(\hat{p}', \hat{q}') \sum_{m_L = -L}^L C(L, S, J; m_L, M_J - m_L, M_J) \\
& \times \mathcal{Y}_{l, \lambda}^{L, m_L}(\hat{z}, \hat{q} = (\sin(\theta_q), 0, \cos(\theta_q))) \langle (s'\frac{1}{2})S' M_J - m_{L'} | \\
& \times \hat{O}_i^{spin}(\vec{p}', \vec{q}', \vec{p} = (0, 0, p), \vec{q} = q(\sin(\theta_q), 0, \cos(\theta_q))) | (s\frac{1}{2})S M_J - m_L \rangle \\
& \times f(\vec{p}', \vec{q}', \vec{p} = (0, 0, p), \vec{q} = q(\sin(\theta_q), 0, \cos(\theta_q))) \langle (t'\frac{1}{2})T M_T | \hat{O}_i^{isospin} | (t\frac{1}{2})T M_T \rangle \tag{24}
\end{aligned}$$

Redukcja wymiaru całki jest bardzo istotna ze względów praktycznych, gdyż takie pięciowymiarowe całkowanie należy przeprowadzić dla każdej kombinacji długości pędów p', q', p, q . W praktycznych obliczeniach, aby uzyskać elementy macierzowe siły trójciałowej używamy siatki 16 punktów dla każdej z tych zmiennych, zaś w całkowaniach po

zmiennych kątowych używamy po 14 punktów w każdej zmiennej. Taka liczba wystarcza do oddania z dużą precyzją wartości poszczególnych elementów macierzowych, co zostało udokumentowane w pracy [67].

Równania (2)-(6), będące podstawą obliczeń numerycznych, zawierają operator siły trójciałowej $V^{(1)}$ wspólnie z operatorem permutacji P w postaci $V^{(1)}(1 + P)$. Zatem oprócz elementów macierzowych operatora $V^{(1)}$ potrzebne są również elementy macierzowe $V^{(2)} \equiv V^{(1)}P_{12}P_{23}$ i $V^{(3)} \equiv V^{(1)}P_{13}P_{23}$. Oba te elementy są łatwe do policzenia nową metodą. Mianowicie, uwzględniając działanie operatorów P_{ij} na stany pędowo-spinowo-izospinowe dla operatorów $V^{(2)}$ i $V^{(3)}$ uzyskujemy wyrażenie analogiczne do (24) z tym, że zmieniają się długości pędów będące argumentami funkcji f_i i operatorów spinowych \hat{O}_i^{spin} . Szczegóły rachunkowe przedstawione są w pracy [1].

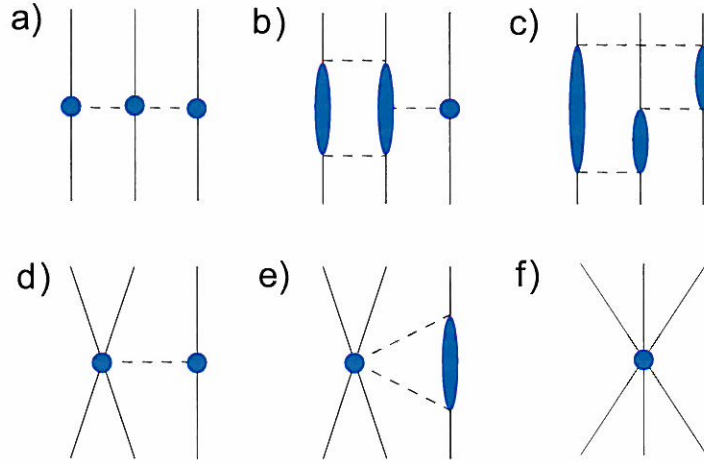
Praktyczne zastosowanie powyższej metody rozkładu na fale cząstkowe przedstawione zostało w pracach [1] i [2].

W pracy [1] policzyliśmy tą metodą elementy siły trójciałowej TM licząc zarówno jej długozasięgową część związaną z wymianą dwóch pionów jak i dwa krótkozasięgowo składniki pochodzące od wymiany pary mezonów π - ρ i ρ - ρ . Obliczenia te pokazały, że dla szeregu elementów macierzowych operatora $V_i^{(1)}$ siła π - ρ jest równie istotna jak oddziaływanie π - π , podczas gdy oddziaływanie ρ - ρ ma mniejsze znaczenie. Podobna sytuacja ma miejsce dla operatora $V_i^{(1)}(1 + P)$ - siła ρ - ρ jest słabsza od członów π - π i π - ρ . Nasze prace pozwoliły również na zbadanie roli różnych części siły π - ρ , wskazując na dominującą rolę tak zwanego członu Krolla-Rudermanna [72]. Tak otrzymana kompletna siła TM została następnie, w połączeniu z różnymi potencjałami NN, użyta do obliczenia energii wiązania i funkcji falowej trytonu. To z kolei pozwoliło nam na zbadanie funkcji korelacji w ${}^3\text{H}$. Otrzymane wyniki pokazują, że wartość oczekiwana pełnej siły trójciałowej TM w trytonie wynosi od 3.3 do 4.8% wartości oczekiwanej potencjału NN, w zależności od wybranego modelu sił dwuciałowych. Otrzymana energia wiązania trytonu jest mniejsza o około 1.2 MeV od energii wiązania otrzymanej przy użyciu wyłącznie potencjału NN. Przy wybranych wartościach parametrów siły TM przekracza ona jednak wartość eksperymentalną o około 0.5 MeV, co wskazuje na potrzebę modyfikacji wartości tych parametrów.

Ze względu na złożoność obliczeń numerycznych, tam gdzie to możliwe, należy wykonać testy numeryczne, np. poprzez policzenie tej samej wielkości dwoma metodami. W pracy [1] porównano wyniki otrzymane nową metodą z wynikami opartymi o standardowy rozkład na fale cząstkowe. W tym celu dokonaliśmy po raz pierwszy tradycyjnego rozkładu na fale cząstkowe w przestrzeni pędowej dla krótkozasięgowo części π - ρ . Bardzo dobra zgodność elementów macierzowych operatorów $V_{\pi-\pi}^{(1)}$ i $V_{\pi-\rho}^{(1)}$ uzyskanych obiema metodami pokazuje poprawność samej metody i kodów komputerowych. W przypadku elementów macierzowych operatora $V_i^{(1)}(1 + P)$ użycie nowej metody daje wyniki dokładniejsze niż standardowe podejście. Jest to spowodowane dodatkowym, niekompletnym, sumowaniem po liczbach kwantowych pośrednich stanów α pojawiającym się przy obliczaniu członu $V_i^{(1)}P = \sum_{\alpha} V_i^{(1)}|\alpha\rangle\langle\alpha|P$ w tradycyjny sposób. W praktycznych obliczeniach sumowanie to jest ograniczone tylko do skończonej liczby stanów $|p, q, \alpha\rangle$. Wniosek ten jest szczególnie istotny dla przyszłego włączenia chiralnej siły trójciałowej w obliczenia struktury cięższych jąder ze względu na konieczność użycia w nich operatora $(1 + P)V^{(1)}(1 + P)$. Kolejnym testem poprawności metod numerycznych jest

wykazanie równości elementów macierzowych $V_i^{(1)}P_{12}P_{23}$ i $V_i^{(1)}P_{13}P_{23}$ w bazie $|p, q, \alpha\rangle$, antysymetrycznej przy przestawieniu cząstek 2 i 3. Nasze obliczenia potwierdziły równość obu rodzajów obliczonych elementów macierzowych (por. rysunek 8 w [1]). Ze względu na to, że argumenty występujące pod całką (24) są różne dla obu operatorów potwierdzenie równości odpowiednich elementów macierzowych stanowi nietrywialny test użytych programów komputerowych.

Podobne problemy zbadano w pracy [2]. Tym razem metodę aPWD zastosowano do wyprowadzonej niedawno chiralnej siły trójciałowej N^3LO [62]. Po raz pierwszy policzono elementy macierzowe jej długozasięgowych części. Są to czony, przedstawione na Rys.(5a-c), związane z wymianą dwóch pionów pomiędzy trzema nukleonami



Rys. 5: Topologie wchodzące w skład chiralnej siły trójciałowej w N^3LO [62]. Kolejne topologie odpowiadają następującym członom potencjału a) π - π , b) 2π - 1π , c) "ring", d) " 1π -cont", e) " 2π -contact", f) " $3N$ -cont".

(siła " π - π "), dwóch pionów pomiędzy dwoma nukleonami i równoczesną wymianą pionu z trzecim nukleonem (siła " 2π - 1π ") oraz człon "ring" opisujący wymianę trzech pionów pomiędzy trzema parami nukleonów. Połączenie ich z członami krótkozasięgowymi (identycznymi jak w N^2LO) - opisującym oddziaływanie kontaktowe dwóch nukleonów z równoczesną wymianą jednego pionu z trzecim z nukleonów (" 1π -cont") i kontaktowym trzech nukleonów (" $3N$ -cont"), pozwoliło na policzenie z siłami w tym rzędzie chiralnego rozwinięcia funkcji falowej trytonu w N^3LO . W tym celu policzyliśmy, pomijając krótkozasięgowy człon " 2π -contact", elementy macierzowe poszczególnych operatorów wchodzących w skład badanej siły trójciałowej. Już te wstępne obliczenia pokazały, że wszystkie czony siły trójciałowej są istotne. Mimo, że zazwyczaj siła π - π jest dominująca, istnieją również takie elementy macierzowe, dla których dominuje jeden z pozostałych składników. Świadczy to o tym, że żadnego z tych członów nie można zaniedbać w analizie układów trójnukleonowych.

Następnie wyznaczyliśmy wartości dwu swobodnych parametrów występujących w członach krótkozasięgowych (" 1π -cont" i " $3N$ -cont"). Wartości te otrzymane zostały z dopasowywania przewidywań teoretycznych opartych na badanej sile trójciałowej do

cut-off	$(\Lambda, \tilde{\Lambda})$	$\langle V_{3N} \rangle$	$\langle V_{2\pi} \rangle$	$\langle V_{2\pi-1\pi} \rangle$	$\langle V_{ring} \rangle$	$\langle V_{d-term} \rangle$	$\langle V_{e-term} \rangle$
1	(450,500)	-0.994	-0.639	0.458	-0.147	-0.693	0.027
2	(600,500)	-1.673	-0.241	-0.580	-1.114	0.694	-0.432
3	(550,600)	-1.381	-0.473	0.107	-0.191	-0.708	-0.116
4	(450,700)	-0.663	-0.771	0.539	-0.452	-0.259	0.281
5	(600,700)	-1.706	-0.377	-0.275	-0.622	-0.119	-0.313

Tab. 1: Wartości parametrów obcięcia Λ i $\tilde{\Lambda}$ oraz wartości oczekiwane siły trójciałowej i jej poszczególnych składników dla różnych parametryzacji potencjału chiralnego w N^3LO . Wszystkie wielkości wyrażone są w MeV.

eksperymentalnych wartości energii wiązania trytonu $E^3H=8.481821(5)$ MeV [73] i dubletowej długości rozpraszania nukleon-deuteron $^2a_{nd}=0.645(7)$ fm [74]. Obliczenie tych obserwacji wymagało rozwiązania równania (2) dla stanu związanego i równania (5) dla stanu rozproszeniowego trzech nukleonów przy energii zerowej. Ustalenie wartości tych dwóch swobodnych parametrów umożliwiło zbadanie wartości oczekiwanych poszczególnych składników siły trójciałowej w trytonie. Najważniejszym wynikiem tych badań jest stwierdzenie, że wszystkie człony siły trójciałowej wnoszą znaczący wkład do energii wiązania trytonu. Wielkość tych przyczynków zależy silnie od parametrów obcięcia Λ i $\tilde{\Lambda}$ używanych do regularyzacji równania Lippmanna-Schwingera i siły trójciałowej oraz oddziaływania π - π metodą SFR (spectral function regularization) [75]. Tabela 1 dokumentuje ten właśnie wynik. W zależności od wartości $(\Lambda, \tilde{\Lambda})$, wartości oczekiwane siły trójciałowej $\langle V_{3N} \rangle$ wahają się od -1.706 do -0.663, przy czym wyraźnie widać, że to parametr Λ decyduje o wielkości $\langle V_{3N} \rangle$. Wynika to z roli odgrywanej przez ten parametr podczas regularyzacji siły trójciałowej - większe wartości Λ dopuszczają większy zasięg siły trójciałowej. Pozostała część tabeli 1 demonstruje, że zależność od parametru Λ jest szczególnie silna dla długozasięgowych części siły trójciałowej $2\pi-1\pi$ i "ring". Również wartości oczekiwane krótkozasięgowych członów siły trójciałowej zależą od parametrów obcięcia, jednak tym razem obserwujemy zależność od obu parametrów.

Chociaż badane tu wartości oczekiwane nie są obserwacjami, to ich wielkość dowodzi, że niezbędne jest włączenie do obliczeń układów i procesów trójnukleonowych wszystkich długozasięgowych członów siły trójciałowej, pojawiających się po raz pierwszy w N^3LO . Dodatkowo, otrzymane przez nas wyniki, a w szczególności znaczne wartości długości rozpraszania $^2a_{nd}$ gdy używamy tylko potencjału NN w N^3LO , sugerują, że być może konieczne będą zmiany niektórych parametrów potencjału dwunukleonowego w N^3LO [76].

O znaczeniu i uniwersalności nowej metody rozkładu na fale cząstkowe świadczy również możliwość zastosowania jej do jądrowych prądów elektromagnetycznych. Pierwszym przykładem takiego zastosowania jest praca [36], w której przedstawiono rezultaty badań procesów fotodezintegracji deuteronu i dwuciałowego rozszczepienia 3He . Użyto tam potencjału chiralnego N^2LO wraz z chiralnym jedno- i dwu-ciałowym prądem elektromagnetycznym. Otrzymane wyniki wskazują na potrzebę przejścia do wyższych rzędów rozwinięcia chiralnego. Metoda aPWD może być również zastosowana do rozkładu na fale cząstkowe prądów słabych [77].

Innym interesującym przykładem zastosowania aPWD jest wspomniane już wykorzystanie jej w liczeniu elementów macierzowych operatora $(1 + P)V^{(4)}(1 + P)$ w bazie $|p, q, \alpha\rangle$. Planowane jest zastosowanie elementów macierzowych chiralnej siły trójciałowej w N³LO do przygotowania potencjału w formie używanej w obliczeniach własności materii jądrowej i lekkich jąder [78]. W metodach grupy renormalizacji transformuje się Hamiltonian, a więc i potencjał jądrowy, osłabiając przy tym odpychający rdzeń potencjału. Jednocześnie transformacja ta zmienia oddziaływanie wielociałowe. Celem takiej transformacji jest przyspieszenie zbieżności obliczeń struktury jądrowej [79]. Jakość otrzymanych w ten sposób wyników zależy od dokładności wejściowego modelu sił jądrowych. Stąd potrzeba, aby już na początku takich obliczeń używać jak najdokładniejszych modeli sił trójciałowych, konsystentnych z oddziaływaniem dwuciałowym. Szczególne zainteresowanie budzą więc tu siły chiralne. Obecnie prowadzimy obliczenia elementów macierzowych operatora $(1 + P)V^{(4)}(1 + P)$, dla trójciałowej siły chiralnej w N³LO, które to elementy będą zastosowane do obliczeń struktury lekkich jąder w ramach tzw. no-core shell model [80].

4 Poza rozkład na fale cząstkowe

Pokazane w poprzednim rozdziale przykłady jasno pokazują, że formalizm wykorzystujący rozkład na fale cząstkowe będzie również w przyszłości ważną techniką w badaniach układów jądrowych. Tym niemniej nie można zaniedbać innych podejść, w tym bazujących na rozwiązywaniu równań Faddeeva w bazie stanów zbudowanych bezpośrednio z wektorów pędów, bez rozkładu na fale cząstkowe.

Rola takiego formalizmu jest szczególnie ważna, gdy chcemy opisywać procesy przy wyższych energiach lub uwzględniać długozasięgowe oddziaływanie kulombowskie, gdyż wymaga to użycia ogromnej liczby fal cząstkowych. W niniejszym rozdziale przedstawię wyniki moich prac nad opisem układów dwóch nukleonów bez użycia rozkładu na fale cząstkowe, a także nad trójwymiarową, tj. przedstawioną w bazie stanów zbudowanych z wektorów pędów, kulombowską macierzą przejścia t . Macierz ta powinna być włączana bez rozkładu na fale cząstkowe do opisu układów zawierających cząstki naładowane.

4.1 Układ dwóch nukleonów

Nowa metoda rozkładu na fale cząstkowe wykorzystująca obliczenia za pomocą programów do algebry symbolicznej, przedstawiona w poprzednim rozdziale, jest od strony technicznej podobna do obliczeń mających za cel uniknięcie rozkładu na fale cząstkowe. Również w tym przypadku obliczamy elementy operatorów w przestrzeni spinowo-izospinowej korzystając z pakietów do obliczeń symbolicznych. Zaproponowane przez nas podejście, przedstawione w [3] pozwala na obliczenie amplitudy rozpraszania nukleon-nukleon używając bazy stanów zbudowanej z wektorów pędów nukleonów.

Korzystając z rozkładu potencjału nukleon-nukleon na zależne od pędów operatory w przestrzeni spinowo-izospinowej, równanie Lippmanna-Schwingera może być przedstawione w postaci:

$$\sum_j A_{kj}(\vec{p}', \vec{p}) t_j^{tm_t}(\vec{p}', \vec{p}) = \sum_j A_{kj}(\vec{p}', \vec{p}) v_j^{tm_t}(\vec{p}', \vec{p}) + \int d^3 p'' \sum_{jj'} v_j^{tm_t}(\vec{p}', \vec{p}'') G_0(p'') t_{j'}^{tm_t}(\vec{p}'', \vec{p}) B_{kjj'}(\vec{p}', \vec{p}'', \vec{p}), \quad (25)$$

gdzie ($\vec{\sigma}_i \equiv \vec{\sigma}(i)$),

$$A_{kj}(\vec{p}', \vec{p}) \equiv \text{Tr} \left(w_k(\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2, \vec{p}', \vec{p}) w_j(\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2, \vec{p}', \vec{p}) \right) \quad (26)$$

$$B_{kjj'}(\vec{p}', \vec{p}'', \vec{p}) \equiv \text{Tr} \left(w_k(\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2, \vec{p}', \vec{p}) w_j(\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2, \vec{p}', \vec{p}'') w_{j'}(\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2, \vec{p}'', \vec{p}) \right) \quad (27)$$

a $v_j^{tm_t}(\vec{p}', \vec{p})$ i $t_j^{tm_t}(\vec{p}', \vec{p})$ to funkcje początkowego \vec{p}' i końcowego \vec{p}' pędu Jacobiego, będące współczynnikami rozwinięcia potencjału i macierzy t w bazie operatorów w_i . Skalarne współczynniki A_{kj} i $B_{kjj'}$ można, korzystając z programów do obliczeń symbolicznych, przedstawić jako funkcje pędów w postaci nadającej się bezpośrednio do implementacji w programach fortranowskich. W porównaniu do przedstawionych w poprzednim rozdziale skryptów programu *Mathematica*[®] służących rozkładowi na fale cząstkowe, skrypty do

wyznaczania współczynników A_{kj} i $B_{kjj'}$ zawierają jedynie operatory w_i występujące w rozwinięciu potencjału oraz dwuciałowe stany spinowe. Jedyną operacją, którą musimy wykonać to wzięcie śladu, a więc sumowanie po odpowiednich liczbach kwantowych. Komplet współczynników A_{kj} i $B_{kjj'}$ został podany w Dodatku artykułu [3]. Aby zorientować Czytelnika co do postaci funkcyjnej tych współczynników podaję przykładowe wyniki:

$$A_{55}(\vec{p}', \vec{p}) = \frac{1}{4}(4(\vec{p}' + \vec{p})^2)^2 \quad (28)$$

$$A_{56}(\vec{p}', \vec{p}) = 4(p'^2 - p^2)^2 \quad (29)$$

$$B_{524}(\vec{p}', \vec{p}'', \vec{p}) = -4(\vec{p} \times \vec{p}'')^2(\vec{p}' + \vec{p})^2 + 4\{(\vec{p} \times \vec{p}') \cdot \vec{p}''\}^2 \quad (30)$$

$$B_{634}(\vec{p}', \vec{p}'', \vec{p}) = 8\{(\vec{p}' - \vec{p}) \cdot \vec{p}''\}\{(\vec{p} \times \vec{p}') \cdot \vec{p}''\}^2. \quad (31)$$

Rozwiązując numerycznie układ równań (25) wyznaczamy macierz t , a stąd, po niezbędnej w przypadku dwóch nukleonów antysymetryzacji, macierz przejścia na powłoce masy, którą zwyczajowo parametryzujemy za pomocą współczynników Wolfensteina [81, 57]. Znajomość macierzy przejścia pozwala na wyliczenie dowolnych obserwabli dla badanego procesu - w pracy [3] przedstawiliśmy przykładowo przekrój czynny oraz współczynniki asymetrii i depolaryzacji [57] dla potencjałów Bonn B [71] i jednego z potencjałów chiralnych [18].

Analogicznie do równania (25) można przedstawić równanie na funkcję falową deuteronu. Pojawiające się w nim nowe współczynniki $A_{kk'}^d$ i $B_{kjjk'}^d$ ponownie mogą być wyliczone za pomocą programów do algebry symbolicznej. Komplet tych współczynników, jak również otrzymana za ich pomocą funkcja falowa deuteronu również przedstawione są w pracy [3].

Należy zaznaczyć, że przedstawiony powyżej formalizm opisu elastycznego rozpraszania nukleon-nukleon i deuteronu jest uniwersalny, tzn. ze względu na kompletność zbioru operatorów w_i można go użyć dla dowolnego potencjału NN przedstawionego w postaci operatorowej. Wyrażenia funkcyjne na współczynniki A_{kj} i $B_{kjj'}$ oraz $A_{kk'}^d$ i $B_{kjjk'}^d$ są takie same dla wszystkich potencjałów, zmianie ulegają jedynie współczynniki $v_j^{tm_t}(\vec{p}', \vec{p})$ w układzie równań (25). Podczas gdy niektóre z potencjałów są wyprowadzane w postaci operatorowej, z której wprost można odczytać postać funkcji $v_j^{tm_t}(\vec{p}', \vec{p})$, inne podawane są przez autorów w bardziej złożonej formie. Przykładem może być potencjał Bonn B [71]. Z tego powodu w pracy [3] pokazaliśmy także postać tego potencjału w rozwinięciu na operatory w_i i na podstawie tego rozwinięcia wyliczyliśmy funkcję falową deuteronu i obserwabli dla elastycznego rozpraszania NN. Wszystkie otrzymane przez nas wyniki znakomicie zgadzają się z obliczeniami opartymi na rozkładzie na fale cząstkowe. Potwierdziły one, że używana w poprzednich obliczeniach liczba fal cząstkowych jest wystarczająca, aby oddać "pełne" wyniki otrzymane obecnie nową metodą.

Praca [3] pokazała na przykładzie układu dwunukleonowego, że możliwa jest praktyczna realizacja numeryczna formalizmu bez rozkładu na fale cząstkowe, który to formalizm przedstawiliśmy w [82] dla stanu związanego trzech nukleonów oraz w [83] dla rozpraszania trzech nukleonów. Ostatnio rozwiązaliśmy numerycznie stan związany trzech nukleonów bez rozkładu na fale cząstkowe [84]. Dodatkowe testy numeryczne

dotyczące macierzy t , w tym opisane poniżej włączenie oddziaływań kulombowskich, opisane są w [85]. Prowadzimy również prace nad opisem reakcji elektromagnetycznych bez rozkładu na fale cząstkowe. Pierwsze wyniki dotyczące elektrodezintegracji deuteronu przedstawiliśmy w [37]. Pokazany tam formalizm pozwala na włączenie operatorów prądu elektromagnetycznego do obliczeń kilkuciałowych bez rozkładu tych prądów na fale cząstkowe. Otwiera to możliwość rozszerzenia zakresu badanych przekazów czteropędu w procesach elektromagnetycznych w układach kilkuciałowych.

4.2 Oddziaływanie kulombowskie

Oddziaływanie kulombowskie odgrywa istotną rolę w wielu procesach jądrowych. Dla układów dwu- i trójnukleonowych jest ono ważne dla procesów z udziałem dwóch protonów przy stosunkowo niskich energiach (poniżej około 30 MeV). W przypadku oddziaływań kulombowskich zawodzi tradycyjne podejście do opisu reakcji jądrowych, u podstaw którego leży fakt skończonego zasięgu oddziaływań silnych.

W celu uniknięcia tej trudności stosowane są różne techniki, głównie wykorzystujące ekranowany potencjał kulombowski [86, 87] lub oparte o metody wariacyjne w reprezentacji położeniowej [88]. Ekranowany potencjał kulombowski przyjmowany jest zwykle w postaci iloczynu potencjału kulombowskiego i funkcji ekranującej, która zapewnia odpowiednio szybki zanik potencjału z odległością pomiędzy protonami. Pozwala to używać technik wyprowadzonych dla potencjałów krótkozasięgowych. Wśród wielu możliwych postaci funkcji ekranującej najprostsza wydaje się funkcja schodkowa, jednak jej użycie prowadzi do szeregu trudności numerycznych [89]. Dlatego zazwyczaj używa się gładszych funkcji, takich jak np. ekranowanie eksponencjalne (patrz niżej). W pracach [49] i [50] przedstawiliśmy formalizm, który bazując na idei potencjału ekranowanego nie tylko pozwala na włączenie oddziaływań kulombowskich do opisu procesów trójnukleonowych, ale dodatkowo używa trójwymiarowej postaci ekranowanej kulombowskiej macierzy t .

W formalizmie tym uwzględniamy fakt, że zasięg potencjału jądrowego jest dużo mniejszy niż zasięg ekranowanego potencjału kulombowskiego, zatem można założyć, że oba potencjały są równocześnie obecne tylko w najniższych falach cząstkowych (stany $|pq\alpha\rangle$), zaś w wyższych stanach ($|pq\gamma\rangle$) działa tylko ekranowany potencjał kulombowski V_c^R . Oczywiście dla tych stanów całkowity izospin w układzie dwuciałowym spełnia warunek $t=1$ (układ proton-proton).

Dla uproszczenia rozpatrzmy przypadek bez siły trójciałowej opisany szczegółowo w [49, 50]. Przypadek z siłą trzyciałową jest omówiony w [90].

W bazie stanów $|p, q, \alpha\rangle$ i $|p, q, \gamma\rangle$ równania Faddeeva odpowiadające równaniu (5) dla trzech cząstek oddziałujących zarówno silnie (potencjał V_N) jak i kulombowsko (potencjał V_c^R) można przedstawić jako układ równań

$$\begin{aligned} \langle pq\alpha | T | \Phi \rangle &= \langle pq\alpha | t_{N+c}^R P | \Phi \rangle \\ &+ \langle pq\alpha | t_{N+c}^R P G_0 \sum_{\alpha'} \int p'^2 dp' q'^2 dq' | p' q' \alpha' \rangle \langle p' q' \alpha' | T | \Phi \rangle \end{aligned}$$

$$+ \langle pq\alpha | t_{N+c}^R PG_0 \sum_{\gamma'} \int p'^2 dp' q'^2 dq' |p'q'\gamma'\rangle \langle p'q'\gamma'|T|\Phi\rangle \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \langle pq\gamma | T |\Phi\rangle &= \langle pq\gamma | t_c^R P |\Phi\rangle \\ &+ \langle pq\gamma | t_c^R PG_0 \sum_{\alpha'} \int p'^2 dp' q'^2 dq' |p'q'\alpha'\rangle \langle p'q'\alpha'|T|\Phi\rangle \\ &+ \langle pq\gamma | t_c^R PG_0 \sum_{\gamma'} \int p'^2 dp' q'^2 dq' |p'q'\gamma'\rangle \langle p'q'\gamma'|T|\Phi\rangle, \end{aligned} \quad (33)$$

gdzie t_{N+c}^R i t_c^R są macierzami t zbudowanymi odpowiednio z potencjałów $V_N + V_c^R$ i V_c^R .

Powyższy układ równań prowadzi do równania na amplitudę przejścia dla elastycznego rozpraszania proton-deuteron, w którym pojawia się kulombowska macierz t pomiędzy stanami $|\vec{p}\vec{q}\rangle$ określonymi przez wektory pędów Jacobiego

$$\begin{aligned} \langle \vec{p}\vec{q} | T |\Phi\rangle &= \langle \vec{p}\vec{q} | \sum_{\alpha'} \int p'^2 dp' q'^2 dq' |p'q'\alpha'\rangle \langle p'q'\alpha'|T|\Phi\rangle \\ &- \langle \vec{p}\vec{q} | \sum_{\alpha'} \int p'^2 dp' q'^2 dq' |p'q'\alpha'\rangle \langle p'q'\alpha'|t_c^R P |\Phi\rangle \\ &- \langle \vec{p}\vec{q} | \sum_{\alpha'} \int p'^2 dp' q'^2 dq' |p'q'\alpha'\rangle \langle p'q'\alpha'|t_c^R PG_0 \sum_{\alpha''} \int p''^2 dp'' q''^2 dq'' |p''q''\alpha''\rangle \langle p''q''\alpha''|T|\Phi\rangle \\ &+ \langle \vec{p}\vec{q} | t_c^R P |\Phi\rangle + \langle \vec{p}\vec{q} | t_c^R PG_0 \sum_{\alpha'} \int p'^2 dp' q'^2 dq' |p'q'\alpha'\rangle \langle p'q'\alpha'|T|\Phi\rangle. \end{aligned} \quad (34)$$

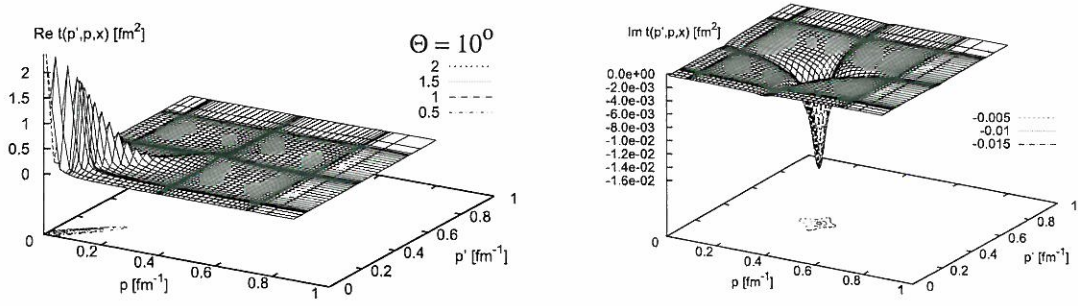
Występujący tu element macierzowy $\langle \vec{p}\vec{q} | t_c^R P |\Phi\rangle$ może, i powinien być, wyliczony bez rozkładu na fale cząstkowe. Ponieważ oddziaływanie kulombowskie działa tylko w dwuciałowym układzie proton-proton policzenie tego elementu wiąże się z policzeniem elementu $\langle \vec{p}' | t_c^R | \vec{p} \rangle$. Stanowi to osobne wyzwanie, któremu została poświęcona praca [4]. W pracy tej, wychodząc z elementów macierzowych ekranowanego potencjału kulombowskiego $\langle \vec{p}' | V_c^R | \vec{p} \rangle \equiv V_c^R(p', p, x \equiv \cos(\theta) = \hat{p} \cdot \hat{p}')$ obliczono trójwymiarową macierz $t \langle \vec{p}' | t_c^R(E) | \vec{p} \rangle \equiv t_c^R(p', p, \hat{p} \cdot \hat{p}'; E)$ przy energii $E = \frac{p_0^2}{m}$, rozwiązując równanie Lippmanna-Schwingera w postaci trójwymiarowej, bez rozkładu na fale cząstkowe [91]

$$\begin{aligned} t_c^R(p', p, x; E) &= \frac{1}{2\pi} v_c^R(p', p, x, 1) \\ &+ \int_0^\infty dp'' p''^2 \int_{-1}^1 dx'' v_c^R(p', p'', x, x'') \frac{1}{E + i\epsilon - \frac{p''^2}{m_p}} t_c^R(p'', p, x''; E) \end{aligned} \quad (35)$$

gdzie

$$v_c^R(p', p, x', x) \equiv \int_0^{2\pi} d\phi V_c^R(p', p, x'x + \sqrt{1-x'^2}\sqrt{1-x^2}\cos\phi). \quad (36)$$

W pracy [4] zbadaliśmy macierz t dla kilku typów ekranowanych potencjałów, takich jak ostro obcięty potencjał kulombowski, potencjał kulombowski ze zlokalizowanym ekranowaniem i potencjał kulombowski z ekranowaniem eksponencjalnym. Ten ostatni



Rys. 6: Rzeczywista (lewa kolumna) i urojona (prawa kolumna) część ekranowanej eksponencjalnie kulombowskiej macierzy $t(p, p', x = \cos(\theta))$ dla $E=13$ MeV, kąta rozpraszania $\theta = 10^\circ$ i parametrów ekranowania potencjału $R=120$ fm i $n=4$.

zależy od dwóch parametrów - zasięgu ekranowania R i potęgi n decydującej o szybkości zaniku potencjału

$$V_c^R(r) = \frac{e^2}{r} e^{-(\frac{r}{R})^n} . \quad (37)$$

W tym przypadku

$$v_c^R(p', p, x', x) = \frac{e^2}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\infty dr \frac{\sin(qr)}{q} e^{-(\frac{r}{R})^n} , \quad (38)$$

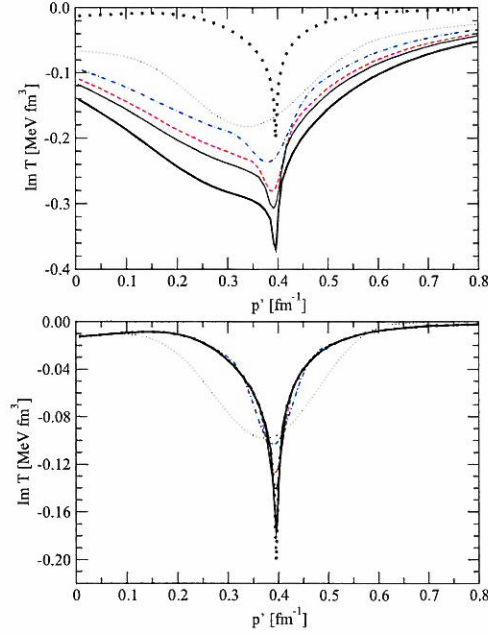
gdzie $q = |\vec{p}' - \vec{p}|$. Ze względu na duże wymagania numeryczne podczas liczenia całki z oscylującą funkcją, całkę po r obliczamy dla wybranej siatki punktów q , a następnie w razie potrzeby przeprowadzamy jej interpolację do innych wartości q . Ze względu na precyzję numeryczną, interpolację tę w praktyce należy przeprowadzić dla stosunku całki z dowolnym n do znanej analitycznie wartości całki przy $n = 1$. Stosunek ten jest stabilny numerycznie, gdyż unikamy w ten sposób gwałtownych zmian interpolowanej funkcji, która bez tego może się zmieniać o kilka rzędów wielkości na stosunkowo niewielkim przedziale pędów q .

Przykład macierzy t otrzymanej z rozwiązania równania (35) jest pokazany na rysunku 6. Rzeczywista część macierzy t posiada wyraźne maksimum dla małych wartości pędów p i p' , które przeradza się w garb leżący wzdłuż przekątnej $p = p'$. Część urojona posiada minimum wokół wartości pędów odpowiadających powłoczce masy. Dla przedstawionej na rysunku energii $E=13$ MeV odpowiada to wartości $p = p' = p_0 \approx 0.396$ fm $^{-1}$. W pracy [4] zbadaliśmy zależność kształtu macierzy t od kąta rozproszenia - wraz ze zbliżaniem się do kąta $\theta = 0^\circ$ wysokość maksimum wraz z całym garbem rośnie dla części rzeczywistej, przez co coraz ważniejsze stają się przyczynki od większych pędów. Równocześnie pogłębia się minimum części urojonej. Podobne zachowanie obserwujemy dla innych parametrów i typów ekranowania. Jednocześnie przedstawione wyniki pozwalają zbadać zachowanie macierzy t w zależności od parametrów ekranowania. Na przykład, wraz ze wzrostem zasięgu ekranowania R obserwujemy, dla ustalonego kąta rozproszenia, znaczny wzrost rzeczywistej części macierzy t w obszarze małych wartości

pędów oraz pogłębianie się i zwięźanie minimum części urojonej. Obliczenie elementów trójwymiarowej, ekranowanej kulombowskiej macierzy t pozwoliło nam także na porównanie jej z samym potencjałem. Różnice pomiędzy macierzą t a potencjałem nie są duże i ograniczone do obszarów $p, p' < p_0$ oraz $p \approx p_0$ i $p' \approx p_0$. Przykładowo, dla $E=13$ MeV, $n=4$ i $R=120$ fm nie przekraczają one 12%. W pracy [4] pokazaliśmy również zbieżność elementów na powłoce masy dla ekranowanej macierzy kulombowskiej t , otrzymanej z sumowania rozkładu fal cząstkowych, do macierzy trójwymiarowej. O ile dla małych zasięgów ekranowania wystarczy ograniczyć się do fal cząstkowych o kręcie orbitalnym $l \leq 10$, o tyle dla $R=120$ fm liczba potrzebnych dwuciałowych fal cząstkowych przekracza 50. Pokazuje to, jak ważny jest opis bez rozkładu na fale cząstkowe w przypadku rozważania układów kilku nukleonów.

Badając własności ekranowanej kulombowskiej macierzy t należy także sprawdzić jej zachowanie w granicy $R \rightarrow \infty$, a więc dla "czystej" macierzy kulombowskiej. Wyniki takich badań zostały przedstawione w pracy [5]. Poza powłoką masy granica nieskończonego zasięgu jest dobrze określona [92] (oprócz rozpraszania pod kątem 0°). I rzeczywiście, jak pokazaliśmy, również ekranowana macierz kulombowska otrzymana numerycznie osiąga tę granicę. Ustaliliśmy, że dla energii rozpraszania 13 MeV zasięg ekranowania R rzędu 100 fm jest wystarczający. W pobliżu elementów macierzowych, w których jeden ze stanów jest na powłoce masy, a drugi poza nią ("half-shell") kulombowska macierz t ma nieciągłość [93]. Jak pokazaliśmy na rys.10 i 11 w [5], ekranowana macierz kulombowska odtwarza kształt tej nieciągłości, jednak wartość graniczna jest nieustalona. Jak wiadomo, w tym przypadku granica macierzy t dla zasięgu ekranowania $R \rightarrow \infty$ nie istnieje [86, 87], gdyż zyskuje ona silnie oscylujący czynnik fazowy $e^{i\Phi_R(p)}$, gdzie dla ekranowania eksponencjalnego $\Phi_R(p) = -\eta[\ln(2pR) - \gamma/n]$ [94]. W wyrażeniu na $\Phi_R(p)$ występuje stała Eulera $\gamma = 0.5772\dots$, a parametr Sommerfelda η dany jest wzorem $\eta = \frac{m_p e^2}{2p}$. Usunięcie tych oscylacji, poprzez renormalizację sprowadzającą się do pomnożenia ekranowanej macierzy kulombowskiej przez czynnik $e^{-i\Phi_R(p)}$ prowadzi do prawidłowej granicy przy $R \rightarrow \infty$. Tym niemniej, nawet dla wartości zasięgu $R=500$ fm, ekranowana macierz kulombowska wciąż nieznacznie różni się od "czystej" macierzy kulombowskiej. Rysunek 7 ilustruje ten fakt dla części urojonej macierzy t half-shell dla energii $E_p^{lab} = 13$ MeV i kąta rozproszenia $\theta = 45^\circ$. W górnej części rysunku widzimy część urojoną macierzy t przed renormalizacją dla różnych wartości zasięgu ekranowania R i wynik analityczny dany wzorem (17) w [5], reprezentowany przez grubą kropkowaną linię. Jak widać, wraz ze zmieniającym się zasięgiem R nieznacznie zmienia się kształt macierzy t , jednak, co najważniejsze, wraz ze wzrostem R nie jest osiągana granica $R \rightarrow \infty$, a ekranowana macierz t wręcz oddala się od tej granicy. W dolnej części rysunku 7 pokazana jest również część urojona macierzy t , lecz po pomnożeniu przez czynnik renormalizujący $e^{-i\Phi_R(p)}$. Efekt renormalizacji jest uderzający - nawet macierz t przy relatywnie małym zasięgu ekranowania $R = 60$ fm bardzo dobrze oddaje oczekiwaną granicę. Należy jednak zwrócić uwagę, że zasięg ekranowania wystarczający do oddania "czystej" macierzy kulombowskiej rośnie dla mniejszych kątów rozproszenia.

Podobnie dla elementów macierzowych na powłoce masy, po zastosowaniu renormalizacji obu stanów, a więc użyciu czynnika $e^{-2i\Phi_R(p_0)}$, obserwujemy, że jej działanie jest jeszcze bardziej znaczące niż dla elementów half-shell, szczególnie dla bardzo małych



Rys. 7: Urojona część ekranowanej eksponencjalnie kulombowskiej macierzy $t(p', k = 0.396 \text{ fm}^{-1}, \theta)$ half-shell dla $E=13 \text{ MeV}$, kąta rozpraszania $\theta = 45^\circ$, parametru ekranowania $n=4$ i zasięgów ekranowania R : $R = 20 \text{ fm}$ (linia kropkowana), $R = 60 \text{ fm}$ (niebieska linia kreskowano-kropkowana), $R = 120 \text{ fm}$ (czerwona linia kreskowana), $R = 180 \text{ fm}$ (linia ciągła) i $R = 500 \text{ fm}$ (gruba linia ciągła). "Czysta" macierz kulombowska dana jest przez grubą kropkowaną linię.

kątów rozproszenia. Dla części urojonej macierzy t renormalizacja prowadzi nawet do zmiany znaku. Po wykonaniu renormalizacji otrzymujemy bardzo dobrą zgodność z amplitudą kulombowską [95].

Zanim wykorzystamy ekranowany kulombowski potencjał do obliczeń w układzie proton-deuteron możemy użyć go do zbadania układu proton-proton. Dlatego, w pracy [5] przedstawiliśmy również obliczenia przekroju czynnego i obserwabli spinowych dla elastycznego rozpraszania proton-proton z wykorzystaniem potencjału CD Bonn i ekranowanego potencjału kulombowskiego. W pracy [5] pokazano, że w przypadku dwóch ciał nie ma potrzeby dodatkowo renormalizować macierzy t tak długo, jak długo jesteśmy zainteresowani wyłącznie obserwabliami, a nie przesunięciami fazowymi. Numerycznie zbadaliśmy dla jakich wartości zasięgu ekranowania R obserwabli stają się niezależne od tej wielkości. Wniosek ten uzyskaliśmy porównując otrzymane wyniki z rezultatami otrzymanymi metodą Vincenta-Phataką [96], która jest alternatywnym sposobem obliczania obserwabli w rozpraszaniu proton-proton. Okazuje się, że biorąc zasięg ekranowania $R > 100 \text{ fm}$ dla wszystkich zbadanych wartości parametru n ($n \leq 4$) otrzymujemy bardzo dobry opis obserwabli w rozpraszaniu proton-proton przy energii kinetycznej protonu w układzie laboratoryjnym $E=13 \text{ MeV}$. Wraz ze wzrostem energii wystarcza mniejszy zasięg ekranowania, np. dla $E=50 \text{ MeV}$ granicę otrzymujemy już dla $R=60 \text{ fm}$.

Formalizm użyty w [5] do obliczenia obserwabli w procesie elastycznego rozpraszania

proton-proton oparty był na trójwymiarowej, ekranowanej kulombowskiej macierzy t oraz na elementach macierzowych dla oddziaływania silnego w rozkładzie na fale cząstkowe. W pracy [85] połączyliśmy formalizm dla rozpraszania nukleonów bez rozkładu na fale cząstkowe z trójwymiarowym formalizmem dla kulombowskiej macierzy t . Pozwoliło to na obliczenie po raz pierwszy obserwabli dla rozpraszania proton-proton całkowicie unikając rozkładu na fale cząstkowe. W pracy [85] pokazaliśmy zgodność trzech metod (w pełni trójwymiarowej, Vincenta-Phataka i mieszanej, łączącej rozkład na fale cząstkowe i trójwymiarowy formalizm). Należy jednak pamiętać, że obliczenia te, choć pozwalają na wyliczenie obserwabli, nie pozwalają jednak na wyznaczenie przesunięć fazowych w układzie proton-proton, do czego niezbędna jest renormalizacja macierzy przejścia.

5 Efekty relatywistyczne

Konstrukcja relatywistycznej mechaniki kwantowej zależy od sposobu włączenia oddziaływania pomiędzy cząstkami przy konstrukcji generatorów grupy Poincarégo. W zależności od tego, które z generatorów grupy Poincarégo nie są powiązane z oddziaływaniem, otrzymujemy różne formy dynamiki [97, 98]. Formalizm wyprowadzony w ramach tzw. "instant form of relativistic dynamics" do opisu układów trójnukleonowych został przedstawiony w pracach [41, 42, 99, 100], a następnie w [101, 102, 103, 104] zastosowaliśmy go do badania reakcji trójnukleonowych. Kluczowe dla praktycznej realizacji jest zachowanie struktury równań (4)-(6). Zmianie ulegają wówczas jedynie poszczególne składniki spełniające obecnie wymogi teorii relatywistycznej. W ramach tego formalizmu w szczególności przeprowadzono badania efektów relatywistycznych w reakcji rozszczepienia deuteronu, których wyniki przedstawione zostały w pracy [6]. Poniżej krótko omówię sam formalizm i opiszę niektóre wyniki.

W przypadku opisu relatywistycznego dwóch cząstek poruszających się z całkowitym pędem \vec{q} część kinetyczna Hamiltonianu wynosi

$$H_0^{2N} = \sqrt{(2\omega(\vec{k}))^2 + \vec{q}^2}, \quad (39)$$

gdzie \vec{k} to pęd względny dwóch nukleonów w układzie ich środka masy, a $\omega(\vec{k}) \equiv \sqrt{m^2 + (\vec{k})^2}$.

W formalizmie relatywistycznym oddziaływanie cząstek opisujemy przez relatywistyczny potencjał, tj. potencjał spełniający równanie Schrödingera, w którym związek pomiędzy energią i pędem ma formę relatywistyczną. Potencjał taki można otrzymać wychodząc z nierelatywistycznego potencjału v^{nrel} , spełniającego nierelatywistyczne równanie Schrödingera, poprzez odpowiednią transformację [105]. Oba potencjały, relatywistyczny i nierelatywistyczny, prowadzą do identycznych przesunięć fazowych, a więc do identycznego opisu układu dwóch nukleonów w układzie ich środka masy. Przechodząc do układu poruszającego się, należy dokonać transformacji pchnięcia (boostu) potencjału relatywistycznego v z układu środka masy, otrzymując potencjał V w układzie poruszającym się z pędem \vec{q} [106]

$$V(\vec{q}) \equiv \sqrt{(2\omega(\vec{k}) + v)^2 + \vec{q}^2} - \sqrt{(2\omega(\vec{k}))^2 + \vec{q}^2}. \quad (40)$$

Ze względu na skomplikowaną formułę tej transformacji pchnięcia [100], wymagającej znajomości funkcji falowej deuteronu i elementów macierzy t będących częściowo na powłoce masy (half-shell) w układzie środka masy dwóch nukleonów, w naszych obliczeniach używamy przybliżenia dla pchniętego potencjału w bazie stanów o określonym pędzie przez

$$V(\vec{k}, \vec{k}'; \vec{q}) = v(\vec{k}, \vec{k}') \left[1 - \frac{\vec{q}^2}{8\sqrt{m^2 + \vec{k}^2}\sqrt{m^2 + (\vec{k}')^2}} \right]. \quad (41)$$

Jak pokazano w [41] na przykładzie własności deuteronu przybliżenie (41) jest dobre z dokładnością kilku procent dla energii kinetycznej deuteronu poniżej 250 MeV.

Dysponując wyrażeniami na energię kinetyczną i potencjał w dowolnym układzie poruszającym się z pędem \vec{q} względem układu środka masy dwóch nukleonów, rozwiązujemy relatywistyczne równanie Lippmanna-Schwingera [107]

$$t(\vec{k}, \vec{k}'; \vec{q}) = V(\vec{k}, \vec{k}'; \vec{q}) + \frac{\int d^3 k'' V(\vec{k}, \vec{k}''; \vec{q}) t(\vec{k}'', \vec{k}'; \vec{q})}{\sqrt{(2\omega(\vec{k}'))^2 + \vec{q}^2} - \sqrt{(2\omega(\vec{k}''))^2 + \vec{q}^2} + i\epsilon} \quad (42)$$

otrzymując tzw. pchniętą macierz t w tym układzie.

Podobnie można otrzymać [41] funkcję falową deuteronu $\phi_d(\vec{k})$ poruszającego się z pędem \vec{q}_0

$$\phi_d(\vec{k}) = \frac{1}{\sqrt{m_d^2 + \vec{q}_0^2} - \sqrt{(2\omega(\vec{k}))^2 + \vec{q}_0^2}} \int d^3 k' V(\vec{k}, \vec{k}'; \vec{q}_0) \phi_d(\vec{k}'), \quad (43)$$

gdzie $\sqrt{m_d^2 + \vec{q}_0^2}$ jest energią poruszającego się deuteronu, a m_d jest jego masą spoczynkową.

Przechodząc do układów trzech nukleonów operator energii kinetycznej H_0^{2N} należy uzupełnić o energię trzeciego nukleonu. W układzie środka masy trzech nukleonów można zapisać go jako

$$H_0 = \sqrt{(2\omega(\vec{k}))^2 + \vec{q}^2} + \sqrt{m^2 + \vec{q}^2}. \quad (44)$$

Powyżej \vec{k} to ponownie pęd jednej z cząstek w podukładzie dwuczłonowym, a \vec{q} to pęd trzeciej cząstki względem podukładu dwuczłonowego w układzie środka masy trzech nukleonów. Zatem w układzie tym podukład dwuczłonowy porusza się z pędem $-\vec{q}$.

Również w operatorze propagacji 3N pojawiają się relatywistyczna forma (44) operatora energii kinetycznej

$$G_0 = \frac{1}{E + i\epsilon - H_0}, \quad (45)$$

zaś całkowitą energię układu 3N, zarówno dla reakcji elastycznego rozpraszania jak i rozszczepienia deuteronu, w układzie środka masy 3N można wyrazić jako funkcję pędu nukleonu względem deuteronu \vec{q}_0 w stanie początkowym nukleon-deuteron

$$E = \sqrt{(m_d)^2 + \vec{q}_0^2} + \sqrt{m^2 + \vec{q}_0^2}. \quad (46)$$

Do opisu stanu trzyczłonowego wygodnie jest, oprócz wektora \vec{k} (zastępującego nierelatywistyczny pęd Jacobiego \vec{p} , patrz równanie (11)), użyć pędu \vec{p}_1 nukleonu 1 w układzie środka masy 3N. Wektor ten opisuje więc równocześnie całkowity pęd układu 2-3, równy $-\vec{p}_1$. Wtedy relatywistyczny stan bazowy $|kp_1\alpha\rangle$ wyraża się przez pędy poszczególnych nukleonów \vec{p}_i w układzie środka masy 3N przez [41]

$$|kp_1\alpha\rangle \equiv |kp_1(ls)j(\lambda\frac{1}{2})I(jI)JM\rangle |(\frac{1}{2})TM_T\rangle$$

$$\begin{aligned}
&= N(\vec{p}_2, \vec{p}_3) \sum_{\mu_2 \mu_3 \mu_s} \sum_{\mu_1 \mu'_2 \mu'_3} \sum_{\mu_1 \mu_\lambda \mu_I \mu} \left(\frac{1}{2} \mu_2 \frac{1}{2} \mu_3 |s \mu_s\rangle (l \mu_l s \mu_s | j \mu) (\lambda \mu_\lambda \frac{1}{2} \mu_1 | I \mu_I) \right. \\
&\times (j \mu I \mu_I | J M) \int d\hat{p}_1 Y_{\mu_\lambda}^\lambda(\hat{p}_1) \int d\hat{k} Y_{\mu_l}^l(\hat{k}) D_{\mu'_2 \mu_2}^{\frac{1}{2}}(P, \vec{k}) \\
&\times D_{\mu'_3 \mu_3}^{\frac{1}{2}}(P, -\vec{k}) | \vec{p}_2 \mu'_2 \vec{p}_3 \mu'_3 \vec{p}_1 \mu_1 \rangle . \tag{47}
\end{aligned}$$

Pędy nukleonów 2 i 3 w układzie środka masy 3N, \vec{p}_2 i \vec{p}_3 , zależą od \vec{k} i \vec{p}_1 , czterowektor $P = (\sqrt{m^2 + \vec{p}_2^2} + \sqrt{m^2 + \vec{p}_3^2}, \vec{p}_2 + \vec{p}_3)$ a $N(\vec{p}_2, \vec{p}_3)$ jest Jakobianem transformacji od pędów \vec{p}_2 i \vec{p}_3 do pędów \vec{P} i \vec{k} . $D_{\mu'_\mu}^{\frac{1}{2}}$ to macierze Wignera [108], których argumenty definiują obroty Wignera związane z transformacją pomiędzy układami środka masy dwóch i trzech nukleonów. Spin podukładu dwuciałowego s definiujemy w układzie środka masy 2N [41]. Przejście z podukładu środka masy 2N do układu środka masy 3N powoduje dodatkowe obroty stanów spinowych, tzw. obroty Wignera. Obroty te pojawiają się, gdy transformujemy stan pędowo-spinowy z jednego układu do drugiego, a pchnięcie nie odbywa się wzdłuż wektora pędu cząstki.

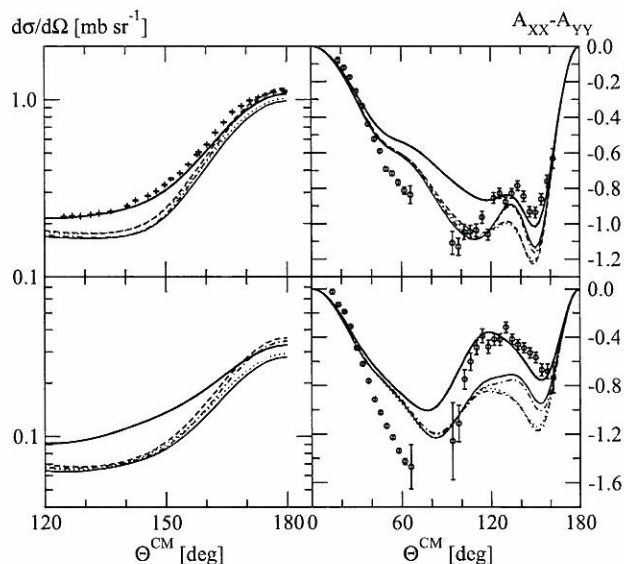
Operator permutacji w bazie (47) daje się wyrazić w formie analogicznej do przypadku nierelatywistycznego, jednak końcowe wyrażenia są dużo bardziej skomplikowane. Ta komplikacja wynika z potrzeby uwzględnienia obrotów Wignera. Prowadzi to do znacznego wydłużenia czasu komputerowego potrzebnego do praktycznych obliczeń. Jednakże, jak pokazano w [41] obroty te mają niewielki wpływ na obserwable i mogą być w pierwszym przybliżeniu zaniedbane.

W pracy [104] przedstawiliśmy rozszerzoną wersję powyższego formalizmu, w której uwzględnione zostały oddziaływania trójciałowe. W dalszym ciągu zachowana jest struktura równań Faddeeva a otrzymane wyniki pokazują, że włączenie sił trójciałowych nie powoduje istotnych zmian w wielkości efektów relatywistycznych.

Poniżej przedstawiam wybrane wyniki dotyczące efektów relatywistycznych w reakcjach trójnukleonowych.

W reakcji elastycznego rozpraszania Nd efekty relatywistyczne nie są duże. Rysunek 8 przedstawia różniczkowy przekrój czynny dla tego procesu przy $E_N^{lab} = 135$ i $E_N^{lab} = 200$ MeV. Dla dużych kątów rozproszenia widać wyraźny efekt, rosnący z energią, pochodzący od włączenia efektów relatywistycznych. Dla mniejszych kątów rozproszenia efekty relatywistyczne są zaniedbywalne. Obserwable polaryzacyjne w elastycznym rozpraszaniu Nd przy energii kinetycznej nukleonu w układzie laboratoryjnym $E_N^{lab} = 135$ i $E_N^{lab} = 200$ MeV zbadano w pracy [102]. Przedstawiona na rysunku 8 różnica tensorowych zdolności analizujących $A_{XX} - A_{YY}$ ma typowe dla tych obserwabli zachowanie. Przy badanych energiach efekty relatywistyczne są znikome, a ich wielkość jest zaniedbywalna w porównaniu z rozrzutem wynikającym z użycia różnych modeli oddziaływania NN.

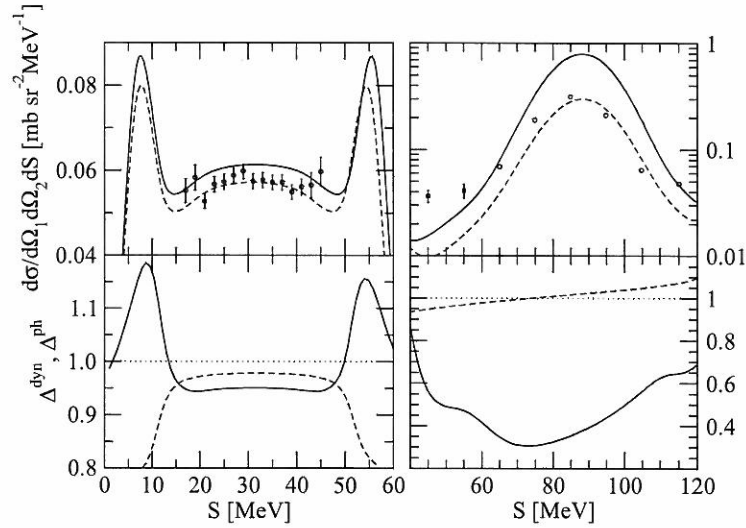
Reakcję rozszczepienia deuteronu badaliśmy w pracy [101]. Rysunek 9 przedstawia przewidywania teoretyczne dla różniczkowego przekroju czynnego $d^5\sigma/d\Omega_1 d\Omega_2 dS$ dla procesu rozszczepienia deuteronu dla konfiguracji kinematycznych, definiowanych przez kąty wylotu dwóch nukleonów i położenie na krzywej S . Krzywa S , w funkcji której przedstawiono przekrój czynny, to krzywa na płaszczyźnie wyznaczonej przez energie dwóch nukleonów w stanie końcowym o określonych kątach wylotu [58]. Każdy z jej punktów dla zadanego kierunku dwóch nukleonów jednoznacznie określa konfigurację



Rys. 8: Różniczkowy przekrój czynny (lewa kolumna) i różnica tensorowych zdolności analizujących $A_{XX} - A_{YY}$ (prawa kolumna) dla elastycznego rozpraszania nukleon-deuteron dla $E_n^{lab}=135$ MeV (górny rząd) i $E_n^{lab}=200$ MeV (dolny rząd). Linia ciągła (kropkowano-kreskowana) i kropkowana (kreskowana) oznaczają nierelatywistyczne (relatywistyczne) przewidywania teoretyczne oparte odpowiednio na potencjale AV18 lub CD Bonn. Gruba, ciągła linia reprezentuje nierelatywistyczne przewidywania otrzymane z siłami AV18 + Urbana IX. Dane eksperymentalne dla przekroju czynnego pochodzą z [109] a dla różnicy zdolności analizujących z [110].

kinematyczną. W górnej części rysunku porównano przewidywania otrzymane w ramach formalizmu nierelatywistycznego z potencjałem CD Bonn (linia ciągła) i relatywistycznego (linia przerywana). Nawet przy stosunkowo niskiej energii $E_n^{lab}=65$ MeV efekty relatywistyczne są znaczące (około 8%) i poprawiają opis danych eksperymentalnych [111]. Dla energii $E_n^{lab}=200$ MeV obserwujemy wyraźny wzrost wielkości efektów relatywistycznych. Dla pokazanej konfiguracji sięgają one 60% prowadząc do poprawy opisu danych eksperymentalnych [112]. Dolna część rysunku 9 pokazuje wkłady do zmiany przekroju czynnego, który jest iloczynem części dynamicznej (kwadratu elementu macierzowego macierzy przejścia) i czynnika przestrzeni fazowej, od obu tych czynników. Dla $E_n^{lab}=65$ MeV i konfiguracji kinematycznych odpowiadających skrajnym wartościom parametru S zmiany relatywistyczne w obu czynnikach przekroju czynnego są istotne. Dla pośrednich wartości S ważniejszą rolę odgrywa czynnik dynamiczny. Dla wyższej energii zmiana przekroju czynnego niemal w całości pochodzi od efektów dynamicznych.

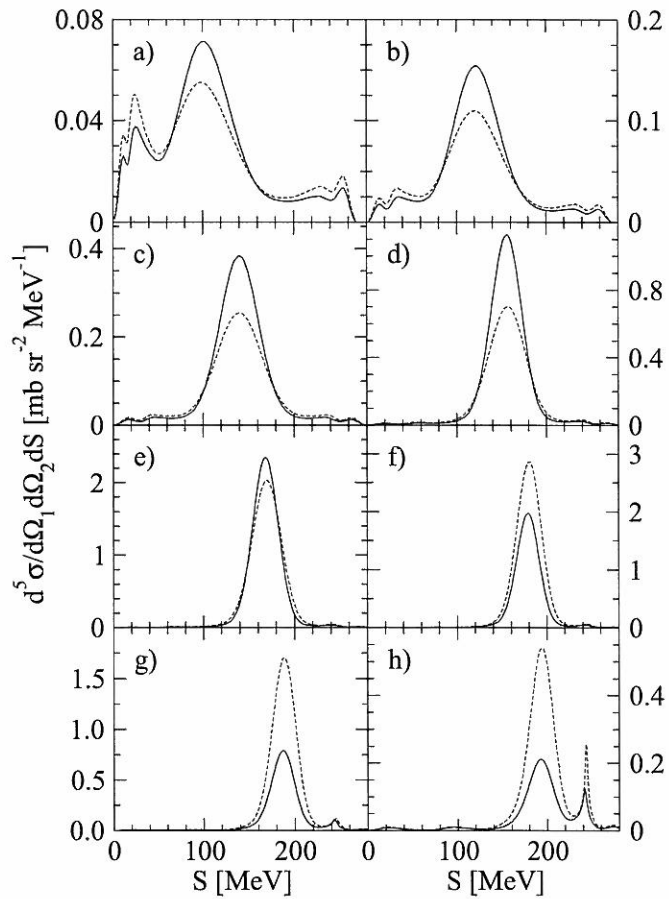
Powyższe badania wskazały na potrzebę systematycznego zbadania całej dostępnej przestrzeni fazowej pod kątem poszukiwania grup konfiguracji o szczególnie dużych efektach relatywistycznych. W tym celu w pracy [6] dokonano przeszukania przestrzeni fazowej dla reakcji rozszczepienia deuteronu przez neutron dla dwóch energii padającego neutronu $E_n^{lab}=65$ i 200 MeV. Przebadanie ponad 4 milionów konfiguracji kinematy-



Rys. 9: Różniczkowy przekrój czynny $d^5/d\Omega_1 d\Omega_2 dS$ dla procesu $d(p,pp)n$ przy $E_p^{lab}=65$ MeV dla kątów wylotu protonów względem wiązki $\Theta_1=\Theta_2=54^\circ$ i względnym kącie azymutalnym $\Phi=120^\circ$ (lewa kolumna) oraz dla procesu $d(p,pn)p$ przy $E_p^{lab}=200$ MeV i kątów wylotu $\theta_1 = 52^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$ i $\phi_{12} = 180^\circ$ (prawa kolumna). W górnej części pokazano wartość przekroju czynnego otrzymanego z użyciem formalizmu nierelatywistycznego (linia ciągła) i relatywistycznego (linia przerywana). Dane dla $E_p^{lab}=65$ MeV pochodzą z [111], dla $E_p^{lab}=200$ MeV z [112]. W dolnej części linia przerywana pokazuje stosunek relatywistycznego i nierelatywistycznego czynnika przestrzeni fazowej (Δ^{ph}), a linia ciągła przedstawia taki sam stosunek dla części dynamicznej przekroju czynnego (Δ^{dyn}).

czynnych pozwoliło wskazać obszary przestrzeni fazowej, gdzie efekty relatywistyczne są szczególnie duże. Co więcej, dzięki wykonanym obliczeniom można określić, czy źródłem efektów relatywistycznych jest zmiana czynnika przestrzeni fazowej, czy też zmiany w samej dynamice procesu. Znalezione między innymi grupę konfiguracji kinematycznych dla $E_n^{lab}=200$ MeV, które mogą być szczególnie użyteczne w badaniu efektów relatywistycznych. Dla tych konfiguracji, różniących się jedynie kątem wylotu jednego z neutronów względem wiązki θ_1 , widać systematyczną zmianę przekroju czynnego wywołaną efektami relatywistycznymi przy zmianie tego kąta (rysunek 10). Dla pewnych kątów θ_1 efekty relatywistyczne znacząco zwiększają nierelatywistyczny przekrój czynny. Wraz ze wzrostem kąta efekty relatywistyczne maleją, po czym prowadzą do zmniejszenia nierelatywistycznego przekroju czynnego.

W chwili obecnej w fazie planowania jest eksperyment na detektorze WASA w Forschungszentrum w Jülich, w którym będą mierzone przekroje czynne we wskazanych przeze mnie energiach i konfiguracjach. Eksperyment ten został już zaakceptowany do realizacji, a jego planowany termin wykonania to 2013 rok. Trwają także prace nad rozszerzeniem tego eksperymentu na inne energie i przeprowadzenie go z wiązką spolaryzowanych protonów lub deuteronów.



Rys. 10: Różniczkowy przekrój czynny $\frac{d^5\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dS}$ dla reakcji $d(n, n_1 n_2)p$ przy $E_n^{lab} = 200$ MeV dla ustalonych kątów: wylotu jednego z nukleonów względem wiązki $\theta_2 = 37.5^\circ$, względnym kącie azymutalnym pomiędzy nukleonami $\phi_{12} = 180^\circ$ i różnych kątów θ_1 : a) $\theta_1 = 27.5^\circ$, b) $\theta_1 = 32.5^\circ$, c) $\theta_1 = 37.5^\circ$, d) $\theta_1 = 42.5^\circ$, e) $\theta_1 = 47.5^\circ$, f) $\theta_1 = 52.5^\circ$, g) $\theta_1 = 57.5^\circ$, h) $\theta_1 = 62.5^\circ$. Wyniki obliczeń opartych o formalizm nierelatywistyczny (relatywistyczny) dane są linią kreskową (ciągłą). Jako oddziaływanie NN przyjęto potencjał CD Bonn.

6 Podsumowanie

W ostatnich latach dokonał się znaczący postęp w badaniach układów kilkunukleonowych, zarówno na polu eksperymentalnym, jak i teoretycznym. W szczególności pojawiły się nowe siły dwu- i trzy-nukleonowe. Te ostatnie zawierają coraz więcej nowych struktur pędowo-spinowo-izospinowych, co wpływa na jakość teoretycznego opisu układów kilkunukleonowych. Oddziaływania te mają silne podstawy teoretyczne, będąc powiązanymi z QCD poprzez symetrię chiralną. Wraz z pojawianiem się nowych składników potencjału jądrowego rośnie także ich złożoność, a przez to rosną trudności w ich praktycznym wykorzystaniu w analizie teoretycznej układów i procesów jądrowych.

W pracy [1] pokazaliśmy, że nowa, w części zautomatyzowana, metoda rozkładu na fale cząstkowe operatorów siły trójciałowej, może być z powodzeniem zastosowana do złożonych sił trójciałowych. W metodzie tej rozkład na fale cząstkowe sprowadza się do pięciokrotnej całki po zmiennych kątowych funkcji zależnej od początkowych i końcowych wektorów pędów Jacobiego. Dokonując rozkładu na fale cząstkowe zarówno długo- jak i krótko-zasięgowych części siły TM, mogliśmy zbadać jej wpływ na energię wiązania trytonu i funkcję korelacji. Wykonaliśmy przy tym szereg różnorodnych testów numerycznych potwierdzając poprawność tej metody i używanych kodów komputerowych. Obliczenia te pozwoliły również na szczegółową analizę zachowania poszczególnych składników siły TM i pokazały ważną rolę członów związanych z wymianą dwóch pionów i pary π - ρ .

Badanie sił trójciałowych kontynuowaliśmy w pracy [2]. Tym razem policzyliśmy, po raz pierwszy, elementy macierzowe długozasięgowej części chiralnej siły trójciałowej w N^3LO . Razem z najważniejszymi wkładami o krótkim zasięgu tworzą one siłę, którą wykorzystaliśmy następnie do zbadania własności trytonu. Aby ustalić wartości swobodnych parametrów oddziaływania, nie tylko policzyliśmy energię wiązania 3H , ale także rozwiązaliśmy równanie Faddeeva dla stanu rozproszeniowego o zerowej energii układu $3N$, obliczając następnie dubletową długość rozpraszania neutron-deuteron. Porównanie otrzymanych obserwacji z wartościami eksperymentalnymi pozwoliło ustalić wartości swobodnych parametrów siły trójciałowej. W konsekwencji zbadaliśmy wpływ poszczególnych składników siły trójciałowej na energię wiązania trytonu. Okazało się, że żadnego z elementów oddziaływania chiralnego w N^3LO nie można zaniedbać. Obok dominującego oddziaływania π - π ważne są także długozasięgowe siły typu 2π - 1π i "ring". Również krótkozasięgowa część siły trójciałowej wnosi znaczny wkład do energii wiązania trytonu. W pracy [2] zbadaliśmy także rolę poszczególnych składników oddziaływania chiralnego w 3H w zależności od jego parametrów obcięcia.

Chociaż rozkład na fale cząstkowe jest uznanym sposobem prowadzenia obliczeń w układach dwu i więcej nukleonów, w niektórych sytuacjach przydatny byłby formalizm unikający fal cząstkowych. W pracy [3] przeprowadziliśmy takie obliczenia dla procesu rozpraszania nukleon-nukleon. Zaprezentowana i użyta tam metoda wykorzystuje fakt, że potencjał oddziaływania dwóch nukleonów może być przedstawiony w postaci operatorowej. W konsekwencji macierz przejścia dla rozpraszania NN i funkcję falową deuteronu możemy wyrazić przez funkcje wektorów pędów, zależne od użytego potencjału, i czynniki niezależne od potencjału, a zależne jedynie od wektorów pędów nukleonów. W pracy [3] podaliśmy komplet wyrażań na te niezależne od potencjału

współczynniki. Na przykładzie potencjału Bonn B i oddziaływania chiralnego N^2LO pokazaliśmy zgodność wyników otrzymanych bez rozkładu na fale cząstkowe z wynikami otrzymanymi w ramach formalizmu fal cząstkowych, tak dla deuteronu, jak i dla obserwabli w rozpraszaniu NN. W jednym z dodatków przedstawiliśmy również wersję potencjału Bonn B dostosowaną do obliczeń bez rozkładu na fale cząstkowe.

Trójwymiarowy formalizm, nie wymagający rozkładu na fale cząstkowe, może być szczególnie przydatny przy uwzględnianiu długozasięgowych oddziaływań kulombowskich pomiędzy protonami. Praca [4] przedstawia rozwiązanie trójwymiarowej wersji równania Lippmanna-Schwingera z ekranowanym potencjałem kulombowskim. Omówiono w niej własności otrzymanej w ten sposób macierzy t dla różnych rodzajów i parametrów ekranowania. Podczas gdy użycie ostro obciętego potencjału kulombowskiego prowadzi do oscylacji macierzy t , użycie łagodniejszych funkcji ekranujących, jak ekranowania eksponencjalnego, daje stabilne numerycznie wyniki. Zbadano także zależność macierzy t od kąta rozpraszania. Dla malejących kątów rozpraszania i w obszarze małych pędów wzrasta wysokość maksimum rzeczywistej części macierzy t . Dodatkowo pogłębia się minimum części urojonej macierzy t w okolicy punktu na powłoce masy.

Własności ekranowanej kulombowskiej macierzy t badano także w pracy [5]. Szczegółowo zanalizowano zachowanie rzeczywistej i urojonej części macierzy t dla elementów poza powłoką masy, częściowo na powłoce masy (half-shell) i całkowicie na niej (on-shell). W dwóch ostatnich przypadkach pokazano działanie renormalizacji na elementy ekranowanej kulombowskiej macierzy t . We wszystkich przypadkach odtworzono znaną granicę elementów macierzowych przy zasięgu ekranowania dążącym do nieskończoności. Tym samym pokazano dla elementów macierzy t half-shell i na powłoce masy konieczność i poprawność procedury renormalizacji. Dodatkowo, badając zbieżność ekranowanej macierzy t w granicy kulombowskiej, otrzymano wartości parametrów ekranowania, dla których granica ta zostaje praktycznie osiągnięta dla różnych kątów rozpraszania. Ponadto, wykorzystano trójwymiarową, ekranowaną macierz kulombowską do obliczenia obserwabli w rozpraszaniu proton-proton. W obliczeniach tych oddziaływanie jądrowe traktowano w rozkładzie na fale cząstkowe. Uzyskana zgodność otrzymanych obserwabli z obserwabliami wyliczonymi metodą Vincenta-Phataka pokazuje, że trójwymiarowa ekranowana kulombowska macierz t może być z powodzeniem stosowana w obliczeniach teoretycznych. Jest to ważny krok w kierunku włączenia długozasięgowego oddziaływania kulombowskiego do analizy procesów z większą liczbą nukleonów.

Podczas gdy oddziaływanie kulombowskie odgrywa ważną rolę w procesach przy niskich energiach, dla wyższych energii istotne staje się pytanie o rolę efektów relatywistycznych. Wyniki prowadzonych nad tym zagadnieniem badań zawiera m.in. praca [6], w której zbadano zmiany przekroju czynnego na rozszczepienie deuteronu przez nukleon spowodowane efektami relatywistycznymi. Oprócz efektów czysto kinematycznych uwzględniono m.in. także relatywistyczną formę potencjału NN i związanej z nim macierzy t , oraz ich zależność od pędu całkowitego układu oddziałujących nukleonów. Użycie pchniętej macierzy t powoduje zmiany w dynamicznej części macierzy przejścia, które są wyraźnie widoczne w przekroju czynnym. Przystudiowanie około czterech milionów konfiguracji kinematycznych z całej dostępnej przestrzeni fazowej, pozwoliło znaleźć konfiguracje kinematyczne o znacznych efektach relatywistycznych. Jednocześnie można było stwierdzić, czy źródłem tych efektów są tylko efekty związane ze zmianą przestrzeni

fazowej, czy efekty dynamiczne, czy też oba równocześnie. Okazało się, że dla wielu konfiguracji efekty pochodzące od dynamiki są dominujące. Podczas gdy dla energii wiązki 65 MeV efekty relatywistyczne dla przekroju czynnego sięgają 20%, dla wyższej energii 200 MeV zmiany mogą sięgać 55%. W pracy [6] przeprowadziliśmy także porównanie przewidywań teoretycznych z istniejącymi danymi eksperymentalnymi przy energiach 65-200 MeV. Dla niektórych z danych uzyskaliśmy poprawę opisu, jednak w pewnych konfiguracjach przewidywania teoretyczne odbiegają od wyników eksperymentów. Świadczy to o potrzebie dalszych badań zarówno nad efektami relatywistycznymi, jak i modelami sił jądrowych.

Przedstawiony powyżej rozwój formalizmu i metod numerycznych, używanych do opisu układów trójnukleonowych, pozwolił na zastosowanie najnowszych potencjałów jądrowych w praktycznych obliczeniach, dających w wyniku obserwabla dla takich reakcji jak elastyczne rozpraszanie nukleon-deuteron, rozszczepienie deuteronu przez nukleon lub procesy z udziałem sond elektromagnetycznych. To z kolei przyczynia się do głębszego zrozumienia Hamiltonianu jądrowego i mechanizmów tych reakcji.

7 Oświadczenie habilitanta o wkładzie w autorstwo publikacji

Swój wkład do pracy [1], polegający na budowie formalizmu, napisaniu i testowaniu kodów komputerowych, w szczególności ich części przeznaczonych dla komputerów równoległych, wykonaniu obliczeń elementów macierzowych siły trójciałowej TM, porównaniu i analizie różnych części siły trójciałowej, porównaniu ich z klasycznym rozkładem na fale cząstkowe, zbadaniu elementów macierzowych operatora będącego iloczynem siły trójciałowej i operatora permutacji, wykonaniu obliczeń dla stanu związanego, analizie wyników i przygotowaniu publikacji, **oceniam na 45%**.

Swój wkład do pracy [2], polegający na rozwoju formalizmu, napisaniu skryptów programu *Mathematica*[®] i kodów komputerowych, napisaniu wersji równoległej kodów, wykonaniu obliczeń elementów macierzowych chiralnej siły trójciałowej w N³LO, porównaniu i analizie różnych części siły trójciałowej, porównaniu ich z siłą trójciałową w N²LO i z siłą otrzymaną w klasycznym rozkładzie na fale cząstkowe, wykonaniu obliczeń stanu związanego i długości rozpraszania, wyznaczeniu wartości swobodnych parametrów siły trójciałowej w N³LO, analizie wpływu nowych członów siły trójciałowej na własności ³H i przygotowaniu publikacji, **oceniam na 50%**.

Swój wkład do pracy [3], polegający na rozwoju formalizmu, napisaniu i testowaniu kodów, napisaniu i przetestowaniu wersji równoległej kodów, analizie i optymalizacji kodów na różnych kompilatorach i systemach, wykonaniu obliczeń, częściowo analitycznie, współczynników skalarnych i obserwabli, analizie i porównaniu wyników otrzymanych bez i z rozkładem na fale cząstkowe i przygotowaniu publikacji, **oceniam na 25%**.

Swój wkład do pracy [4], polegający na rozwoju formalizmu, napisaniu kodów, napisaniu wersji równoległej kodów, opracowaniu procedury szybkiego i dokładnego całkowania funkcji oscylującej przez zastosowanie interpolacji wielomianami, wykonaniu obliczeń kulombowskiej ekranowanej macierzy t , porównaniu wyników otrzymanych bez i z rozkładem na fale cząstkowe, wyborze typów ekranowania i parametrów przy których badamy macierz t (kąty, energie) oraz przygotowaniu publikacji, **oceniam na 70%**.

Swój wkład do pracy [5], polegający na pracach nad formalizmem, napisaniu i testowaniu kodów, wykonaniu obliczeń (obserwable pp i trójwymiarowa ekranowana kulombowska macierz t), przeanalizowaniu elementów macierzowych, uzgodnieniu i przetestowaniu wyrażen granicznych z literatury (on-, half- i off-shell i czynnika renormalizującego), napisaniu i testowaniu skryptów programu *Mathematica*[®], analizie wyników i przygotowaniu publikacji, **oceniam na 60%**.

Swój wkład do pracy [6], polegający na rozwoju formalizmu, napisaniu kodów, wykonaniu obliczeń i przeszukanie przestrzeni fazowej, badaniu różnych sposobów rzutowania nierelatywistycznej krzywej S na relatywistyczną krzywą S , znalezieniu i zaproponowaniu konfiguracji kinematycznych przydatnych do badania różnych typów efektów relatywistycznych, wyjaśnieniu pochodzenia efektów relatywistycznych (efekty dynamiczne i kinematyczne) w przekroju czynnym, porównaniu otrzymanych wyników z danymi eksperymentalnymi oraz przygotowaniu publikacji, **oceniam na 70%**.

8 Literatura

- [1] R.Skibiński, J. Golak, K.Topolnicki, H.Wiła, H.Kamada, W.Glücke, A.Nogga, *Eur. Phys J. A* **47** (2011) 48: The Tucson-Melbourne Three-Nucleon Force in the automatized Partial Wave Decomposition.
- [2] R.Skibiński, J.Golak, K.Topolnicki, H.Wiła, E.Epelbaum, W.Glücke, H.Krebs, A.Nogga, H.Kamada, *Phys. Rev. C* **84** (2011) 054005: Triton with long-range chiral N^3LO three-nucleon forces.
- [3] J.Golak, W.Glücke, R.Skibiński, H.Wiła, D.Rozpędzik, K.Topolnicki, I.Fachruddin, Ch.Elster, A.Nogga, *Phys. Rev. C* **81** (2010) 034006: The Two-Nucleon System in Three Dimensions.
- [4] R.Skibiński, J.Golak, H.Wiła, *Acta Phys. Polon. B* **41** (2010) 875: Numerical investigations of the three-dimensional proton-proton screened Coulomb t -matrix.
- [5] R.Skibiński, J.Golak, H.Wiła, W.Glücke, *Eur. Phys. J. A* **40** (2009) 215: Proton-proton scattering without Coulomb force renormalization.
- [6] R.Skibiński, H.Wiła, J.Golak, *Eur. Phys. J. A* **30** (2006) 369: Relativistic effects in exclusive neutron-deuteron breakup.
- [7] S.R.Beane, W.Detmold, K.Orginos, M.J.Savage, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **66** (2011) 1: Nuclear Physics from Lattice QCD.
- [8] S.Aoki, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **66** (2011) 687: Hadron interactions in lattice QCD.
- [9] K.Sagara, *Few-Body Syst.* **48** (2010) 59: Experimental Investigations of Discrepancies in Three-Nucleon Reactions
- [10] M.O.Distler, *Eur. Phys. J. Special Topics* **198** (2011) 257: Experimental studies of few-body systems at MAMI.
- [11] N Kalantar-Nayestanaki, E.Epelbaum, J.G.Messchendorp, A.Nogga, *Rep. Prog. Phys.* **75** (2012) 016301: Signatures of three-nucleon interactions in few-nucleon systems.
- [12] V.Stoks, R.Klomp, M.Rentmeester, J.de Swart, *Phys. Rev. C* **48** (1993) 792: Partial-wave analysis of all nucleon-nucleon scattering data below 350 MeV.
- [13] V.Stoks V, R.Klomp, C.Terheggen, J.de Swart, *Phys. Rev. C* **49** (1994) 2950: Construction of high-quality NN potential models.
- [14] R.Wiringa, V.Stoks, R.Schiavilla, *Phys. Rev. C* **51** (1995) 38: Accurate nucleon-nucleon potential with charge-independence breaking.
- [15] R.Machleidt, F.Sammarruca, Y.Song, *Phys. Rev. C* **53** (1996) R1483: Nonlocal nature of the nuclear force and its impact on nuclear structure.
- [16] R.Machleidt, *Phys. Rev. C* **63** (2001) 024001: High-precision, charge-dependent Bonn nucleon-nucleon potential.
- [17] R.Machleidt, *Nucl. Phys. A* **689**, (2001) 11c: The Nuclear force in the third millennium.

- [18] E.Epelbaum, Prog. Part. Nucl. Phys. **57** (2006) 654: Few-nucleon forces and systems in chiral effective field theory.
- [19] S.Weinberg, Nucl.Phys. **B363** (1991) 3: Effective chiral Lagrangians for nucleon - pion interactions and nuclear forces.
- [20] E.Epelbaum, W.Glöckle, Ulf-G.Meißner, Nucl. Phys. **A637** (1998) 107: Nuclear forces from chiral Lagrangians using the method of unitary transformation (I): Formalism.
- [21] E.Epelbaum, W.Glöckle, Ulf-G.Meißner, Nucl. Phys. **A671** (2000) 295: Nuclear forces from chiral Lagrangians using the method of unitary transformation II: The two-nucleon system.
- [22] E.Epelbaum, W.Glöckle, Ulf-G.Meißner, Nucl. Phys. **A747** (2005) 362: The two-nucleon system at next-to-next-to-next-to-leading order.
- [23] R.Machleidt, D.R.Entem, Phys. Rept. **503** (2011) 1: Chiral effective field theory and nuclear forces.
- [24] A.Nogga, D.Hüber, H.Kamada, W.Glöckle, Phys. Lett **B409** (1997) 19: Benchmark calculations for the triton binding energy for modern NN forces and the π - π exchange three nucleon force.
- [25] J.Carlson, R.Schiavilla, Rev. Mod. Phys. **70**, (1998) 743: Structure and dynamics of few-nucleon systems.
- [26] H.Wiłała, W.Glöckle, J.Golak, A.Nogga, H.Kamada, R.Skibiński, J.Kuroś-Żołnierczuk, Phys. Rev **C63** (2001) 024007: Nd elastic scattering as a tool to probe properties of 3N forces.
- [27] S. Shimizu *et al.*, Nucl. Phys **A382** (1982) 242: Analyzing powers and cross sections in elastic $\vec{p} - d$ scattering at 65 MeV.
- [28] J.Carlson, V.R.Pandharipande, R.B.Wiringa, Nucl. Phys. **A401** (1983) 59: Three-nucleon interaction in 3-body, 4-body, and infinite-body systems.
- [29] B.Pudliner, V.Pandharipande, J.Carlson, S.Pieper, R.Wiringa, Phys. Rev. **C56** (1997) 1720: Quantum Monte Carlo calculations of nuclei with $A \leq 7$.
- [30] S.A.Coon, M.D.Scadron, P.C.McNamee, B.R.Barrett, D.W.E.Blatt, B.H.J.McKellar, Nucl. Phys. **A317** (1979) 242: The Two Pion Exchange, Three Nucleon Potential and Nuclear Matter.
- [31] S.A.Coon, W.Glöckle, Phys. Rev. **C23** (1981) 1790: Two-pion-exchange three-nucleon potential: Partial wave analysis in momentum space.
- [32] J.L.Friar, D.Hüber, U.van Kolck, Phys. Rev. **C59** (1999) 53: Chiral symmetry and three-nucleon forces.
- [33] J.Kuroś-Żołnierczuk, H.Wiłała, J.Golak, H.Kamada, A.Nogga, R.Skibiński, W.Glöckle, Phys. Rev. **C66** (2002) 024004: Three-Nucleon Force Effects in Nucleon Induced Deuteron Breakup: Comparison to Data (II).

- [34] H.Wiłała, *et al.*, Few-Body Syst. **15** (1993) 67: Complete set of deuteron analyzing powers in deuteron-proton elastic scattering: Measurement and realistic potential predictions.
- [35] J.Golak, R.Skibiński, H.Wiłała, W.Glöckle, A.Nogga, H.Kamada, Phys. Rept. **415** (2005) 89: Electron and Photon Scattering on Three-Nucleon Bound States.
- [36] D.Rozpędzik, J.Golak, S.Kölling, E.Epelbaum, R.Skibiński, H.Wiłała, H.Krebs, Phys. Rev. **C83** (2011) 064004: Signatures of the chiral two-pion exchange electromagnetic currents in the 2H and 3He photodisintegration reactions.
- [37] K.Topolnicki, J.Golak, R.Skibiński, A.E.Elmesheeb, W.Glöckle, A.Nogga, H.Kamada, zaakceptowane w Few-Body Syst., DOI 10.1007/s00601-012-0479-y: Deuteron Disintegration in Three Dimensions.
- [38] V.A.Karmanov, Few-Body Syst. **50** (2011) 61: Relativistic Description of Few-Body Systems.
- [39] G.A.Miller, A.Schwenk, Phys. Rev. **C76** (2007) 024001: Resonant relativistic corrections and the A(y) problem.
- [40] B.Bakamjian, L.H.Thomas, Phys. Rev. **92** (1953) 1300: Relativistic Particle Dynamics. II.
- [41] H.Wiłała, J.Golak, W.Glöckle, H.Kamada, Phys. Rev. **C71** (2005) 054001: Relativistic effects in neutron-deuteron elastic scattering.
- [42] W.N.Polyzou, Y.Huang, Ch.Elster, W.Glöckle, J.Golak, R.Skibiński, H.Wiłała, H.Kamada, Few-Body Syst. **49** (2011) 129: Mini review of Poincaré invariant quantum theory.
- [43] W.N.Polyzou, W.Glöckle, H.Wiłała, arXiv:1208.5840: Spin in relativistic quantum theory.
- [44] A.Deltuva, A.C.Fonseca, P.U.Sauer, Phys. Rev. **C71** (2005) 054005: Momentum-space treatment of the Coulomb interaction in three-nucleon reactions with two protons.
- [45] A.Deltuva, A.C.Fonseca, P.U.Sauer, Phys. Rev. **C72** (2005) 054004: Momentum-space description of three-nucleon breakup reactions including the Coulomb interaction.
- [46] St.Kistryn *et al.*, Phys. Rev. **C72** (2005) 044006: Systematic study of three-nucleon force effects in the cross section of the deuteron-proton breakup at 130 MeV.
- [47] E.Stephan *et al.*, Phys. Rev. **C76** (2007) 057001: Vector and tensor analyzing powers of elastic deuteron-proton scattering at 130 MeV deuteron beam energy.
- [48] St. Kistryn *et al.*, Phys. Lett. **B641** (2006) 23: Evidence of the Coulomb force effects in the cross sections of the deuteron-proton breakup at 130-MeV.
- [49] H.Wiłała, R.Skibiński, J.Golak, W.Glöckle, Eur. Phys. J. **A41** (2009) 369: A novel treatment of the proton-proton Coulomb force in proton-deuteron Faddeev calculations: Elastic scattering.
- [50] H.Wiłała, R.Skibiński, J.Golak, W.Glöckle, Eur. Phys. J. **A41** (2009) 385: A novel treatment of the proton-proton Coulomb force in proton-deuteron Faddeev calculations: Breakup.

- [51] B.Lippmann, J.Schwinger, Phys. Rev. **79** (1950) 469: Variational Principles for Scattering Processes. I
- [52] L.D.Faddeev, Sov. Phys. JETP **12** (1961) 1014 (Zh.Eksp.Teor.Fiz. **39** (1960) 1459): Scattering theory for a three particle system.
- [53] O.A.Yakubovsky, Sov. J. Nucl. Phys. **5** (1967) 937 (Yad.Fiz. **5** (1967) 1312): On the Integral equations in the theory of N particle scattering.
- [54] H.Witała, T.Cornelius, W.Glöckle, Few-Body Syst. **3** (1988) 123: Elastic scattering and break-up processes in the n-d system.
- [55] D.Hüber, H.Witała, W.Glöckle, Few-Body Syst. **14** (1993) 171: Momentum-space calculations for three-nucleon scattering including a three-nucleon force.
- [56] H.Witała, W.Glöckle, D.Hüber, J.Golak, H.Kamada, Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 1183: Cross Section Minima in Elastic Nd Scattering: Possible Evidence for Three-Nucleon Force Effects.
- [57] W.Glöckle, The Quantum Mechanical Few-Body Problem, Springer Verlag, 1987.
- [58] W.Glöckle, H.Witała, D.Hüber, H.Kamada, J.Golak, Phys. Rep. **274** (1996) 107: The Three nucleon continuum: Achievements, challenges and applications.
- [59] D.Hüber, H.Witała, A.Nogga, W. Glöckle, H.Kamada, Few-Body Syst. **22** (1997) 107: A New Look into the Partial-Wave Decomposition of Three-Nucleon Forces.
- [60] A.R.Edmonds, Angular Momentum in Quantum Mechanics, Princeton University Press, 1957.
- [61] D.M.Brink, G.R.Satchler, Angular Momentum, Clarendon Press, Oxford 1993.
- [62] V.Bernard, E.Epelbaum, H.Krebs, Ulf-G. Meißner, Phys. Rev. **C77** (2008) 064004: Sub-leading contributions to the chiral three-nucleon force. I. Long-range terms.
- [63] V.Bernard, E.Epelbaum, H.Krebs, Ulf-G.Meißner, Phys. Rev. **C84** (2011) 054001: Sub-leading contributions to the chiral three-nucleon force. II. Short-range terms and relativistic corrections.
- [64] A.Stadler, W.Glöckle, P.Sauer, Phys. Rev. **C44** (1991) 2319: Faddeev equations with three-nucleon force in momentum space.
- [65] R.Skibiński, J.Golak, H.Witała, W.Glöckle, A.Nogga, Eur. Phys. J. **A24** (2005) 31: Different formulations of ${}^3\text{He}$ and ${}^3\text{H}$ photodisintegration.
- [66] R.Skibiński, J.Golak, H.Witała, W.Glöckle, Phys. Rev. **C59** (1999) 2384: Final state interaction effects in μ -capture induced two-body decay of ${}^3\text{He}$.
- [67] J.Golak, D.Rozpędzik, R.Skibiński, K.Topolnicki, H.Witała, W. Glöckle, A. Nogga, E. Epelbaum, H. Kamada, Ch. Elster, I. Fachruddin, Eur. Phys. J. **A43** (2010) 241: A new way to perform partial wave decompositions of few-nucleon forces.

- [68] R.Skibiński, J.Golak, K.Topolnicki, H.Wiła, E.Epelbaum, W.Glöckle, H.Krebs, H.Kamada, A.Nogga, zaakceptowane do Few-Body Systems: ^3H at next-to-next-to-next-to leading order of the chiral expansion.
- [69] Wolfram Research, Inc., *Mathematica*[®], Version 7.0, Champaign, IL (2008).
- [70] R.Balian, E.Brezin, Nuovo Cim. **61B** (1969) 403: Angular-momentum reduction of the Faddeev equations.
- [71] R.Machleidt, Adv. Nucl. Phys. **19** (1989) 189: The Meson theory of nuclear forces and nuclear structure.
- [72] S.A.Coon, M.T.Pēna, Phys. Rev. **C48** (1993) 2559: Momentum and coordinate space three nucleon potentials.
- [73] G.Audi, A.H.Wapstra, Nucl. Phys. **A595** (1995) 409: The 1995 update to the atomic mass evaluation. *Także źródła w niej zawarte.*
- [74] K.Schoen *et al.*, Phys. Rev. **C67** (2003) 044005: Precision neutron interferometric measurements and updated evaluations of the n-p and n-d coherent neutron scattering lengths.
- [75] E.Epelbaum, W.Glöckle, Ulf-G.Meißner, Eur. Phys. J. **A19** (2004) 125: Improving the convergence of the chiral expansion for nuclear forces. 1. Peripheral phases.
- [76] E.Epelbaum, *informacja prywatna.*
- [77] *W przygotowaniu.*
- [78] K.Hebeler, Phys. Rev. **C85** (2012) 021002(R): Momentum-space evolution of chiral three-nucleon forces.
- [79] E.D.Jurgenson, P.Navratil, R.J.Furnstahl, Phys. Rev. **C83** (2011) 034301: Evolving nuclear many-body forces with the similarity renormalization group.
- [80] P.Navrátil, S.Quaglioni, I.Stetcu, B.R.Barrett, J. Phys. **G36** (2009) 083101: Recent developments in no-core shell-model calculations.
- [81] L.Wolfenstein, Phys. Rev. **96** (1954) 1654: Possible triple scattering experiments.
- [82] W.Glöckle, Ch.Elster, J.Golak, R.Skibiński, H.Wiła, H.Kamada, Few-Body Syst. **47** (2010) 25: A New Treatment of 2N and 3N Bound States in Three Dimensions.
- [83] W.Glöckle, I.Fachruddin, Ch.Elster, J.Golak, R.Skibiński, H.Wiła, Eur. Phys. J. **A43** (2010) 339: 3N Scattering in a Three-Dimensional Operator Formulation.
- [84] J.Golak, K.Topolnicki, R.Skibiński, W.Glöckle, H.Kamada, A.Nogga, zaakceptowane w Few-Body Syst., DOI 10.1007/s00601-012-0472-5: A Three-Dimensional Treatment of the Three-Nucleon Bound State.
- [85] J.Golak, R.Skibiński, H.Wiła, K.Topolnicki, W.Glöckle, A.Nogga, H.Kamada, Few-Body Syst. **53** (2012) 237: Different Methods for the Two-Nucleon T-Matrix in the Operator Form.

- [86] J.R.Taylor, Nuovo Cimento **B23** (1974) 313: A New Rigorous Approach To Coulomb Scattering.
- [87] M.D.Semon, J.R.Taylor, Nuovo Cimento **A26** (1975) 48: Scattering by Potentials with Coulomb Tails.
- [88] A.Kievsky, M.Viviani, S.Rosati, Phys. Rev. **C64** (2001) 024002: Polarization observables in p-d scattering below 30 MeV.
- [89] W.Glöckle, J.Golak, R.Skibiński, H.Wiśła, Few Body Syst. **47** (2010) 3: The exact three-dimensional half-shell t-matrix for a sharply cut-off Coulomb potential in the screening limit.
- [90] H.Wiśła, R.Skibiński, J. Golak, W.Glöckle, Eur.Phys.J. **A47** (2011) 30: Momentum-space 3N Faddeev calculations of hadronic and electromagnetic reactions with proton-proton Coulomb and three-nucleon forces included.
- [91] Ch.Elster, J.H.Thomas, W.Glöckle, Few-Body Syst. **24** (1998) 55: Two-Body T-Matrices Without Angular-Momentum Decomposition: Energy and Momentum Dependences.
- [92] L.P.Kok, H.van Haeringen, Phys. Rev. **C21** (1980) 512: Off-shell Coulomb T matrix in connection with the exact solution of three-particle equations with Coulomb interaction.
- [93] L.P.Kok, H.van Haeringen, Phys. Rev. Lett. **46** (1981) 1257: Importance of Coulomb Effects in Half-Shell Scattering.
- [94] M.Yamaguchi, H.Kamada, Y.Koike, Prog. Theor. Phys. **114** (2005) 1323: A New screening function for Coulomb renormalization.
- [95] H. van Haeringen, Charged Particle Interactions - Theory and Formulas, Coulomb Press Leyden, 1985.
- [96] C.M.Vincent, S.C.Phatak, Phys. Rev. **C10** (1974) 391: Accurate momentum-space method for scattering by nuclear and Coulomb potentials.
- [97] P.A.M.Dirac, Rev. Mod. Phys. **21** (1949) 392: Forms of Relativistic Dynamics.
- [98] B.D.Keister, W.N.Polyzou, Adv. Nucl. Phys. **20** (1991) 225: Relativistic Hamiltonian Dynamics in Nuclear and Particle Physics.
- [99] H.Kamada, W.Glöckle, Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 2547: Momentum Transformation Connecting a NN Potential in the Nonrelativistic and Relativistic Two-Nucleon Schrödinger Equation.
- [100] H.Kamada, W.Glöckle, J.Golak, Ch.Elster, Phys. Rev. **C66** (2002) 044010: Lorentz boosted NN potential for few-body systems: Application to the three-nucleon bound state.
- [101] H.Wiśła, J.Golak, R.Skibiński, Phys. Lett. **B634** (2006) 374: Selectivity of the nucleon induced deuteron breakup and relativistic effects.
- [102] H.Wiśła, R.Skibiński, J.Golak, W.Glöckle, A.Nogga, H.Kamada, Eur. Phys. J. **A29** (2006) 141: The elastic pd scattering analyzing powers and spin correlation coefficients at $E_p^{lab} = 135$ and 200 MeV: Three-nucleon force and relativistic effects.

- [103] H.Witała, J.Golak, R.Skibiński, W.Glöckle, W.N.Polyzou, H.Kamada, Phys. Rev. **C77** (2008) 034004: Relativity and the low energy nd A_y puzzle.
- [104] H.Witała, J.Golak, R.Skibiński, W.Glöckle, H.Kamada, W.N.Polyzou, Phys.Rev. **C83** (2011) 044001: Three-nucleon force in relativistic three-nucleon Faddeev calculations.
- [105] H.Kamada, W.Glöckle, Phys. Lett. **B655** (2007) 119: Realistic two-nucleon potentials for the relativistic two-nucleon Schrödinger equation.
- [106] F.Coester, Helv. Phys. Acta **38** (1965) 7: Scattering theory for relativistic particles.
- [107] F.Coester, S.C.Pieper, F.J.D.Serduke, Phys. Rev. **C11** (1975) 1: Relativistic effects in phenomenological nucleon-nucleon potentials and nuclear matter.
- [108] M.E.Rose, Elementary theory of angular momentum, J.Wiley & Sons, Inc, New York, 1957.
- [109] K.Sekiguchi, *et al.*, Phys. Rev. **C65** (2002) 034003: Complete set of precise deuteron analyzing powers at intermediate energies: Comparison with modern nuclear force predictions.
- [110] B. von Przewoski *et al.*, Phys. Rev. **C74** (2006) 064003: Analyzing powers and spin correlation coefficients for p+d elastic scattering at 135 and 200 MeV.
<http://www.iucf.indiana.edu/Experiments/PINTEX/pintex.html>
- [111] J.Zejma, *et al.*, Phys. Rev. **C55** (1997) 42: Cross sections and analyzing powers A_y in the breakup reaction ${}^2\text{H}(\vec{p}, pp)n$ at 65 MeV: Star configurations.
- [112] W.Pairsuwan, J.W.Watson, M.Ahmad, N.S.Chant, B.S.Flanders, R.Madey, P.J.Pella, P.G.Roos, Phys. Rev. **C52** (1995) 2552: Analyzing powers for the ${}^2\text{H}(\vec{p}, pn){}^1\text{H}$ reaction at 200 MeV.

6. Omówienie wybranych pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych

Na początku swojej działalności naukowej zajmowałem się **oddziaływaniem mionów z układami trzynukleonowymi**. Zastosowanie formalizmu Faddeeva dla trzech ciał pozwala na dokładne wyliczenie jądrowych funkcji falowych układów trzynukleonowych z użyciem realistycznych oddziaływań nukleon-nukleon i zastosowanie tych funkcji falowych do interpretacji reakcji trójciałowych. Otrzymane wyniki pozwoliły mi na przedstawienie w 1997 pracy magisterskiej pt. "Rozpad jądra ^3He na neutron i deutron spowodowany wychwytem mionu" i uzyskanie dyplomu ukończenia studiów z wyróżnieniem. Dalsze prace doprowadziły do zbadania wpływu oddziaływań w stanie końcowym pomiędzy nukleonami na przekroje czynne w procesie dwuciałowego rozpadu ^3He pod wpływem wychwytu mionu. Uwzględnienie tych oddziaływań pozwoliło opisać dane eksperymentalne dla tego procesu z dużą precyzją, a uzyskane przeze mnie wyniki pokazały, że jakkolwiek analiza danych eksperymentalnych dla tej reakcji bez właściwego uwzględnienia oddziaływań w stanie końcowym jest wątpliwa.

W ciągu dalszej pracy, najpierw jako doktorant, następnie asystent, a obecnie adiunkt w Instytucie Fizyki UJ, zajmuję się badaniem oddziaływania układów kilkunukleonowych. Ważnym polem moich zainteresowań są **procesy oddziaływania fotonów o energiach poniżej progu na produkcję pionu z układami trzynukleonowymi**. W procesach tych możliwe jest badanie zarówno efektów pochodzących od sił trójciałowych pomiędzy nukleonami jak i od prądów wymiany mezonowej. Rozwiązanie równań Faddeeva z siłą trzyciałową dla procesu dwu- i trzyciałowego fotorozszczepienia jąder ^3He i ^3H pozwoliło mi w 2002 roku przedstawić i obronić z wyróżnieniem pracę doktorską pt. "Interaction of electromagnetic probes with three-nucleon systems." W pracy tej wykonałem obliczenia całkowitych i różniczkowych przekrojów czynnych na dwu- i trzy-ciałowe fotorozszczepienie badanych jąder. Były to pierwsze na świecie obliczenia ekskluzywnych przekrojów czynnych dla tych procesów. W badaniach tych użyłem operatora prądu układu trzyciałowego, który zawierał obok prądu pojedynczych nukleonów również wkłady dwucząstkowe w postaci prądów wymiany mezonowej. Te ostatnie zostały uwzględnione na dwa sposoby: poprzez bezpośrednie wyliczenie dominujących członów związanych z wymianą mezonów π i ρ , jak i poprzez użycie twierdzenia Siegerta. Stworzyło to unikalną możliwość porównania obu przybliżeń i potwierdziło ich zgodność w obszarze niskich energii padających kwantów gamma. Badając różne przybliżenia dla operatora prądu zbadalem także rolę przejść elektromagnetycznych o polowości większej niż E1 w badanych procesach pokazując, że ograniczanie się do przejść elektromagnetycznych o najniższych polowościach może prowadzić do błędnych wniosków w analizie danych eksperymentalnych. Wykonane obliczenia pozwoliły mi na zbadanie efektów sił trzyciałowych w badanych procesach (są one znaczne i nie można ich pomijać w analizie teoretycznej). W swojej pracy doktorskiej i dalszych publikacjach zaproponowałem również pół-ekskluzywne eksperymenty, w których mogą być badane różnorodne aspekty Hamiltonianu jądrowego. Zaobserwowałem tu i wyjaśniłem interesującą strukturę w widmach energetycznych przekroju czynnego, wynikającą z własności stanu związa-

nego, wpływu prądów wymiany mezonowej i zależności kinematycznych.

Ponieważ proces fotodezintegracji jest procesem odwrotnym w czasie do **procesu radiacyjnego wychwytu nukleonu na deuteronie**, znając przewidywania dla fotorozszczepienia można również otrzymać wyniki dotyczące wychwytu nukleonu. Dokonując takich obliczeń porównałem przewidywania teoretyczne dla tego procesu z niektórymi istniejącymi danymi eksperymentalnymi. Porównanie to pokazuje bardzo dobrą zgodność opisu teoretycznego z doświadczeniem. Procesy te są obecnie intensywnie badane eksperymentalnie, a współpracując z grupami eksperymentalnymi z Bazylei, Gröningen, Fukuoka brałem udział w analizie teoretycznej wykonywanych tam eksperymentów.

Badając procesy elektromagnetyczne przeprowadziłem również **pierwsze obliczenia procesów fotodezintegracji z użyciem potencjału oddziaływania nukleon-nukleon opartego na gruncie "Chiral Perturbation Theory" (χ PT)**. Otrzymany opis przekrojów czynnych dla procesu fotodezintegracji nie różni się istotnie od opisu uzyskanego z użyciem fenomenologicznych, realistycznych potencjałów, dla energii fotonów poniżej 100 MeV. Ostatnio policzyłem przekroje czynne dla procesu fotodezintegracji ^3He z konsystentnymi chiralnymi siłami dwu- i trzyciałowymi oraz spójnymi z nimi prądami wymiany mezonowej. Prace te stymulują rozwój badań nad operatorem prądu elektromagnetycznego trzech nukleonów w ramach χ PT

Wykonując złożone obliczenia dotyczące procesów trzyciałowych niezbędne jest szukanie najefektywniejszych numerycznie sposobów ich przeprowadzenia. Jest to ważne ze względu na długie czasy wykonywania programów, duże rozmiary występujących w nich macierzy (np. zajmujących kilka Gb pamięci dyskowej) i wymaganą precyzję obliczeń. W tym celu przeprowadziłem złożone testy nowych programów komputerowych porównujących trzy różne sposoby obliczania macierzy przejścia dla procesu fotodezintegracji. Przy okazji chciałbym wspomnieć, że do obliczeń numerycznych używam superkomputerów znajdujących się w Jülich Supercomputer Centre w Niemczech oraz Ohio Supercomputer Center i Argonne Leadership Computing Facility w USA, a część obliczeń wykonuję używając technik programowania równoległego.

Rozszerzając badania procesu fotodezintegracji ^3He wyliczyłem obserwabli polaryzacyjnych w **procesie z udziałem spolaryzowanych fotonów i spolaryzowanych jąder ^3He** . Współpraca z grupami eksperymentalnymi z TUNL/HIGS zaowocowała publikacją w Phys. Rev. C, a dalsze prace, min. dotyczące badania reguły sum GDH są w przygotowaniu.

Chociaż procesy fotodezintegracji i radiacyjnego wychwytu nukleonu znajdują się w centrum moich zainteresowań, w pracy naukowej zajmowałem się również badaniem innych procesów elektromagnetycznych w jądrowych układach trzyciałowych:

- (a) Uczestniczyłem w pracach związanych z **badaniem elektromagnetycznych formfaktorów neutronu**. Pokazaliśmy, że wartość elektromagnetycznego formfaktora neutronu otrzymywana w wyniku analizy eksperymentów rozpraszania spolaryzowanych elektronów na spolaryzowanym ^3He zależy od użytego

potencjału oddziaływania nuklon-nukleon. Zależność ta jest jednak niewielka, co sprawia, że tego typu eksperymenty mogą być wykorzystywane do badania właściwości elektromagnetycznych neutronu.

- (b) Podobnie jak w procesie fotodezintegracji również w **procesach z elektromagnetykami** możliwe jest badanie własności stanu związanego trzech nukleonów. Otrzymane przez nas wyniki pokazały m.in., że rozkład pędów spolaryzowanego protonu i deuteronu wewnątrz spolaryzowanego ^3He może być badany przy użyciu nierelatywistycznego formalizmu jedynie w bardzo ograniczonym obszarze pędów deuteronu.

Wiele wyników uzyskanych przez naszą grupę, związanych z badaniem oddziaływań elektromagnetycznych znalazła się w artykule przeglądowym Physics Reports, 415 (2005) 89.

Drugim ważnym obszarem moich zainteresowań naukowych jest badanie oddziaływania silnego w procesach elastycznego rozpraszania nukleon-deuteron i rozszczepienia deuteronu. W badaniach tych poszukujemy efektów sił trzyciałowych i testujemy istniejące modele oddziaływań jądrowych. Obecnie istotne jest również badanie roli efektów relatywistycznych w procesach jądrowych przy pośrednich energiach (powyżej około 100 MeV/nukleon) i roli odgrywanej przez siłę kulombowską przy niższych energiach. Tematyka ta została szerzej omówiona we wprowadzeniu do przedstawianego tu cyklu publikacji. Oprócz zaprezentowanych tam prac zajmowałem się również badaniami:

- (a) **Proces rozszczepienia deuteronu** przez proton jest interesujący z powodu spodziewanych dużych efektów na wielkości obserwowalne, pochodzących od siły trzyciałowej. W ramach tych badań uczestniczyłem, od strony teoretycznej, w pracach grupy przeprowadzającej eksperyment rozszczepienia deuteronu przez proton. W eksperymencie tym, wykonanym w Gröningen w Holandii, zbadano przekrój czynny i niektóre wielkości polaryzacyjne reakcji $^1\text{H}(d, pp)n$ przy energii deuteronu $E=130$ MeV dla różnych konfiguracji kinematycznych znajdując duże efekty sił trzyciałowych. Uczestniczyłem także w analizie teoretycznej wyników dla tej reakcji otrzymanych przez inne grupy eksperymentalne.
- (b) Efekty siły trzyciałowej poszukiwane są także w **elastycznym rozpraszaniu nukleonów na deuteronie**. Praca, której jestem współautorem, dająca przegląd sytuacji w tych badaniach dla pośrednich energii, została opublikowana w Physical Review C. W pracy tej wykonano obliczenia szeregu obserwacji z użyciem najnowszych sił trzyciałowych i porównano je z istniejącymi danymi eksperymentalnymi, a jej wyniki wskazują na potrzebę dalszego rozwoju modeli sił trzyciałowych, jak i wykonania nowych eksperymentów, dostarczających danych z odpowiednią precyzją. Uczestniczyłem także w badaniach wpływu **oddziaływania momentów magnetycznych nukleonów** na wielkości obserwowane w reakcjach elastycznego rozpraszania nukleonów na deuteronie i rozszczepienia deuteronu przez nukleon.

- (c) Badając efekty relatywistyczne zbadaliśmy również **wielkość efektów relatywistycznych na wartość nukleonowej zdolności analizującej** dla rozpraszania nukleon-deuteron wykazując, że włączenie efektów relatywistycznych zwiększa rozbieżność pomiędzy przewidywaniami teoretycznymi a danymi eksperymentalnymi, co podkreśla rolę sił trzyciałowych dla tej obserwabli. Ostatnio rozwinęliśmy i zastosowaliśmy **formalizm relatywistyczny** z prostym operatorem prądu elektromagnetycznego również do badania procesu rozpraszania elektronów na ^3He .
- (d) Przechodząc do wyższych energii napotykałyśmy w obliczeniach teoretycznych trudność polegającą na wzroście liczby fal cząstkowych potrzebnych do opisu reakcji jądrowych. Aby tego uniknąć potrzebny jest formalizm wykorzystujący trójwymiarowe elementy macierzowe operatorów używanych do opisu reakcji, takich jak potencjał czy macierz t. Większość wyników jakie uzyskaliśmy dla układu dwóch nukleonów za pomocą opracowanego przez nas formalizmu jest omówiona we wstępie do przedstawianego tu cyklu publikacji. Oprócz tego formalizm ten zastosowaliśmy do stanu związanego ^3H . Analogiczny formalizm wyprowadziliśmy również dla stanu rozproszeniowego trzech nukleonów, a jego numeryczna realizacja jest planowana.

Łącznie jestem współautorem:

**73 artykułów naukowych opublikowanych w recenzowanych czasopi-
smach,**

55 komunikatów konferencyjnych.

Poniższe dane podaję za bazą Science Citation Index (Web of Knowledge) na dzień 1.03.2013.

Ilość cytowań: 1175 (920 wykluczając autocytowania)

Indeks Hirscha: 18

**Sumaryczny "impact factor" dla artykułów naukowych opublikowanych
w recenzowanych czasopiśmie: 202.382**

Sumaryczny "impact factor" dla wszystkich publikacji: 237.619

**W trakcie swojej działalności naukowej recenzowałem artykuły w Acta
Physica Polonica i Few-Body Systems.**

Wyróżnienia:

- a) 2002 stypendium Fundacji na Rzecz Nauki Polskiej (Stypendium krajowe dla młodych naukowców)
- b) 2003 przedłużenie Stypendium krajowego dla młodych naukowców FNP
- c) 2006 nagroda im. prof. Henryka Niewodniczańskiego, Kraków IFUJ.
- d) 2010 nagroda zespołowa Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego, otrzymana wraz z prof.dr hab. H.Witałą i dr hab. J.Golakiem, za "Opracowanie nowatorskiej metody włączenia siły kulombowskiej do obliczeń reakcji w kontinuum trzynukleonowym".

